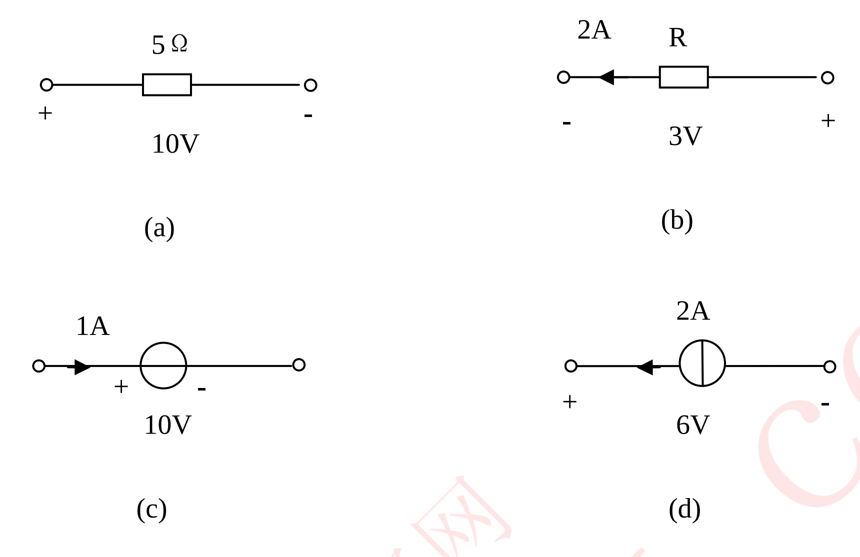
习题一

1-1 根据题 1-1 图中给定的数值，计算各元件吸收的功率。



题 1-1 图

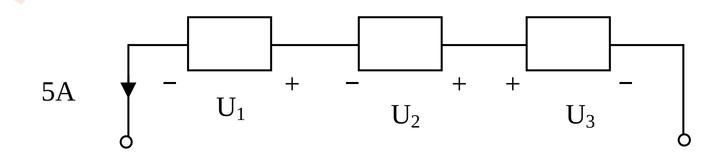
解：（a）　$P=\frac{10^2}{5}=20W$

（b）　$P=3\times 2=6W$

（c）　$P=10\times 1=10W$

（d）　$P=-6\times 2=-12W$

1-2 题 1-2 图示电路，已知各元件发出的功率分别为 $P_1=-250W$， $P_2=125W$， $P_3=-100W$。求各元件上的电压U_1、U_2及U_3。



题 1-2 图

解：　∵ $P_1=-U_1\times 5=-250W$　　∴ $U_1=50V$

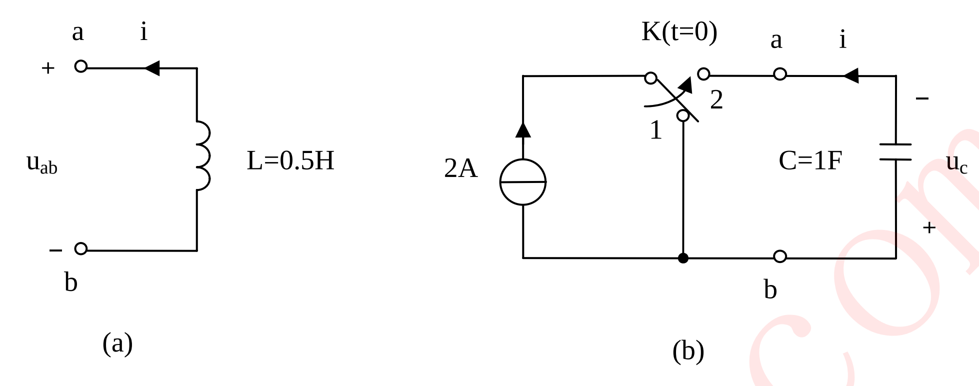
∵ $P_2=-U_2\times 5=125W$　　∴ $U_2=-25V$

∵ $P_3=U_3\times 5=-100W$　　∴ $U_3=-20V$

1-3 题 1-3 图示电路。在下列情况下，求端电压u_{ab}。

（1） 图（a）中，电流$i = 5\cos 2t\ (A)$；

（2） 图（b）中，$u_c(0) = 4\,V$，开关 K 在 t=0 时由位置“1”打到位置“2”。



题 1-3 图

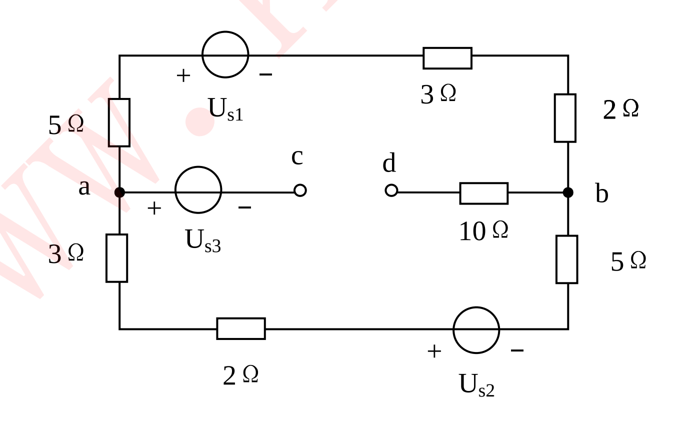
解：(1) $u_{ab} = -L\dfrac{di}{dt} = -0.5\times 5\times(-2)\sin 2t = 5\sin 2t \quad (V)$

(2) $u_{ab} = -\dfrac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} idt = -u_C(0) - \dfrac{1}{C}\int_{0}^{t} idt = -4 - \int_{0}^{t}(-2)dt = -4 + 2t \quad (V)$

1-4 在题 1-4 图示电路中，已知$U_{s1} = 20\ V$，$U_{s2} = 10\ V$ 。

（1） 若 $U_{s3} = 10\ V$ ，求U_{ab}及U_{cd}；

（2） 欲使$U_{cd} = 0$，则 $U_{s3} = ?$

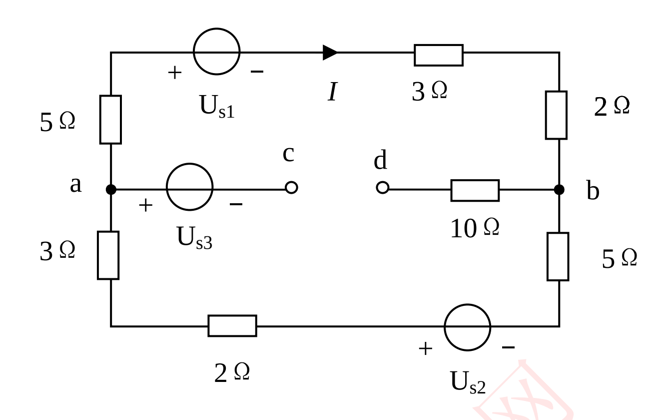


题 1-4 图

解：（1）设电流 I 如图，根据 KVL 知

$$(5+3+2+5+2+3)I+U_{s1}-U_{s2}=0$$

$$\therefore \quad I=\frac{U_{s2}-U_{s1}}{20}=-0.5A$$



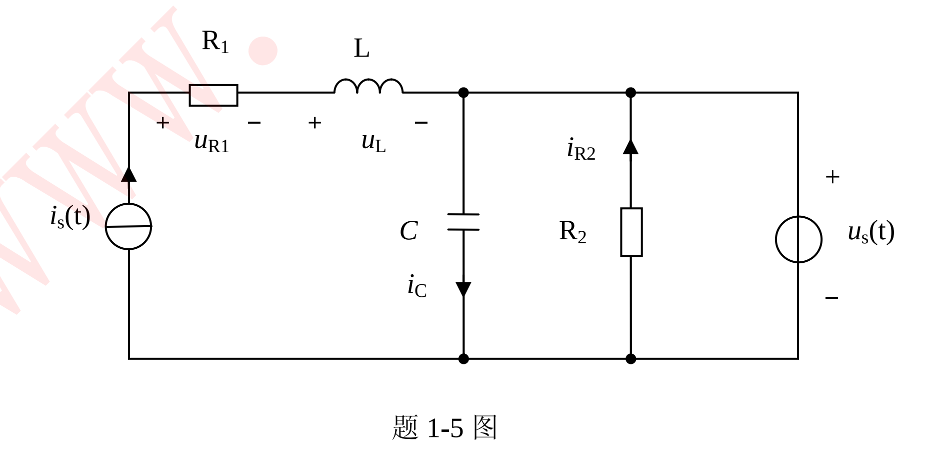
$$U_{ab}=(5+3+2)I+U_{s1}=-5+20=15V$$

$$U_{cd}=-U_{s3}+U_{ab}=-10+15=5V$$

（2） $\because \quad U_{cd}=-U_{s3}+U_{ab}=0$

$$\therefore \quad U_{s3}=U_{ab}=15V$$

1-5 电路如题 1-5 图所示。设 $i_s(t)=A\sin\omega t$ (A), $u_s(t)=Be^{-\alpha t}$ (V)，求 $u_{R1}(t)$、$u_L(t)$、$i_C(t)$ 和 $i_{R2}(t)$。



题 1-5 图

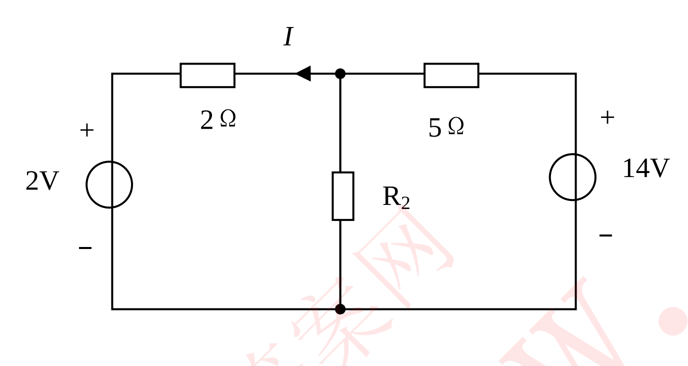
解： $u_{R1}(t)=R_1 i_s(t)=AR_1\sin\omega t$

$$u_L(t) = L\frac{di_s}{dt} = \omega LA\cos\omega t$$

$$i_C(t) = C\frac{du_s}{dt} = -\alpha BCe^{-\alpha t}$$

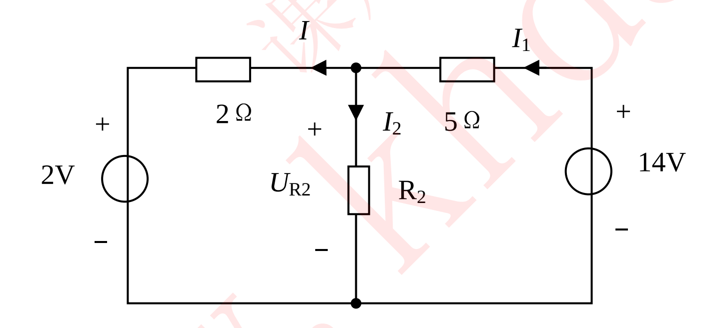
$$i_{R2}(t) = -\frac{u_s}{R_2} = -\frac{B}{R_2}e^{-\alpha t}$$

1-6　题 1-6 图示电路，已知I =1A，求R_2的值。



题 1-6 图

解：设电流、电压如图



$$U_{R2} = 2I + 2 = 4V$$

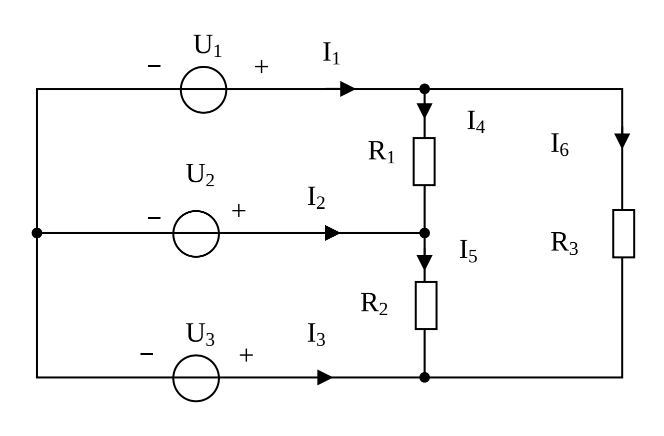
$$I_1 = \frac{14 - U_{R2}}{5} = 2A$$

$$I_2 = I_1 - I = 1A$$

$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_2} = 4\Omega$$

1-7　题 1-7 图示电路，已知$U_1 = 20V, U_2 = 10V, U_3 = 5V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 2\Omega$，

$R_3 = 5\Omega$，求图中标出的各支路电流。



题 1-7 图

解：
$$I_4=\frac{U_1-U_2}{R_1}=\frac{20-10}{5}=2A$$

$$I_5=\frac{U_2-U_3}{R_2}=\frac{10-5}{2}=2.5A$$

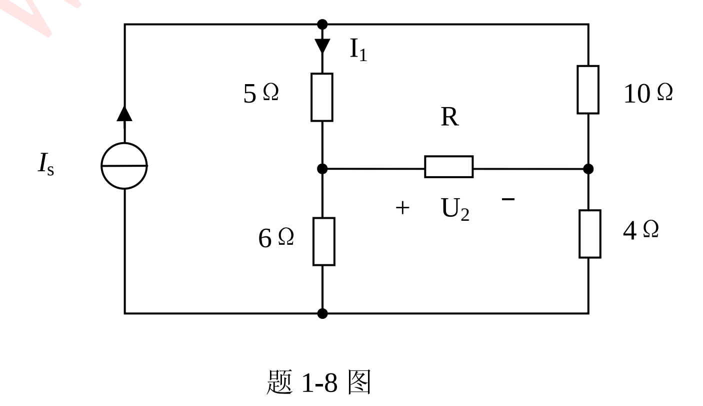
$$I_6=\frac{U_1-U_3}{R_3}=\frac{20-5}{5}=3A$$

$$I_1=I_4+I_6=5A$$

$$I_2=I_5+I_4=0.5A$$

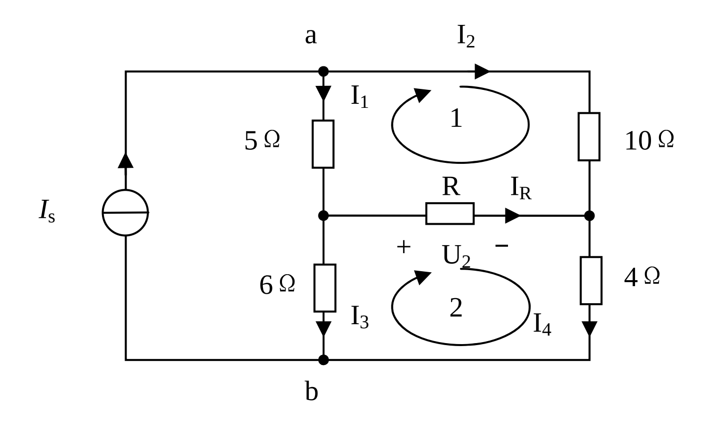
$$I_3=-I_5-I_6=-5.5A$$

1-8　电路如题 1-8 图所示。已知 $I_1=2A,\ U_2=5V$，求电流源I_s、电阻R的数值。



题 1-8 图

解：设电流、电压如图



列写回路 1 的 KVL 方程

$$10I_2 - U_2 - 5I_1 = 0$$

解得 $I_2 = \dfrac{U_2 + 5I_1}{10} = 1.5A$

依结点 a 的 KCL 得 $I_s = I_1 + I_2 = 3.5A$

回路 2 的 KVL 方程 $6I_3 - 4I_4 = U_2 = 5$

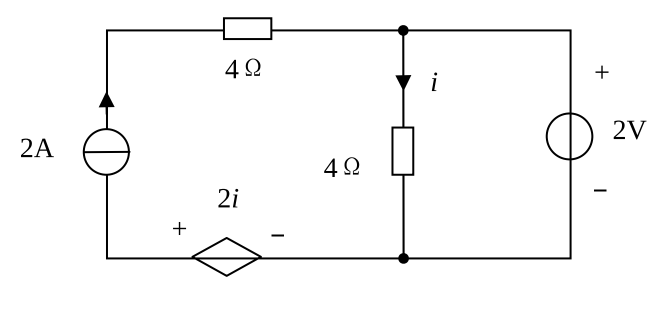
结点 b 的 KCL $I_3 + I_4 = I_s = 3.5$

联立求解得 $I_3 = 1.9A$

$\therefore$ $I_R = I_1 - I_3 = 2 - 1.9 = 0.1A$

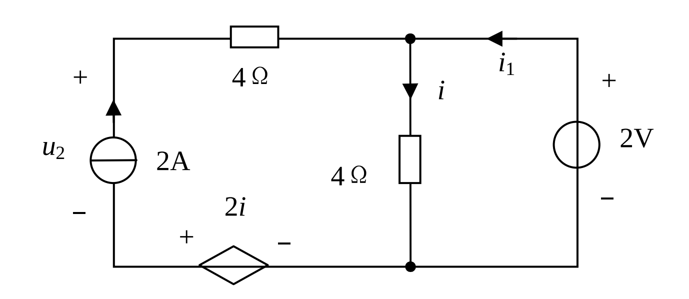
$$R = \frac{U_2}{I_R} = \frac{5}{0.1} = 50\Omega$$

1-9　试分别求出题 1-9 图示独立电压源和独立电流源发出的功率。



题 1-9 图

解：设独立电流源上的电压u_2、独立电压源上的电流i_1如图



$$i = \frac{2}{4} = 0.5A$$

$$i_1 = i - 2 = -1.5A$$

电压源发出的功率

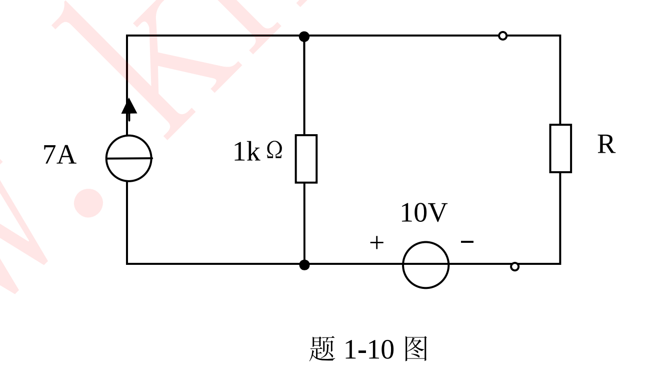
$$p_{2V} = 2i_1 = -3W$$

$$u_2 = 4 \times 2 + 4i - 2i = 9V$$

电流源发出的功率

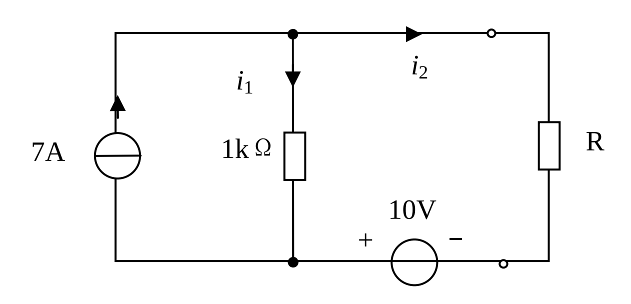
$$p_{2A} = 2u_2 = 18W$$

1-10　有两个阻值均为 1Ω 的电阻，一个额定功率为 25W，另一个为 50W，作为题 1-10 图示电路的负载应选哪一个？此时该负载消耗的功率是多少？



题 1-10 图

解：设支路电流为i_1、i_2如图



依 KCL 得 $i_1 + i_2 = 7$

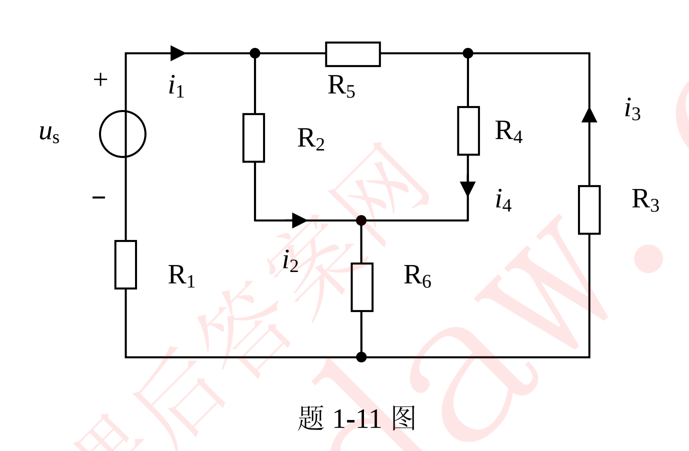
依 KVL 得 $1 \times i_2 - 10 - 1000 i_1 = 0$

联立解得 $i_2 = \dfrac{7000+10}{1000+1} \approx 7A$

负载消耗的功率 $P_R = R i_2{}^2 = 49W$

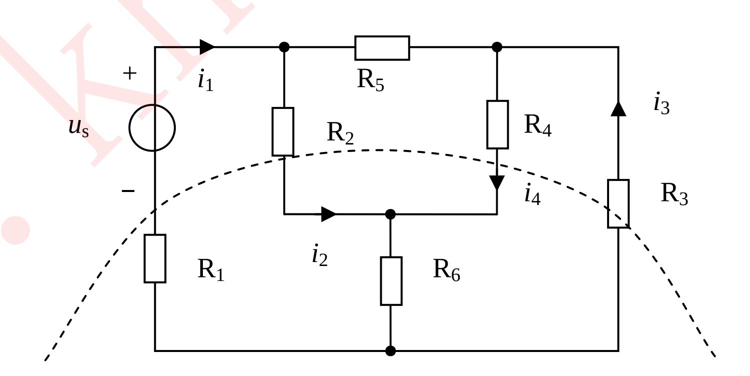
故负载应选 50W 的那个。

1-11　题 1-11 图示电路中，已知 $i_1 = 4\ A, i_2 = 6\ A, i_3 = -2\ A,$　求i_4的值。



题 1-11 图

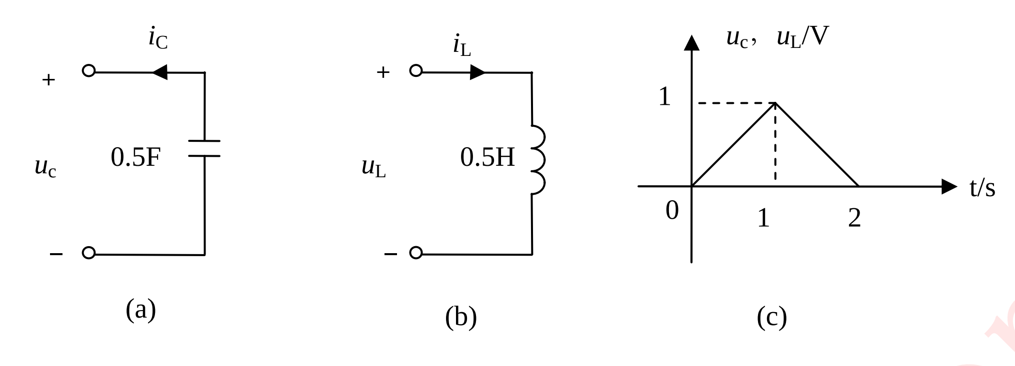
解：画高斯面如图



列 KCL 方程 $i_1 - i_2 - i_4 + i_3 = 0$

$\therefore$ $i_4 = i_1 - i_2 + i_3 = -4A$

1-12　电路如题 1—12（a）、（b）所示。$i_L(0)=0$，如电容电压u_C电感电压u_L的波形如图（c）所示，试求电容电流和电感电流。



(a)　(b)　(c)

题 1-12 图

解：

$$i_C(t) = -C\frac{du_C}{dt} = -0.5\frac{du_C}{dt}\begin{cases} -0.5 & 0 < t < 1s \\ 0.5 & 1s < t < 2s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u_L d\tau$$

$0 \le t \le 1s$

$$i_L(t) = 2\int_0^t \tau\, d\tau = t^2\,(A)$$

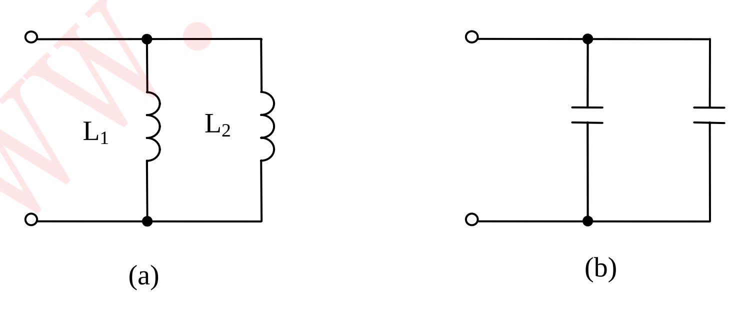
$1s \le t \le 2s$

$$i_L(t) = i_L(1) + \frac{1}{L}\int_1^t u_L d\tau = 1 + 0.5\int_1^t -(\tau-2)d\tau = -t^2 + 4t - 2\,(A)$$

$t \ge 2s$

$$i_L(t) = i_L(1) + \frac{1}{L}\int_1^2 u_L d\tau = -t^2 + 4t - 2\big|_{t=2} = 2\,(A)$$

1-13　求题 1—13 图（a）所示电路的等效电感和图（b）所示电路的等效电容。



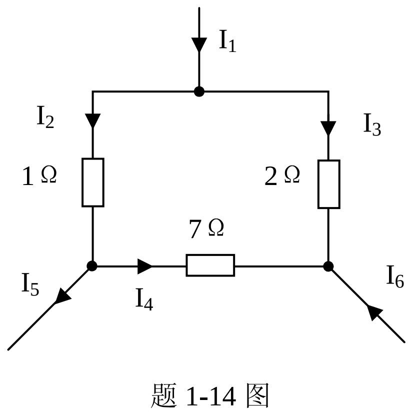
(a)　(b)

题 1-13 图

解：(a)　$L = \dfrac{L_1 + L_2}{L_1 L_2}$

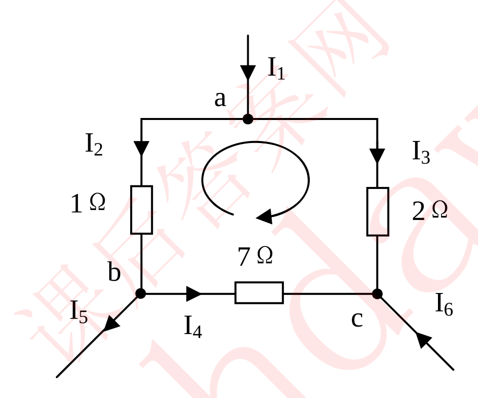
(b)　$C = C_1 + C_2$

1-14　题 1－14 图示电路中，已知 $I_1=1A, I_2=3A$，求I_3、I_4、I_5和I_6。



题 1-14 图

解：



由结点 a 得　　$I_3 = I_1 - I_2 = -2\,A$

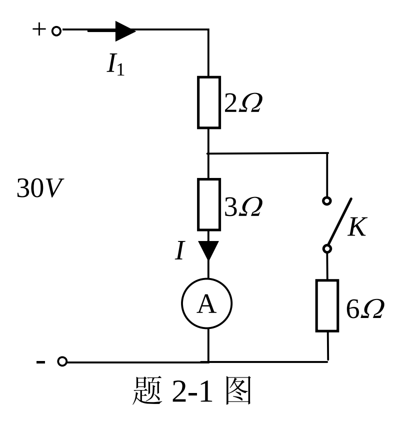
由图示回路得　　$2I_3 - 7I_4 - I_2 = 0$

$$\therefore \quad I_4 = \frac{2I_3 - I_2}{7} = -1A$$

由结点 b 得　　$I_5 = I_2 - I_4 = 4\,A$

由结点 c 得　　$I_6 = -I_3 - I_4 = 3\,A$

2-1　分别求出题 2-1 图示电路在开关 K 打开和闭合两种情况下的电流表 Ⓐ 的读数。



题 2-1 图

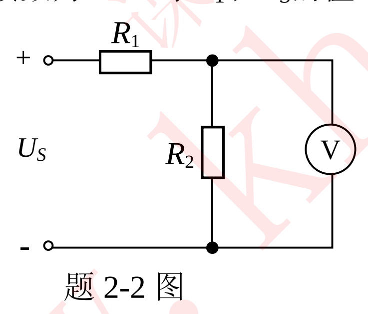
解:打开时:电流表的读数: $I = \dfrac{30}{2+3} = 6(A)$

闭合时:　总电阻 $R = 2 + \dfrac{3\times 6}{3+6} = 4\Omega$

$$I_1 = \frac{30}{R} = \frac{30}{4} = 7.5(A)$$

此时电流表的读数为: $I = \dfrac{6}{3+6} I_1 = \dfrac{2}{3}\times 7.5 = 5(A)$

2-2　题 2-2 图示电路，当电阻R_2=∞时，电压表 Ⓥ 的读数为 12V；当R_2=10Ω时，电压表的读数为 4V，求R_1和U_S的值。



题 2-2 图

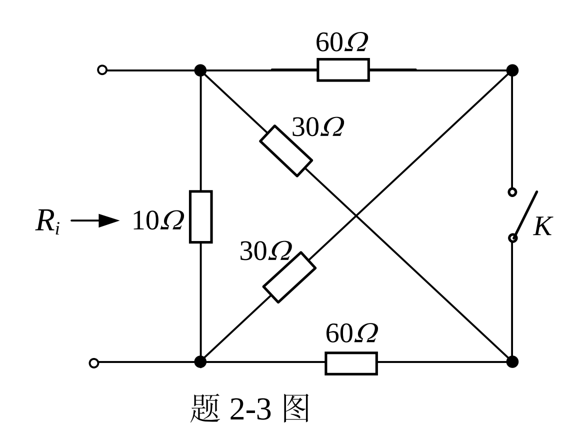
解: 当 $R_2 = \infty$ 时可知电压表读数即是电源电压 U_S.

$\therefore U_S = 12V.$

当 $R_2 = 10\Omega$ 时, 电压表读数: $u = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \dfrac{10}{R_1 + 10} \times 12 = 4$ (V)

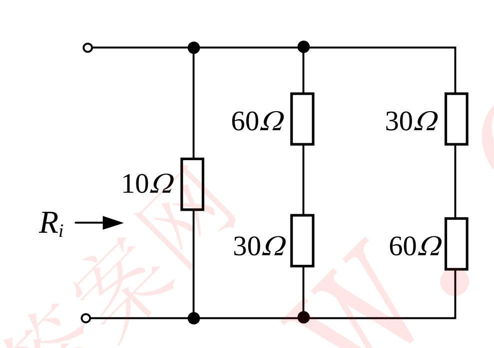
$\therefore R_1 = 20\Omega$

2-3　题 2-3 图示电路。求开关K打开和闭合情况下的输入电阻R_i。



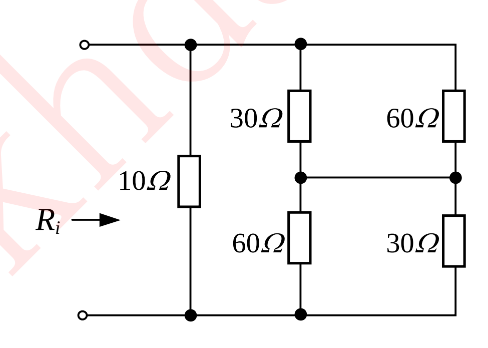
题 2-3 图

解：K 打开，电路图为



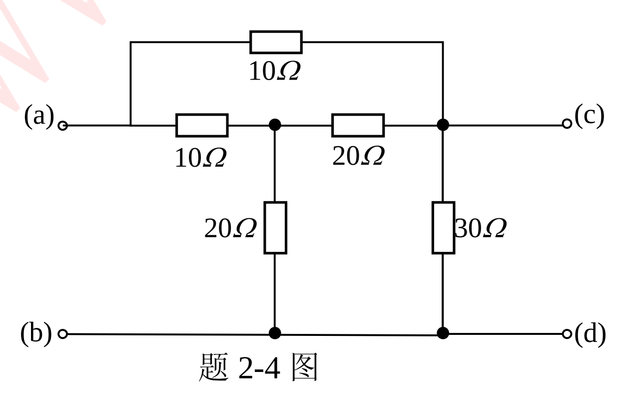
$$\therefore R_i = 10//(60+30)//(60+30) = 10//90//90 = 10//45 = \frac{10\times 45}{10+45} = 8.18(\Omega)$$

K 闭合，电路图为



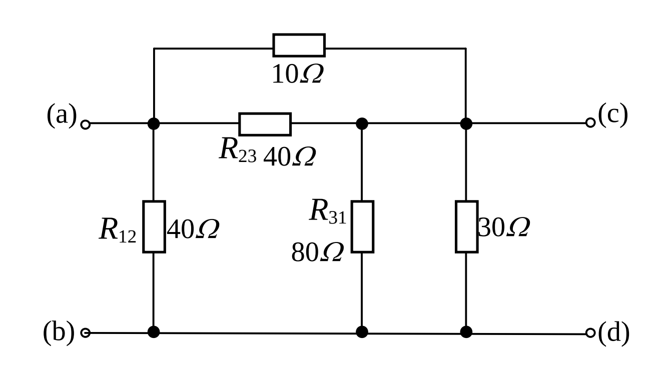
$$\therefore R_i = 10//(30//60+60//30) = 10//2\times\frac{60\times 30}{60+30} = 10//40 = \frac{10\times 40}{10+40} = 8(\Omega)$$

2-4 求题 2-3 图示电路的等效电阻R_{ab}、R_{cd}。



题 2-4 图

解：电路图可变为：



$$R_{23} = \frac{10\times20+20\times20+10\times20}{20} = \frac{800}{20} = 40(\Omega)$$

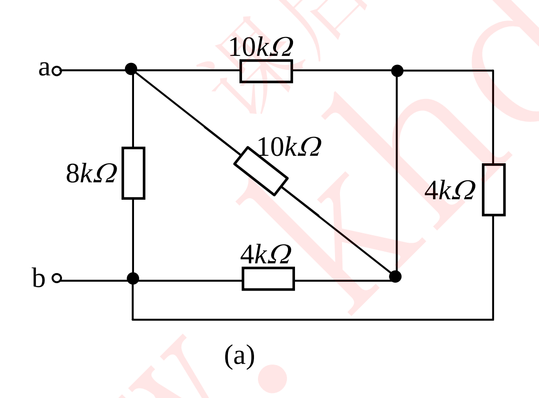
$$R_{31} = \frac{800}{10} = 80(\Omega)$$

$$R_{12} = \frac{800}{20} = 40(\Omega)$$

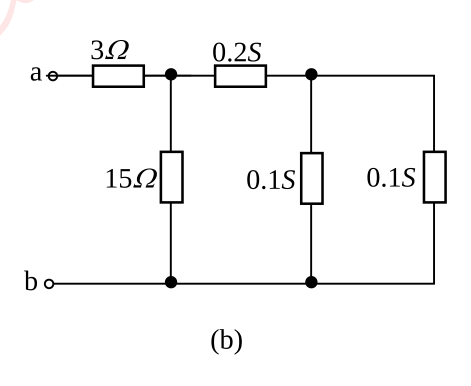
$$R_{ab} = 40//(10//40+30//80) = 40//29.82 = \frac{40\times29.82}{40+29.82} = 17.08(\Omega)$$

$$R_{cd} = 30//80//(10//40+40) = 21.82//48 = \frac{21.82\times48}{21.82+48} = 15(\Omega)$$

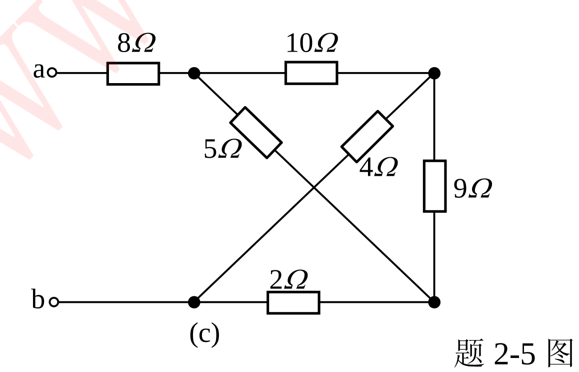
2-5　求题 2-5 图示电路的等效电阻 R_{ab}。



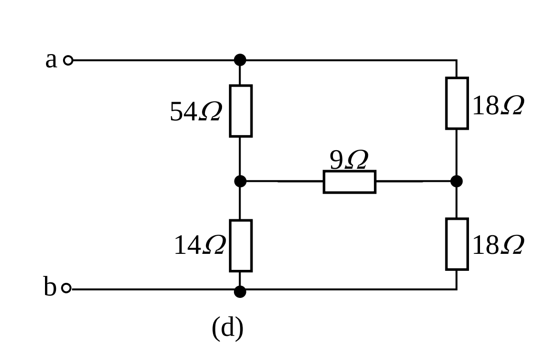
(a)



(b)



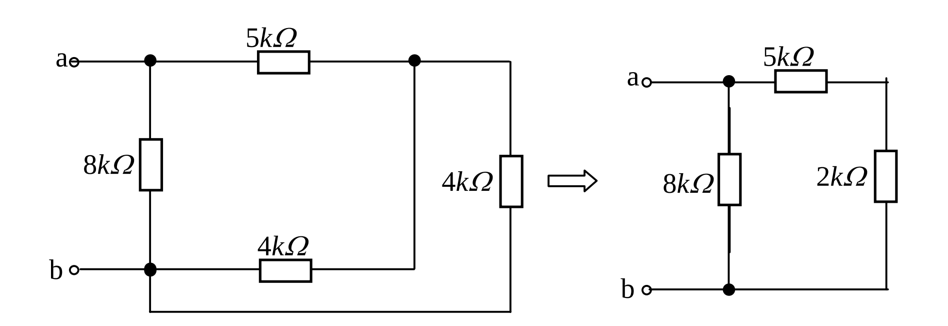
(c)



(d)

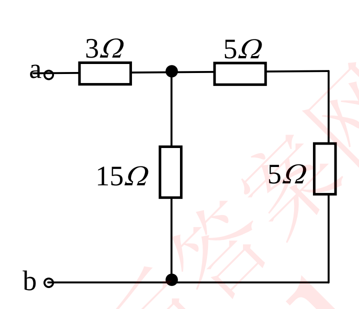
题 2-5 图

解：(a)图等效为：



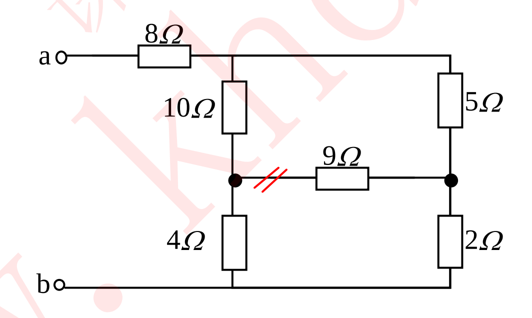
$$\therefore R_{ab}=8//(5+2)=\frac{7\times8}{7+8}=\frac{56}{15}=3.73(k\Omega)$$

(b)图等效为：



$$\therefore R_{ab}=3+15//(5+5)=3+\frac{15\times10}{15+10}=3+\frac{150}{25}=3+6=9(\Omega)$$

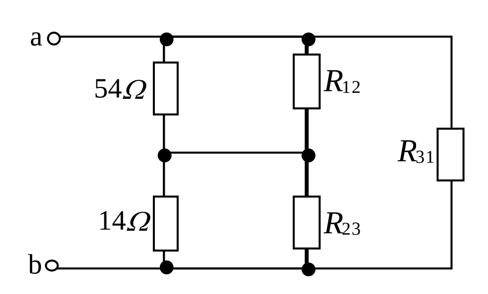
(c)图等效为：



注意到$10\times2=4\times5$，电桥平衡，故电路中 9Ω电阻可断去

$$\therefore R_{ab}=8+(10+4)//(5+2)=8+\frac{14\times7}{14+7}=12.67(\Omega)$$

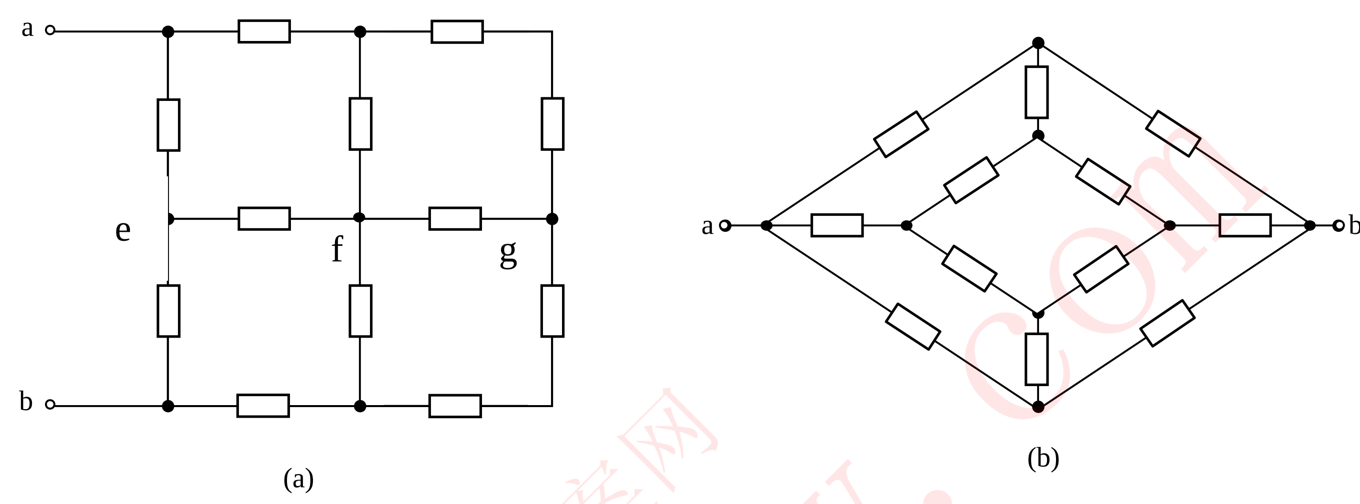
(d)图等效为：



$$R_{12}=\frac{9\times18+18\times8+9\times18}{18}=\frac{648}{18}=36(\Omega)$$

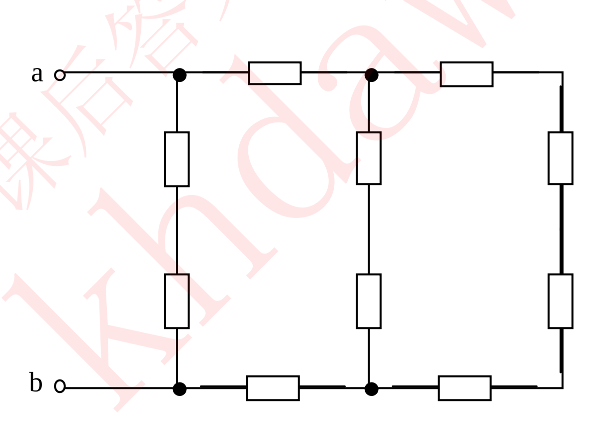
$$R_{23} = R_{12} = 36(\Omega)$$
$$R_{31} = 2R_{12} = 72(\Omega)$$
$$R_{ab} = (54 // 36 + 14 // 36) // 72 = 22(\Omega)$$

2-6　题 2-6 图示电路中各电阻的阻值相等，均为R，求等效R_{ab}.



题 2-6 图

解：e、f、g　为等电位点,所以
(a) 图等效为：

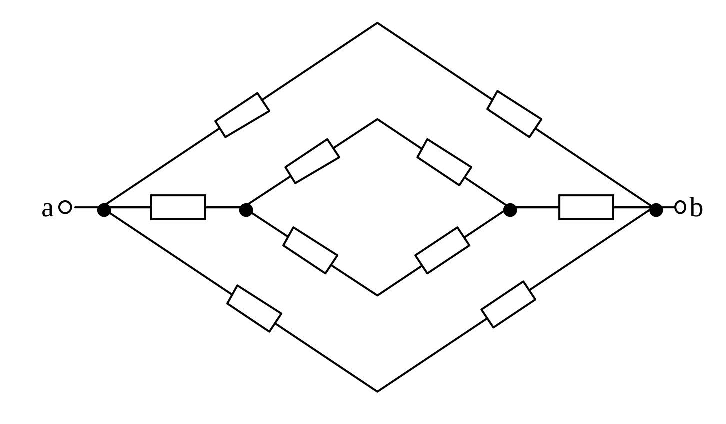


$$R_{ab} = (R + R) // [R + R + (R + R) // (R + R + R + R)]$$

$$= 2R // [2R + 2R // 4R]$$

$$= 2R // \frac{10}{3} R = \frac{5}{4} R$$

(b)图等效为：



$$R_{ab} = (R+R)//(R+R)//[R+(R+R)//(R+R)+R]$$

$$= 2R//2R//(2R+2R//2R)$$

$$= R//3R = \frac{3R^2}{4R} = 0.75R$$

2-7　化简题 2-7 图示各电路.

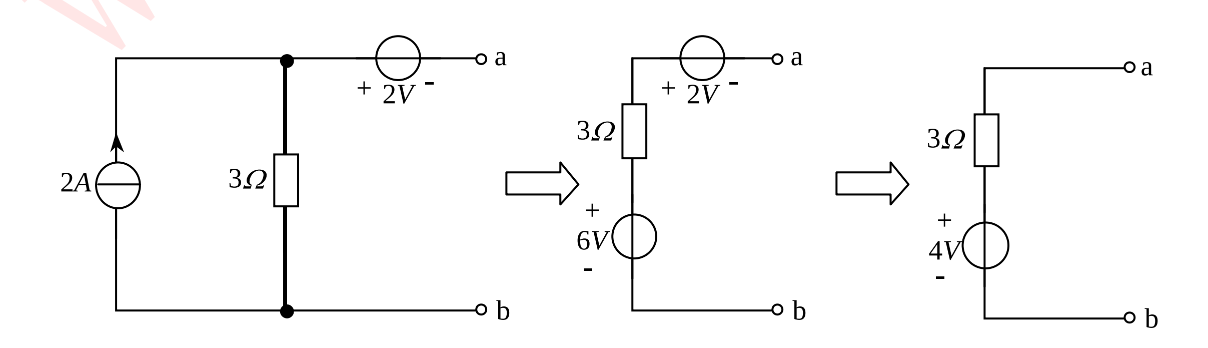
(a)　　(b)

(c)　　(d)

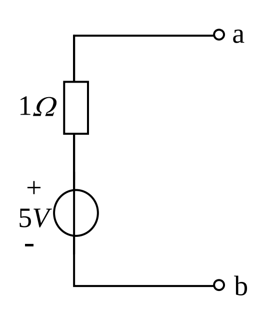
(e)　　(f)

解：　（注：与电流源串联的元件略去，与电压源并联的元件略去）

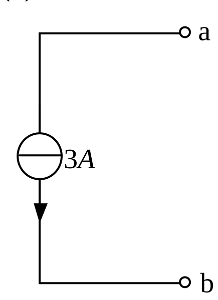
(a)图等效为：



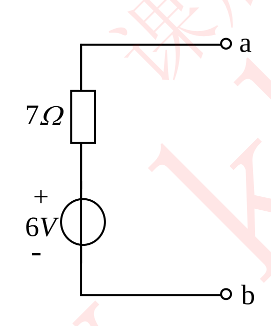
(b)图等效为：



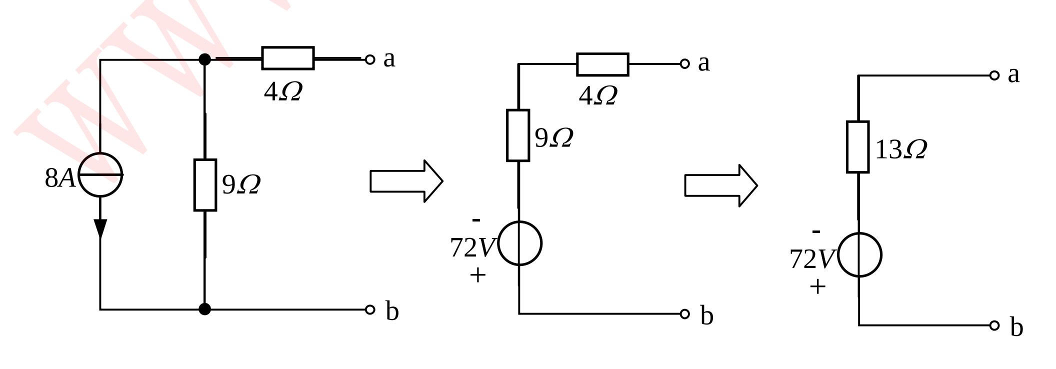
(c)图等效为：



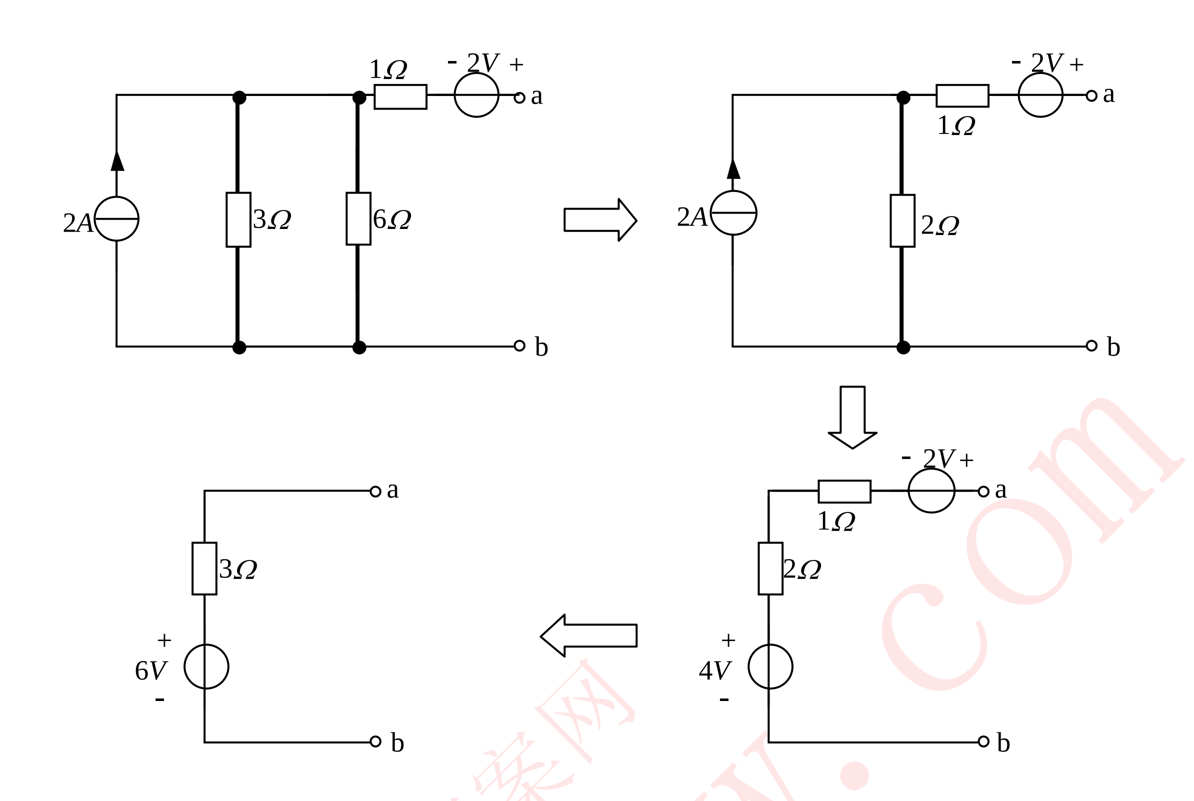
(d)图等效为：



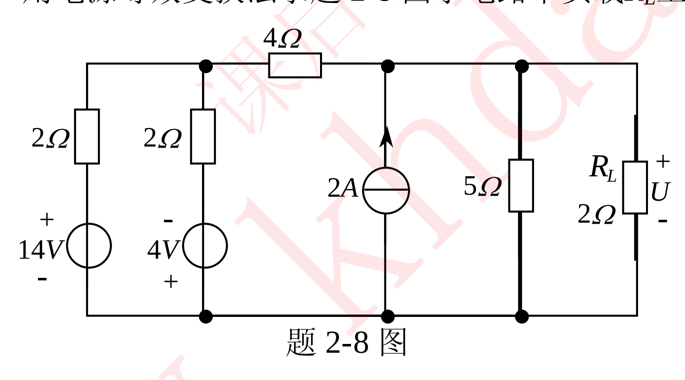
(e)图等效为：



(f)图等效为：

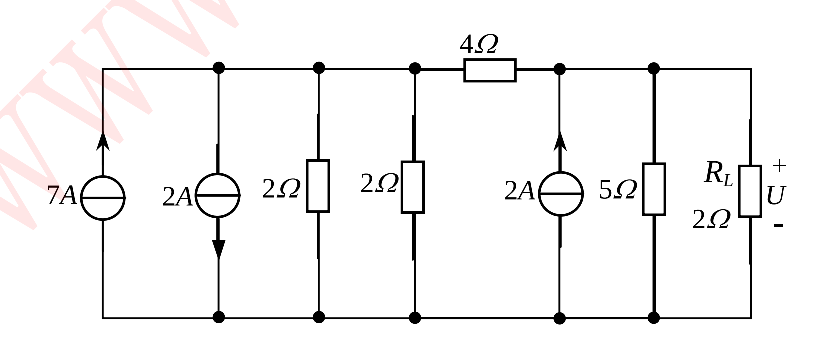


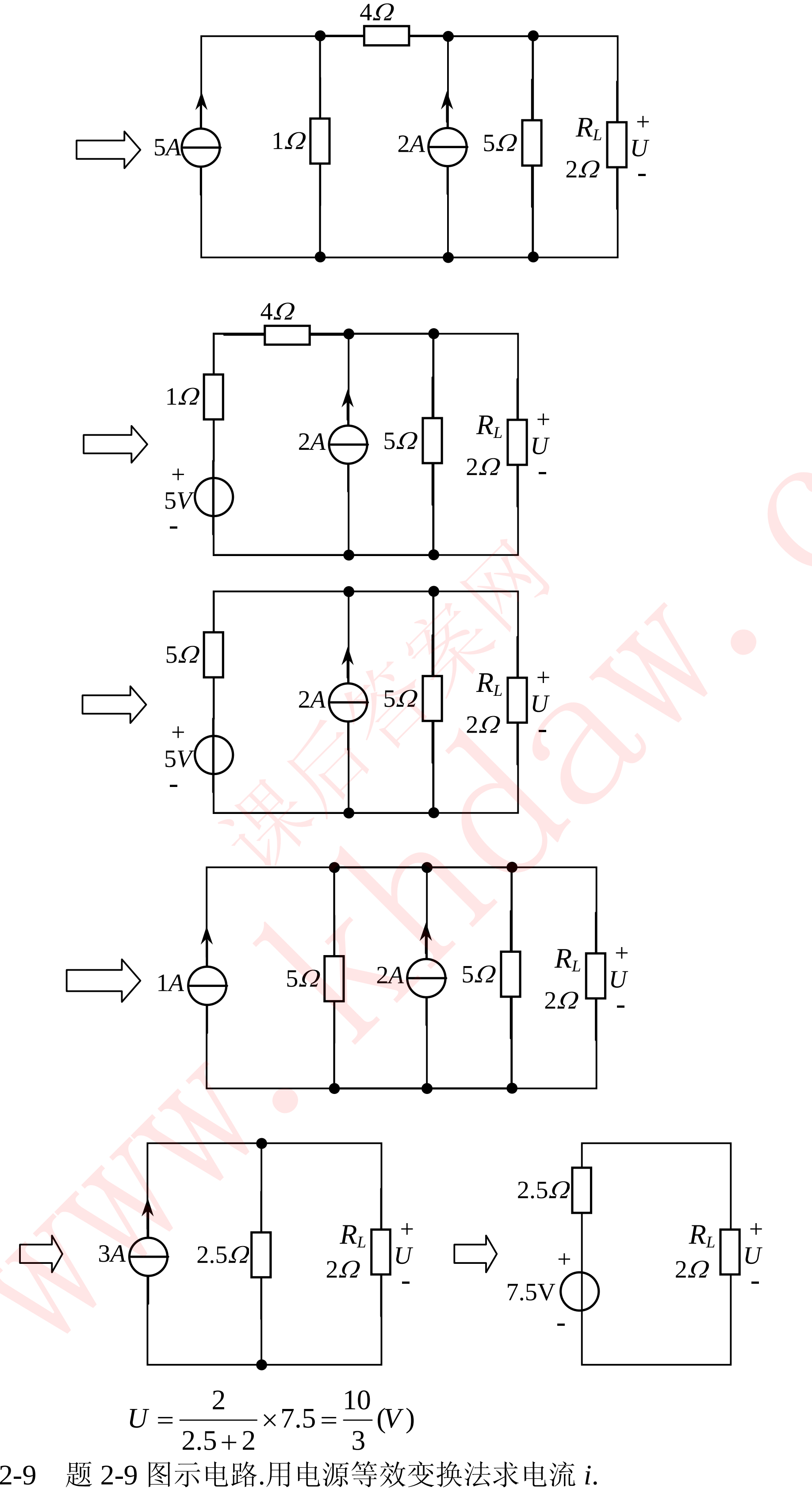
2-8　用电源等效变换法求题 2-8 图示电路中负载R_L上的电压U.



题 2-8 图

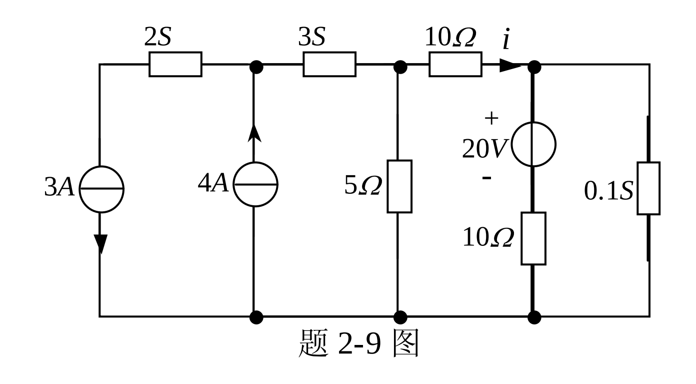
解：电路等效为：





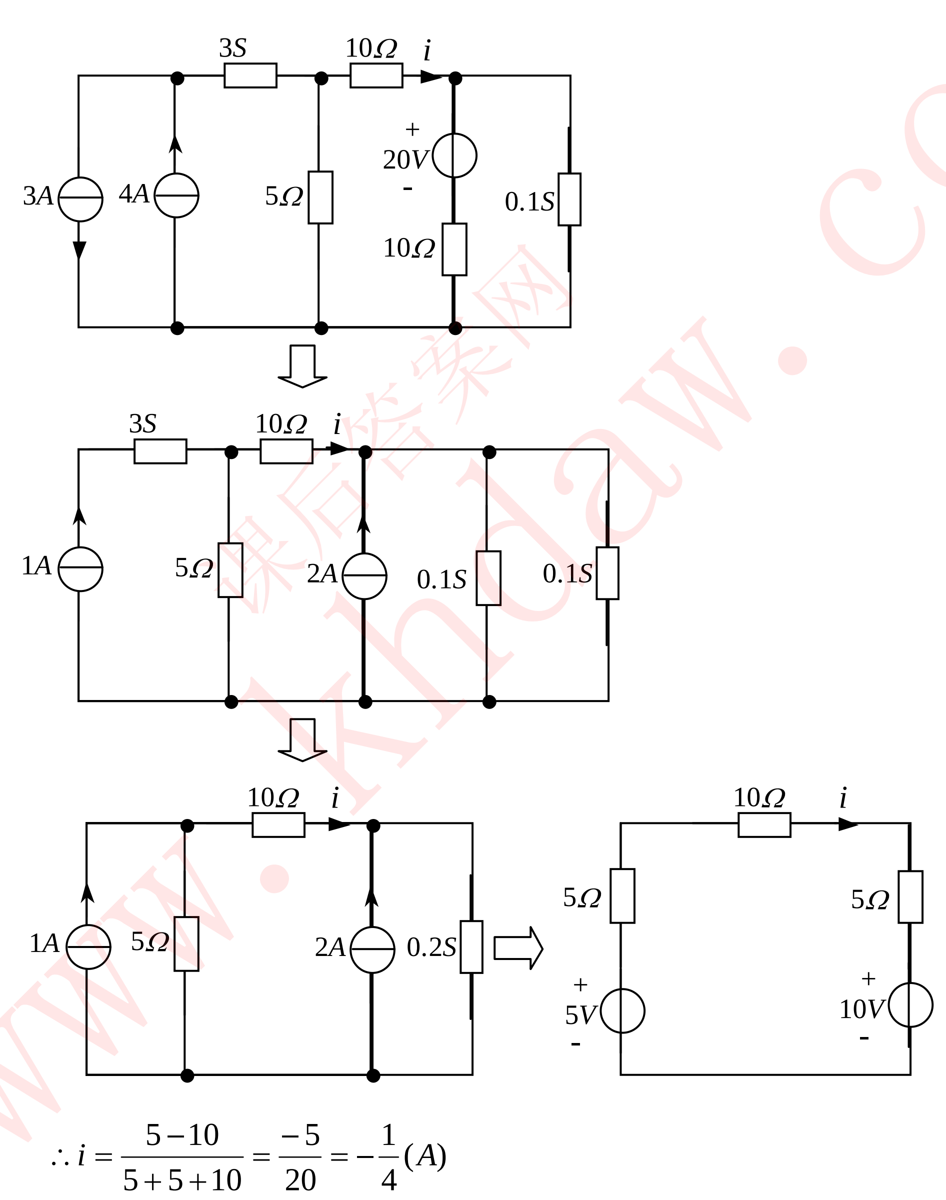
$$U = \frac{2}{2.5+2} \times 7.5 = \frac{10}{3}(V)$$

2-9　题 2-9 图示电路.用电源等效变换法求电流 i.



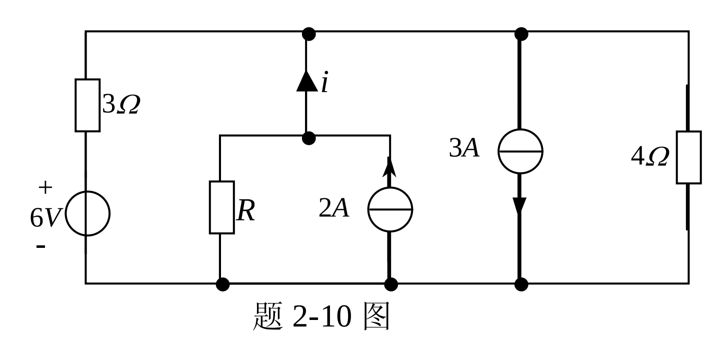
题 2-9 图

解：



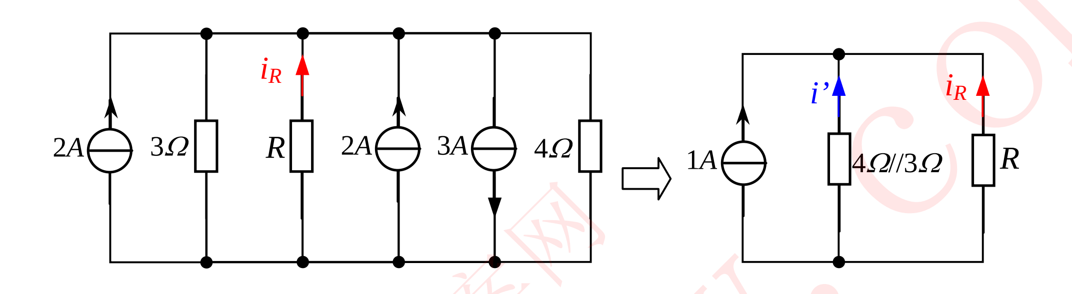
$$\therefore i = \frac{5-10}{5+5+10} = \frac{-5}{20} = -\frac{1}{4}(A)$$

2-10　若题 2-10 图示电路中电流 i 为 1.5A,问电阻 R 的值是多少?



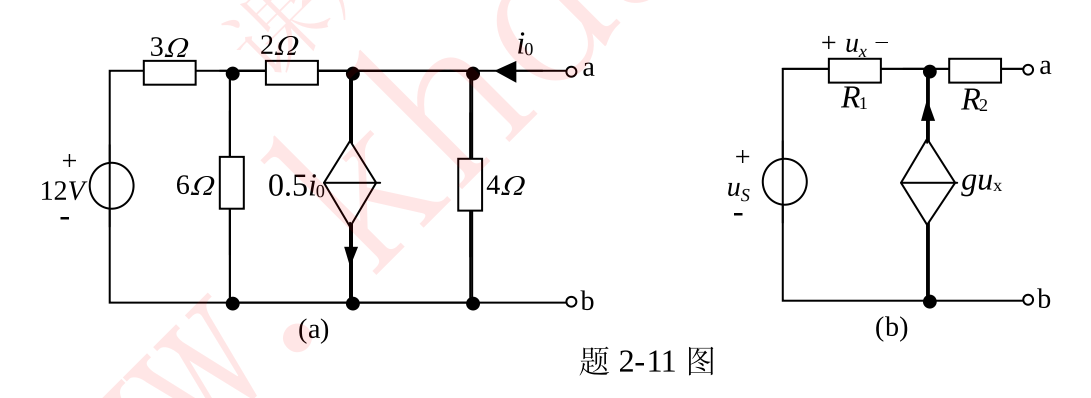
题 2-10 图

解：流过R的电流为$i_R=i-2=1.5-2=-0.5(A)$，再利用电源等效变换，原电路等效为：



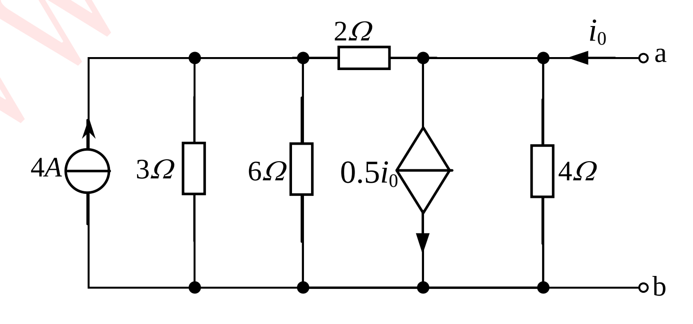
其中 $3\Omega//4\Omega=\frac{12}{7}\Omega$，$i'=-1+0.5=-0.5(A)$，$\therefore R=\frac{12}{7}(\Omega)$

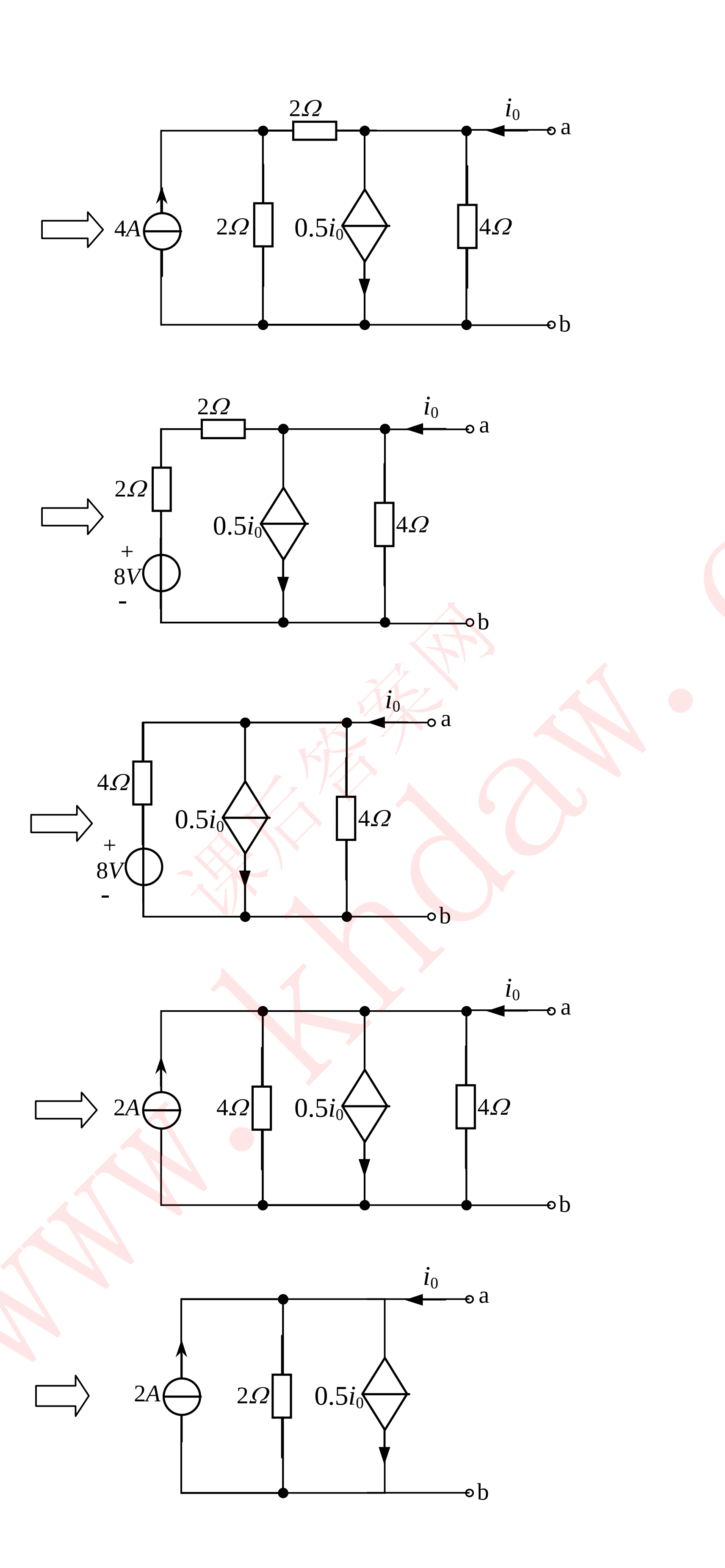
2-11　化简题 2-11 图示电路.



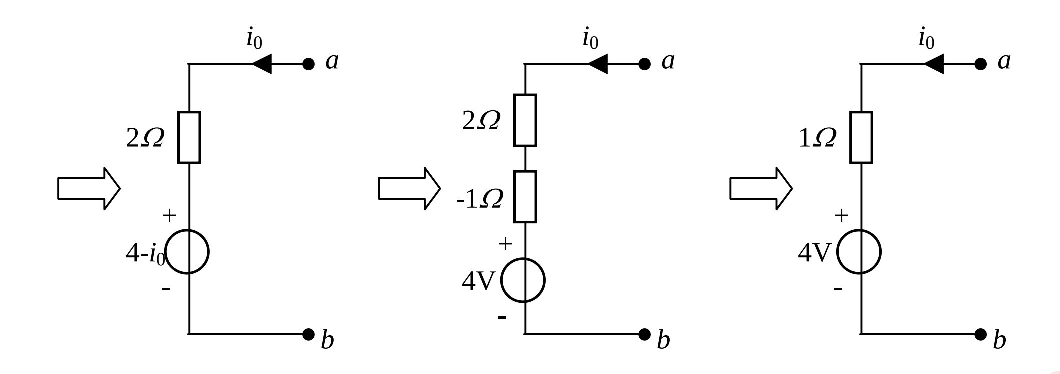
题 2-11 图

解：(a)图等效为：



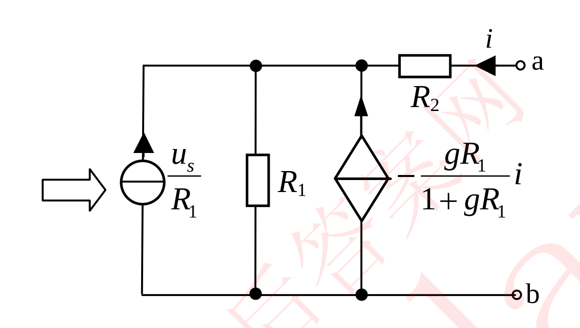


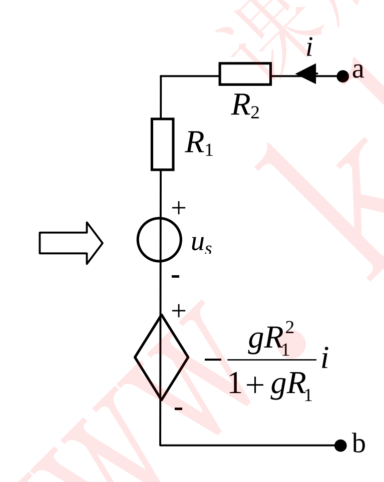
2Ω
i_0
a
4A
2Ω
0.5i_0
4Ω
b
2Ω
i_0
a
2Ω
0.5i_0
4Ω
+
8V
-
b
i_0
a
4Ω
0.5i_0
4Ω
+
8V
-
b
i_0
a
2A
4Ω
0.5i_0
4Ω
b
i_0
a
2A
2Ω
0.5i_0
b



(b)图：设端口电流为 i，则 $\dfrac{u_x}{R_1}+gu_x+i=0$ $\quad\therefore u_x=-\dfrac{R_1}{1+gR_1}i$

原电路变为：

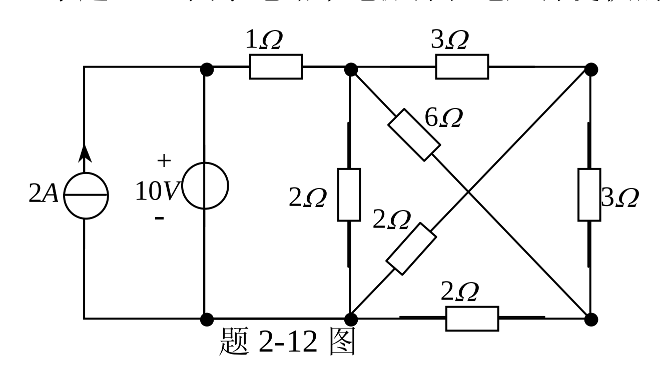




a
+
u_s
-
$R_2+\dfrac{R_1}{1+gR_1}$
b

$$R_1+(-\frac{gR_1^2}{1+gR_1})=\frac{R_1}{1+gR_1}$$

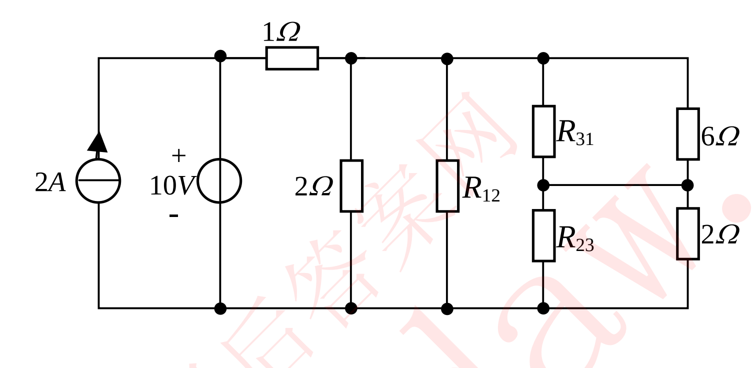
2-12　求题 2-12 图示电路中电流源和电压源提供的功率分别是多少?

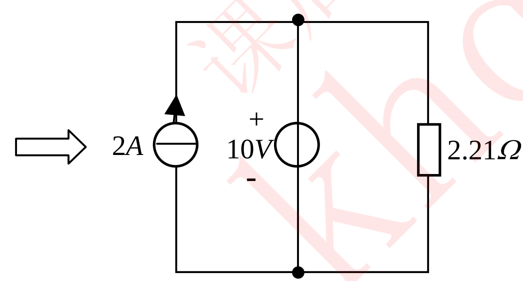


题 2-12 图

解：电流源发出功率为 $P = 2\times10 = 20(w)$

原图可变为：





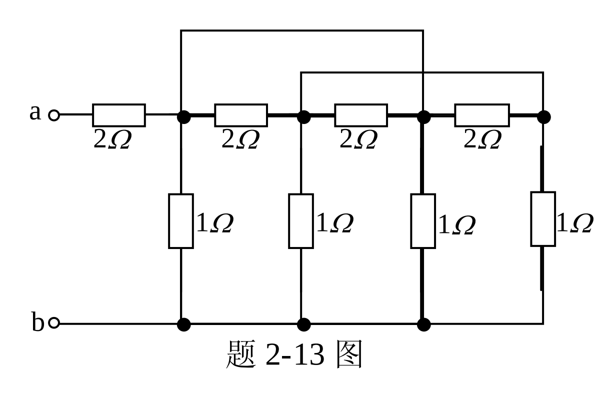
$$R_{12} = \frac{3\times3+2\times3+2\times3}{3} = 7(\Omega), R_{31} = \frac{21}{2}(\Omega), R_{23} = 7(\Omega)$$

$$\therefore R_{总} = 1+2//7//(\frac{21}{2}//6+7//2) = 1+\frac{14}{9}//(\frac{42}{11}+\frac{14}{9}) = 1+1.21 = 2.21(\Omega)$$

$$\therefore P_{总} = \frac{U^2}{R_{总}} = 45.32(w)$$

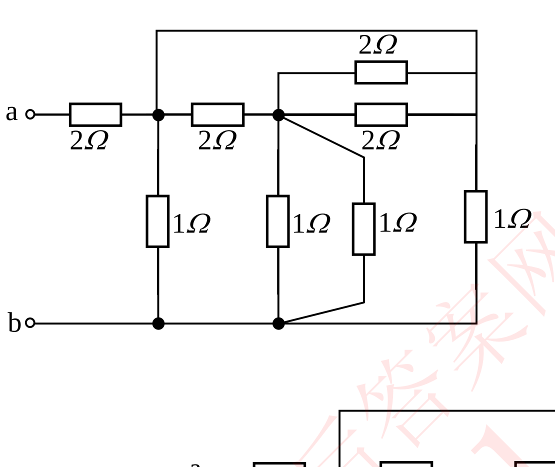
$\therefore$ 电压源发出的功率 P=45.32−20=25.32(w)

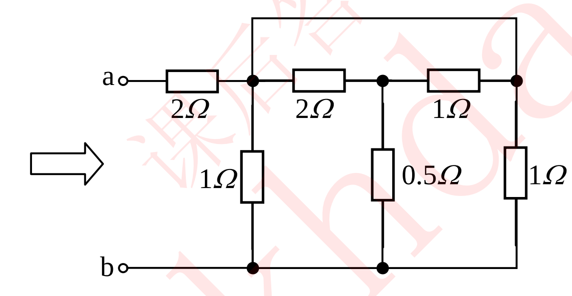
2-13　求题 2-13 图示电路a、b端的等效电阻R_{ab}.

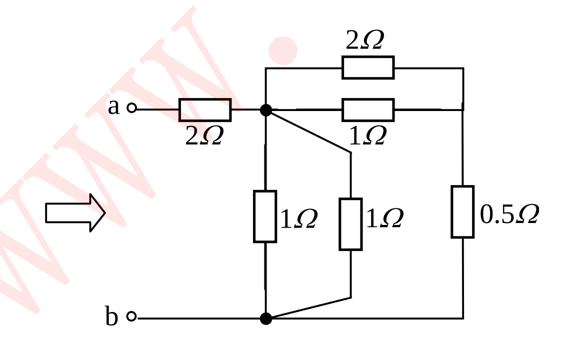


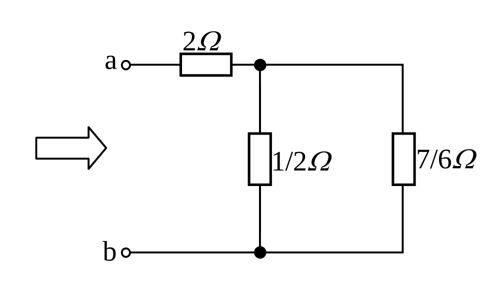
题 2-13 图

解：原电路等效为：





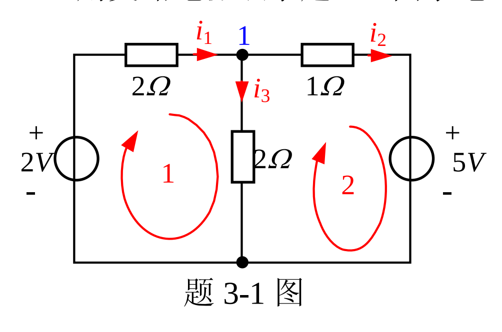




$$\therefore R_{ab}=2+(\frac{1}{2}//\frac{7}{6})=\frac{47}{20}=2.35(\Omega)$$



3-1 用支路电流法求题 3-1 图示电路的各支路电流。



题 3-1 图

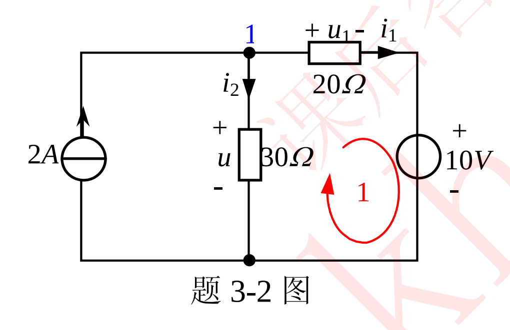
解：设各支路电流和网孔绕向如图所示 对结点 1：$i_1 = i_2 + i_3$

对回路 1：$2i_1 + 2i_3 = 2$

对回路 2：$i_2 - 2i_3 = -5$

联立求解得：$\begin{cases} i_1 = -0.5(A) \\ i_2 = -2(A) \\ i_3 = 1.5(A) \end{cases}$

3-2 用支路电流法求题 3-2 图中各支路电流，并计算个元件吸收的功率。



题 3-2 图

解：设各支路电流和网孔绕向如图所示

对结点 1：$2 = i_2 + i_1$

对回路 1：$20i_1 - 30i_2 = -10$

联立求解得：$\begin{cases} i_1 = 1(A) \\ i_2 = 1(A) \end{cases}$

$u = 30i_2 = 30 \times 1 = 30(V)$

$u_1 = u - 10 = 30 - 10 = 20(V)$

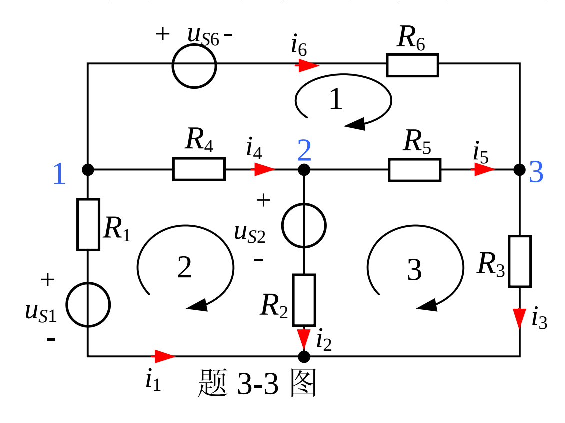
$\therefore 2A$ 电流源吸收的功率为：$P_{2A} = -2u = -2 \times 30 = -60(w)$

10V 电压源吸收的功率为：$P_{10V} = 10i_1 = 10 \times 1 = 10(w)$

30Ω电阻吸收的功率为：$P_{30\Omega}=ui_2=30\times1=30(w)$

20Ω电阻吸收的功率为：$P_{20\Omega}=u_1i_1=20\times1=20(w)$

3-3　列出题 3-3 图示电路的支路电流方程。



题 3-3 图

解：设各支路电流和网孔绕向如图所示

对结点 1：$i_1+i_4+i_6=0$

对结点 2：$i_2-i_4+i_5=0$

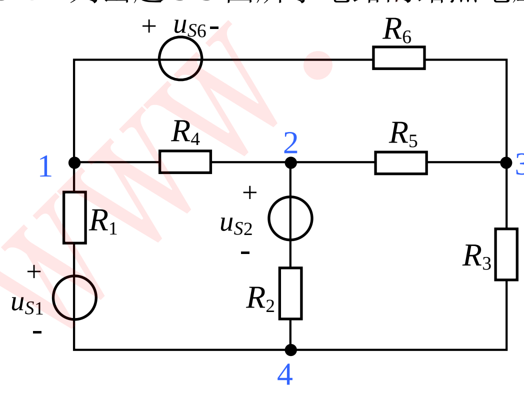
对结点 3：$i_3-i_5-i_6=0$

对回路 1：$R_6i_6-R_5i_5-R_4i_4=-u_{S6}$

对回路 2：$R_4i_4+R_2i_2-R_1i_1=-u_{S2}+u_{S1}$

对回路 3：$R_5i_5+R_3i_3-R_2i_2=u_{S2}$

3-4　列出题 3-3 图所示电路的结点电压方程。



题 3-3 图

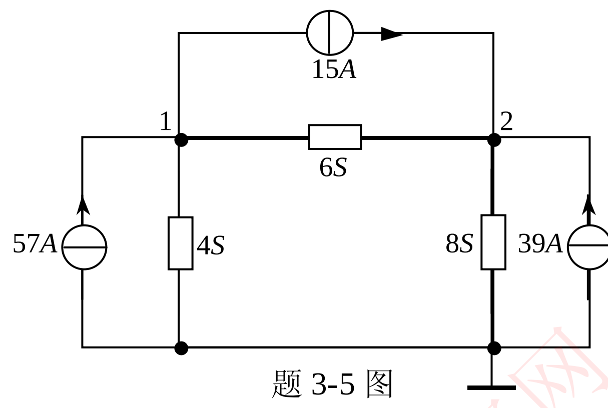
解：以结点 4 作为参考结点

对结点 1：$(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_1})u_1-\frac{u_2}{R_4}-\frac{u_3}{R_6}=\frac{u_{S6}}{R_6}+\frac{u_{S1}}{R_1}$

对结点 2： $-\frac{u_1}{R_4}+(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5})u_2-\frac{u_3}{R_5}=\frac{u_{S2}}{R_2}$

对结点 3： $-\frac{u_1}{R_6}-\frac{u_2}{R_5}+(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_5})u_3=-\frac{u_{S6}}{R_6}$

3-5　求题 3-5 图示电路的结点电压u_1和u_2。



题 3-5 图

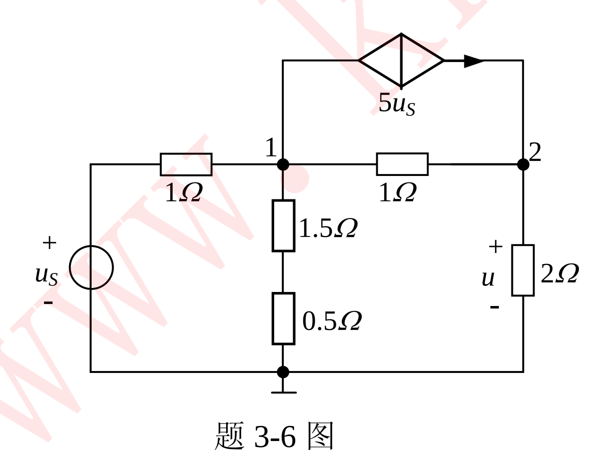
解：取参考结点如图所示

对结点 1： $(4+6)u_1-6u_2=57-15$

对结点 2： $-6u_1+(6+8)u_2=15+39$

联立求解得： $\begin{cases}u_1=8.77(V)\\u_2=7.62(V)\end{cases}$

3-6　如题 3-6 图所示电路，用结点电压法求U/U_S。



题 3-6 图

解：取参考结点如图所示,列结点电压方程：

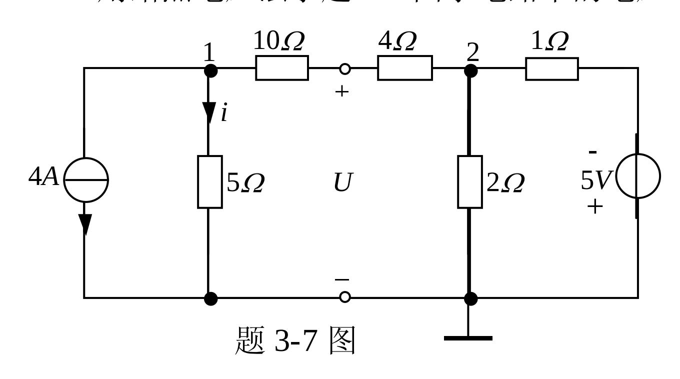
结点 1： $(1+\frac{1}{2}+1)u_1-u_2=\frac{u_S}{1}-5u_S$

结点 2： $-u_1+(1+\frac{1}{2})u_2=5u_S$

其中 $u=u_2$

联立求出 $u_2=\dfrac{17}{5.5}u_S=u \qquad \therefore u/u_S=34/11$

3-7 用结点电压法求题 3-7 图示电路中的电压 U。



题 3-7 图

解：对结点 1：$(\frac{1}{5}+\frac{1}{14})u_1-\frac{1}{14}u_2=-4$

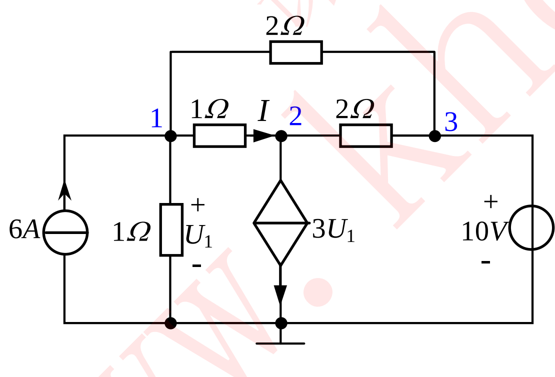
对结点 2：$-\frac{1}{14}u_1+(\frac{1}{14}+\frac{1}{2}+1)u_2=-\frac{5}{1}$

联立求解得：$u_1=-15.76(V)$

$u_2=-3.9(V)$

$\therefore u=\dfrac{u_1-u_2}{14}\times 4+u_2=-7.3(V)$

3-8 用结点电压法求题 3-8 图示电路的 U_1 和 I。



题 3-8 图

解：对结点 1：$(1+\frac{1}{2}+1)U_1-U_2-\frac{1}{2}U_3=6$

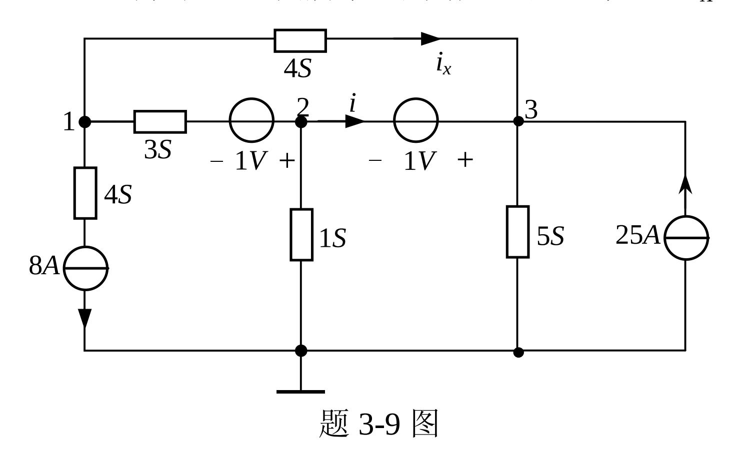
对结点 2：$-U_1+(\frac{1}{2}+1)U_2-\frac{1}{2}U_3=-3U_1$

对结点 3：$U_3=10$

联立求解得：$\begin{cases}U_1=3.74(V)\\U_2=-1.65(V)\end{cases}$

$$I=\frac{U_1-U_2}{1}=5.39(A)$$

3-9　电路如题 3-9 图所示。用结点电压法求电流I_X。



题 3-9 图

解：结点 1：$(3+4)u_1-3u_2-4u_3=-8-3$

结点 2：$-3u_1+(3+1)u_2=3-i$

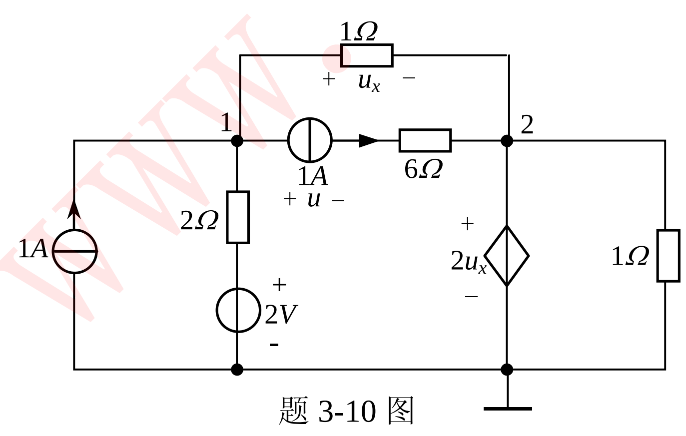
结点 3：$-4u_1+(4+5)u_3=25+i$

补充方程：$u_3-u_2=1$

联立求解得：$\begin{cases}u_1=1\\u_2=2\\u_3=3\end{cases}$

$\therefore i_x=4(u_1-u_3)=-8(A)$

3-10　用结点电压法求题 3-10 图示电路中的u_X。



题 3-10 图

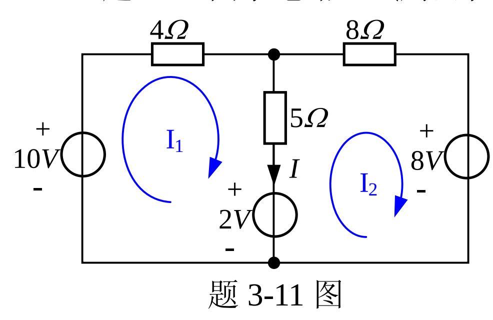
解：列结点电压方程：

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+1)u_1-u_2=1-1+\frac{2}{2}\\u_2=2u_x\end{cases}$$

补充方程：$u_1 - u_2 = u_x$

联立求解得：$u_x = 0.4(V)$

3-11　题 3-11 图示电路。试用网孔电流法求电流 I。



题 3-11 图

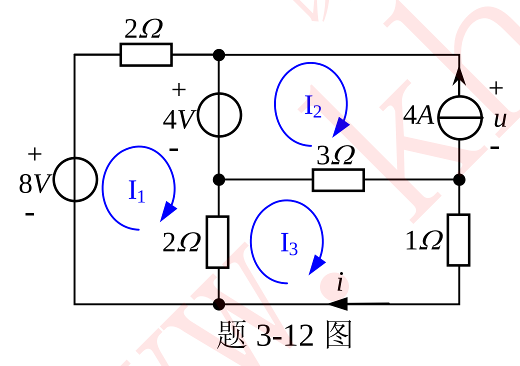
解：对回路 1：$(4+5)I_1 - 5I_2 = 10-2$

对回路 2：$-5I_1 + (5+8)I_2 = 2+8$

联立求解 $\begin{cases} I_1 = 1.67 \\ I_2 = 1.41 \end{cases}$

$\therefore I = I_1 - I_2 = 0.26(A)$

3-12　用网孔电流法求题 3-12 图示电路中的 i 和 u。



题 3-12 图

解：设各网孔电流如图，

对网孔 1：$(2+2)I_1 + -2I_3 = 8-4$

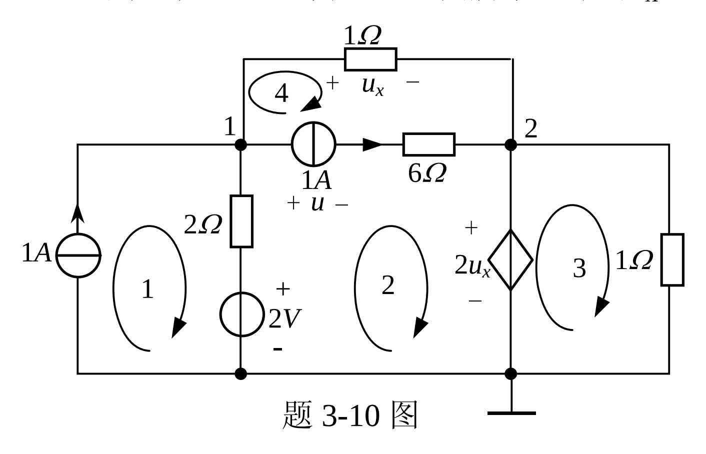
对网孔 2：$I_2 = -4$

对网孔 3：$-2I_1 - 3\times(-4) + (2+3+1)I_3 = 0$

联立求解得：$\begin{cases} I_1 = 0 \\ I_2 = -4 \\ I_3 = -2 \end{cases}$

$\therefore i = I_3 = -2(A), u = 4 + 3(I_3 + 4) = 4 + 3(-2 + 4) = 10(V)$

3-13　用网孔电流法求题 3-10 图所示电路的u_X。



题 3-10 图

解：设各网孔电流如图,列网孔电流方程：

对网孔 1：$I_1 = 1$

对网孔 2：$2(I_2 - 1) + 6(I_2 - I_4) = 2 - u - 2u_x$

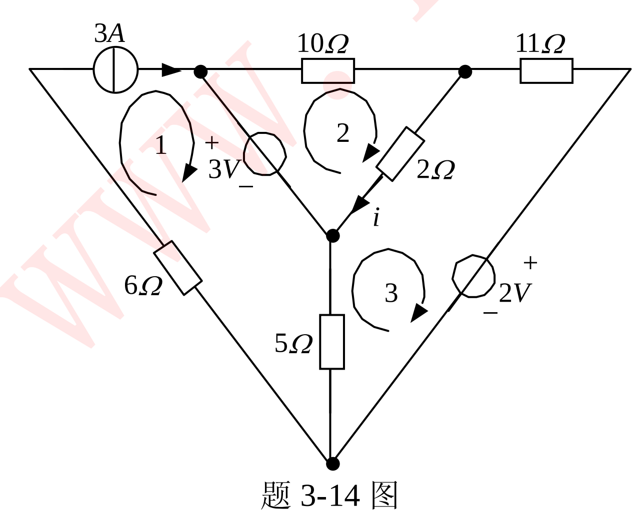
对网孔 3：$I_3 = 2u_x$

对网孔 4：$I_4 + 6(I_4 - I_2) = u$

补充方程：$I_2 - I_4 = 1,\quad u_x = 1 \times I_4$

联立求解得：$u_x = 0.4(V)$

3-14　用网孔电流法求题 3-14 图示电路中的 i。



题 3-14 图

解：设各网孔电流如图,列网孔方程：

网孔 1：$I_1 = 3$

网孔 2：$10I_2 + 2(I_2 - I_3) = 3$

网孔 3：$11I_3 + 2 + 5(I_3 - I_1) + 2(I_3 - I_2) = 0$

联立求解得：$\begin{cases} I_1 = 3 \\ I_2 = 0.38 \\ I_3 = 0.76 \end{cases}$

$\therefore i = I_2 - I_3 = 0.38 - 0.76 = -0.38(A)$

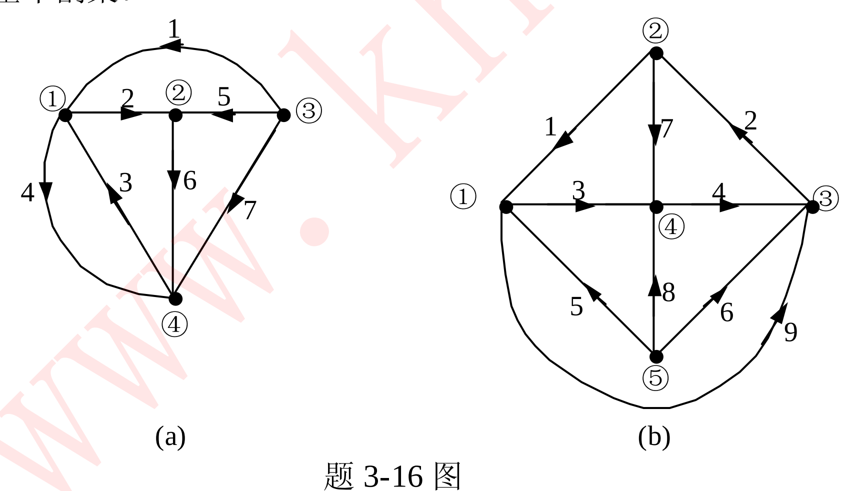
3-15　若把流过同一电流的分支作为支路，画出题 3-10 图、题 3-14 图所示电路的拓扑图。

解：



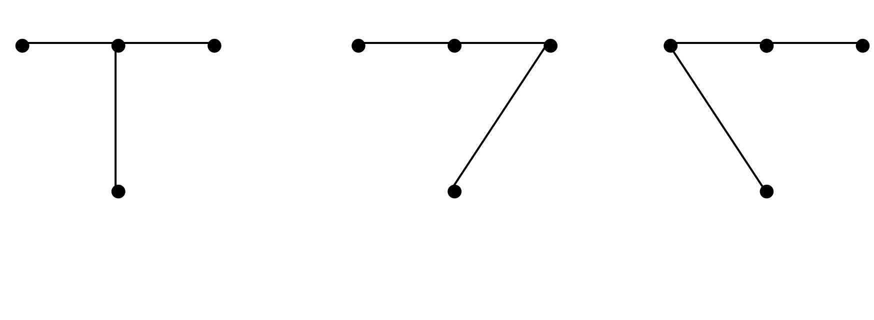
题 3-10 图　　　　题 3-14 图

3-16　对题 3-16 图示拓扑图分别选出三个不同的树，并确定其相应基本回路和基本割集。



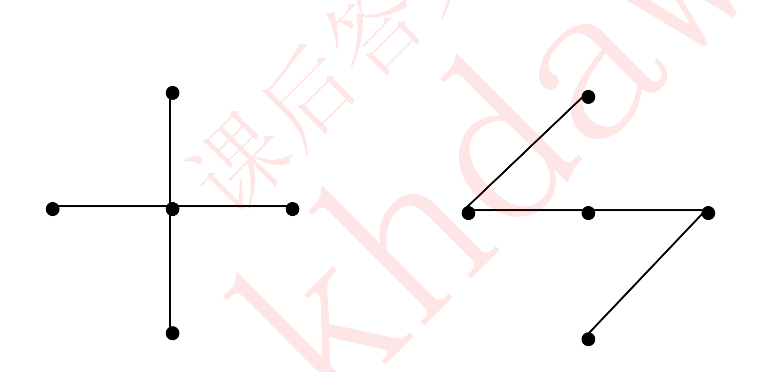
题 3-16 图

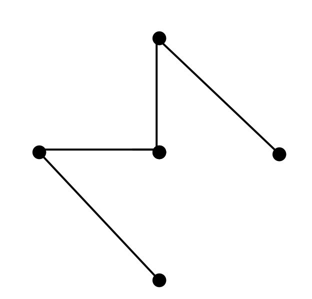
解：(a)图：



基本回路：	{2，5，1}	{2，3，7，5}	{3，4}
	{2，3，6}	{2，4，7，5}	{2，3，6}
	{2，4，6}	{5，6，7}	{2，3，7，5}
	{5，6，7}	{1，2，5}	{2，5，1}
基本割集：	{1，2，3，4}	{1，2，3，4}	{1，5，7}
	{4，3，6，7}	{1，5，6，3，4}	{4，3，6，7}
	{1，5，7}	{4，3，6，7}	{1，2，6，7}

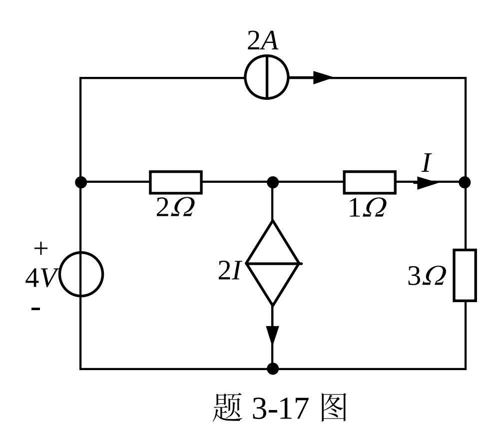
(b)图：





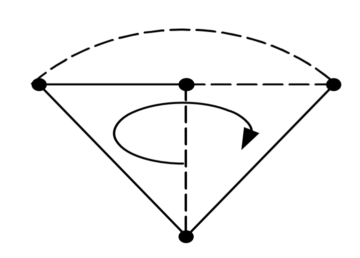
基本回路：	{1，3，7}	{1，3，7}	{1，3，7}
	{2，4，7}	{1，3，4，2}	{2，4，7}
	{3，5，8}	{3，4，6，5}	{2，7，3，5，6}
	{4，6，8}	{4，6，8}	{3，5，8}
	{3，4，9}	{3，4，9}	{3，7，2，9}
基本割集：	{1，3，5，9}	{1，7，2}	{2，4，6，9}
	{1，7，2}	{2，7，3，5，9}	{1，7，4，6，9}
	{2，4，6，9}	{2，4，8，5，9}	{1，3，8，6，9}
	{5，8，6}	{5，8，6}	{5，8，6}

3-17　用回路电流法求题 3-17 图示电路中的电流 I。



题 3-17 图

解：选树：



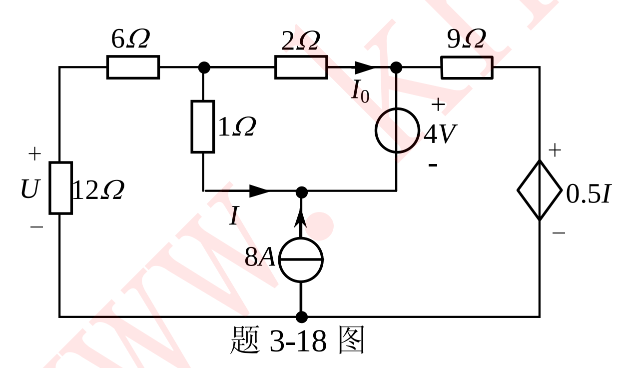
其中实线为树支，虚线为连支。

列回路方程得：

$$2(2I+I)+I+3(2+I)=4$$

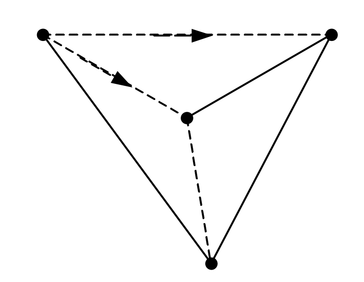
解得：$I=-0.2(A)$

3-18　用回路电流法求题 3-18 图示电路中的I、I_0和U。



题 3-18 图

解：选树：



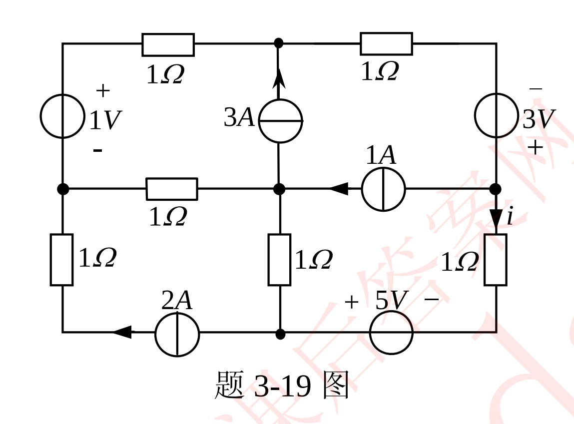
其中实线为树支，虚线为连支，选带箭头的为基本回路的一部分。
对两个基本回路列方程得：

$$\begin{cases} 6(I+I_0)+12(I+I_0)+2I_0+9(I+I_0+8)+0.5I=0 \\ (6+12)(I+I_0)+I+9(I+I_0+8)+0.5I=4 \end{cases}$$

解得：$\begin{cases} I_0=-2.167A \\ I=-0.333A \end{cases}$

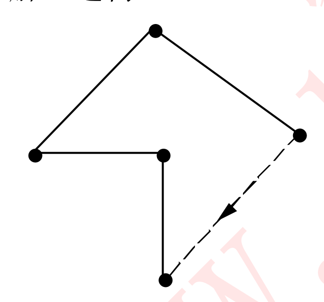
$$u=-12(I+I_0)=-12(-2.167-.333)=30V$$

3-19　对题 3-19 图示电路选一棵合适的树，以便用一个方程算出电流 i，且问电流 i 的值为多少？



题 3-19 图

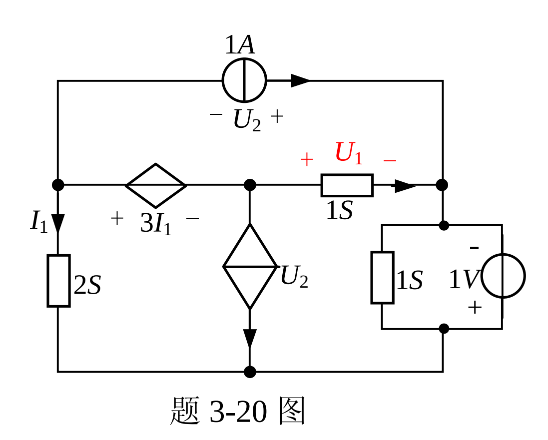
解：选树：



列方程：$-1+(1+i-3)+(1+i)-3+i-5+(i-2)+(i-2+1-3)=0$

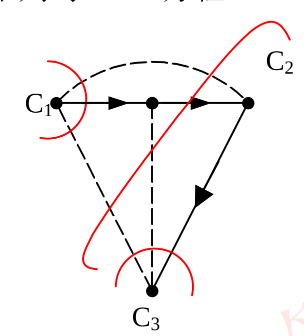
$$\therefore i=3.2A$$

3-20　用割集分析法求题 3-20 图示电路中的电流I_1。



题 3-20 图

解：选树与基本割集：树支电压为 $3I_1$、1V和U_1，前两个为电压源，可不列写 KCL 方程。



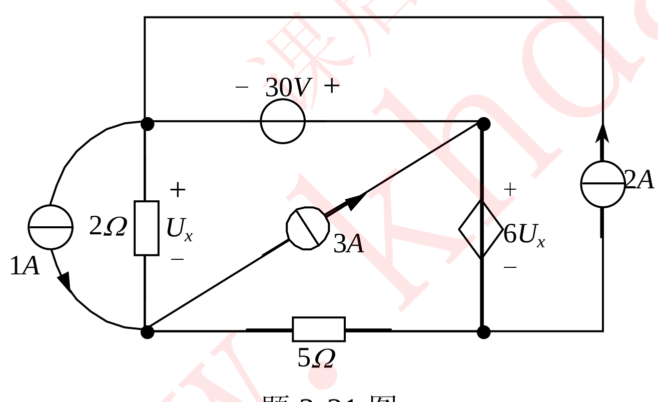
C_2：$I_1+U_2+1\times U_2+1=0$

辅助方程：$I_1=2(3I_1+U_1-1)$

$U_2=-(3I_1+U_1)$

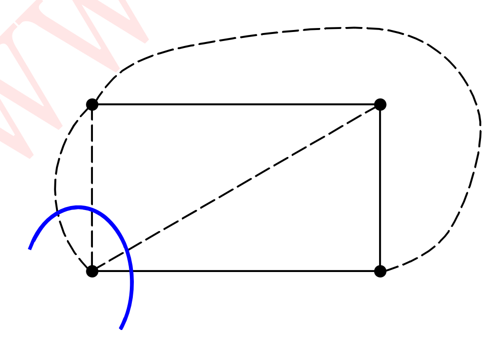
联立求解：I_1=0.5A

3-21　用割集分析法求题 3-21 图示电路中的U_X。



题 3-21 图

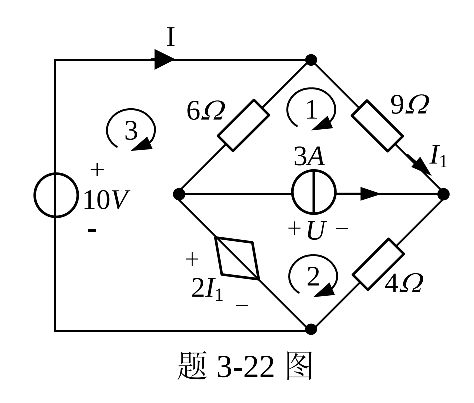
解：选割集：



列方程：$-1-u_x/2+3+\dfrac{6u_x-30-u_x}{5}=0$

解得：$u_x = 8V$

3-22　求题 3-22 图示电路的电压 U 和电流 I。



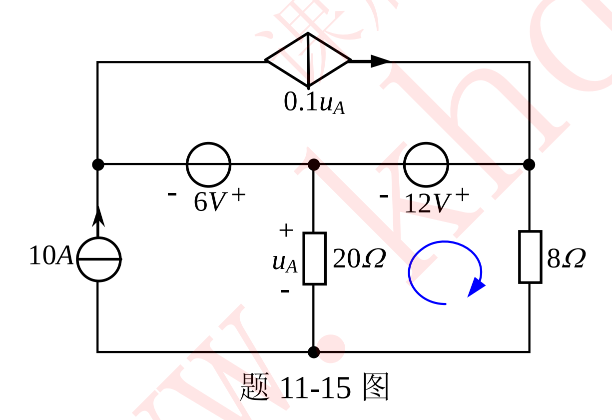
题 3-22 图

解：列网孔方程：:

$$\begin{cases} -6(I-I_1)+9I_1-U=0 \\ 6(I-I_1)+2I_1=10 \\ U+4(3+I_1)=2I_1 \end{cases}$$

解得：$\begin{cases} U=-11.69V \\ I=1.56A \end{cases}$

3-23　求题 3-23 图示电路中的电压u_A。



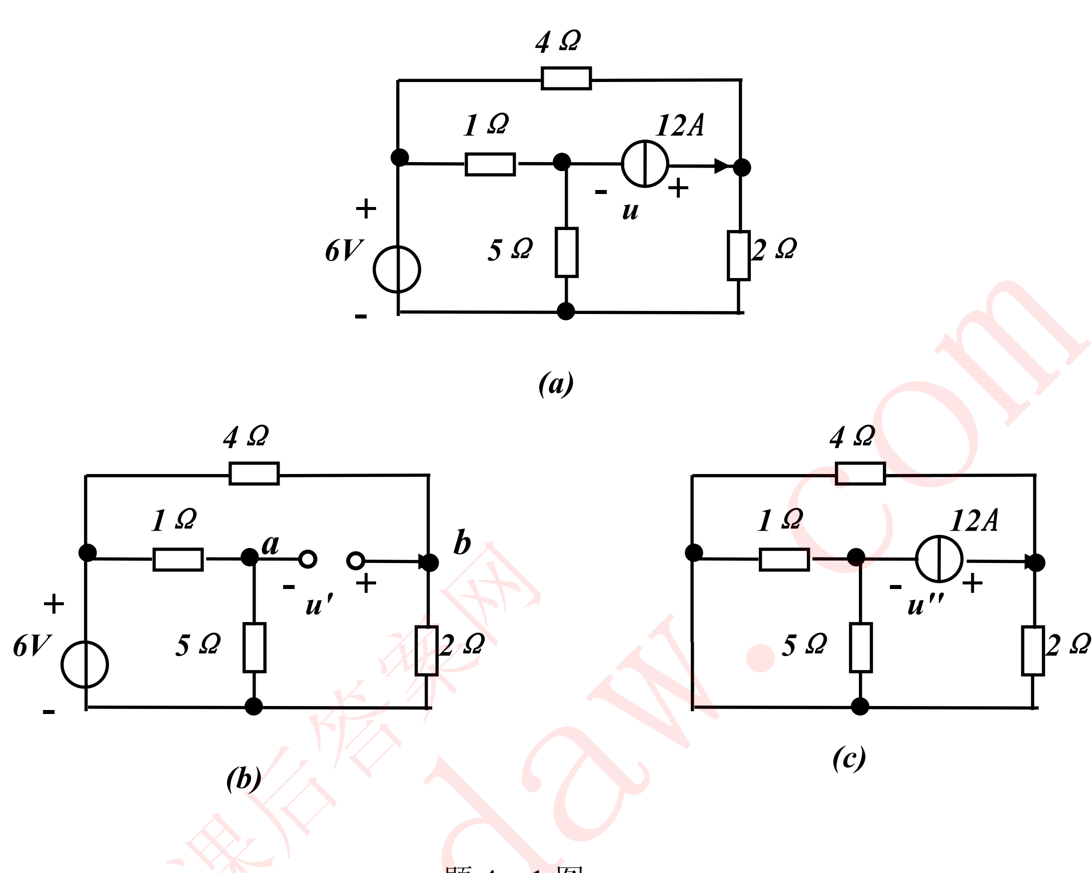
题 11-15 图

解：列回路方程得：$-u_A+8(10-\dfrac{uA}{20})=12$

$$\therefore u_A = 48.57V$$

习题四

4—1 用叠加定理求题 4—1 图示电流源两端的电压u。



题 4—1 图

解：电压源单独作用时如图(b)所示，则

$$u_a = \frac{6}{1+5}\times 5 = 5V \qquad u_b = \frac{6}{4+2}\times 2 = 2V$$

而 $$u' = u_b - u_a = 2 - 5 = -3V$$

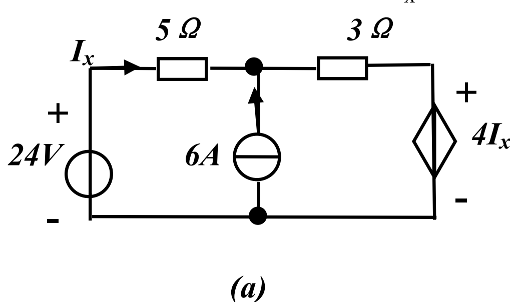
当电流源单独工作时，如图(c)所示，则 4Ω 与 2Ω 并联，1Ω 与 5Ω 并联然后两并联电路再串联，所以

$$u'' = \left(\frac{5}{6}+\frac{8}{6}\right)\times 12 = 26V$$

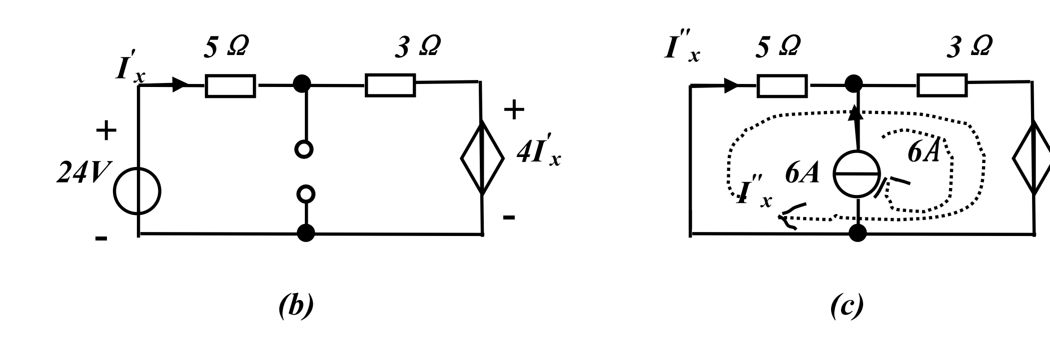
所以由叠加定理

$$u = u' + u'' = -3 + 26 = 23V$$

4—2 用叠加定理求题 4—2 图示电路中的I_X。



(a)



题 4—2 图

解：电压源单独作用时的电路如图(b) 所示，则

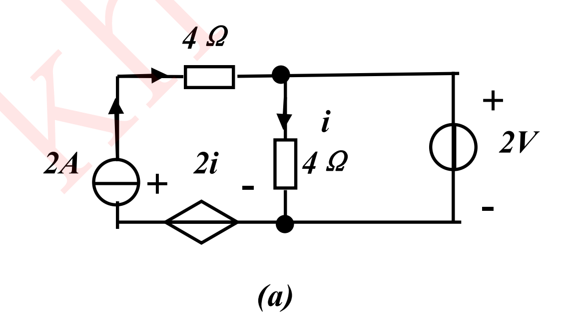
$$(5+3)I'_x + 4I'_x = 24 \qquad \text{解得} \quad I'_x = 2A$$

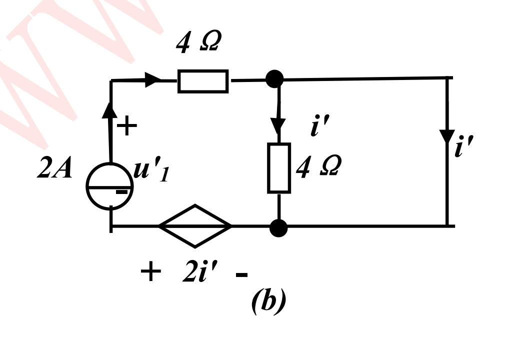
电流源单独作用时的电路如图(c)所示，图中虚线为网孔电流，则

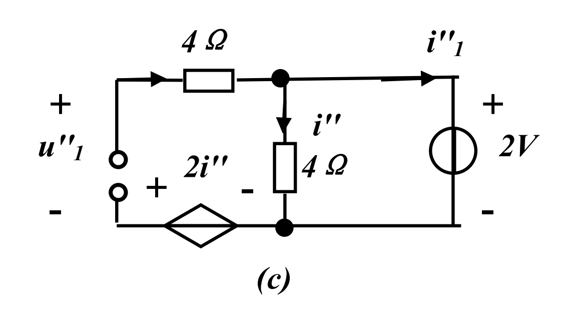
$$5I''_x + 3(6 + I''_x) + 4I''_x = 0 \qquad \text{解得} \quad I''_x = -1.5A$$

所以 $\quad I_x = I'_x + I''_x = 2 - 1.5 = 0.5A$

4—3 用叠加定理求题 4—3 图示电路中的独立电压源和独立电流源发出的功率。







题 4—3 图

解：电流源单独作用时的电路如图(b) 所示，则

$$i_1^{'} = 2A \qquad i^{'} = 0$$

则 $$u_1^{'} = 4i_1^{'} - 2i^{'} = 8V$$

电压源单独作用时的电路如图(b) 所示，则

$$i_1^{''} = -\frac{2}{4} = -0.5A \qquad i^{''} = -i_1^{''} = 0.5A$$

则 $$u_1^{''} = 2 - 2i^{''} = 1V$$

所以由叠加定理 $$i_1 = i_1^{'} + i_1^{''} = 2 - 0.5 = 1.5A$$

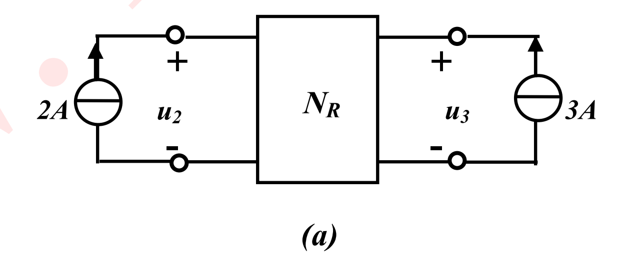
$$u_1 = u_1^{'} + u_1^{''} = 8 + 1 = 9V$$

可得电压源和电流源的功率分别为

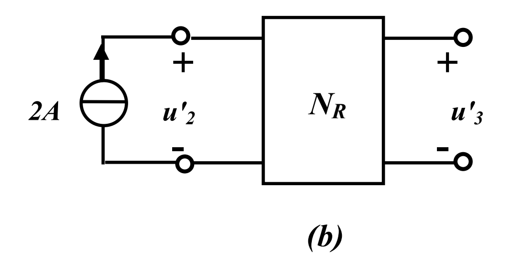
$$P_{2V} = -2i_1 = -3W$$

$$P_{2A} = 2u_1 = 18W$$

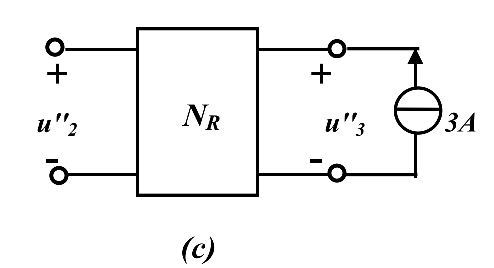
4—4 题 4—4 图示电路中，N_R 为电阻网络，由两个电流源供电。当断开 3 A 电流源时，2A 电流源对网络输出的功率为 28 W，端电压 u_3 为 8 V；当断开 2A 电流源时，3 A 电流源输出的功率为 54 W，端电压 u_2 为 12 V，试求两电流源同时作用时的端电压 u_2 和 u_3，并计算此时两电流源输出的功率。



(a)



(b)



(c)

题 4—4 图

解：2A 电流源单独作用时的电路如图(b) 所示，则

$$u_3^{'} = 8V \qquad u_2^{'} = \frac{28}{2} = 14V$$

3A 电流源单独作用时的电路如图(c) 所示，则

$$u_2^{''} = 12V \qquad u_3^{''} = \frac{54}{3} = 18V$$

所以由叠加定理 $u_2 = u_2^{'} + u_2^{''} = 14 + 12 = 26V$

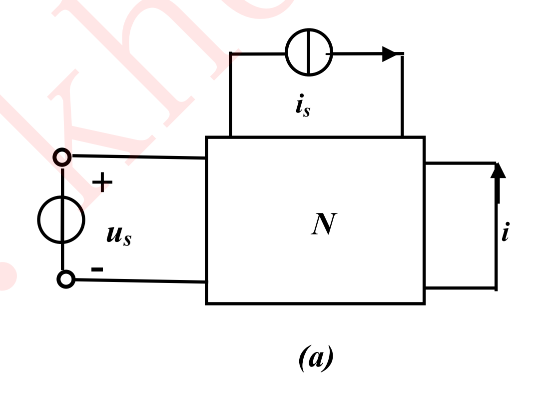
$$u_3 = u_3^{'} + u_3^{''} = 8 + 18 = 26V$$

则两电流源输出的功率分别为

$$P_{2A} = 2u_2 = 52W$$

$$P_{3A} = 3u_3 = 78W$$

4—5 题 4—5 图示电路中，网络 N 中没有独立电源，当 $u_S = 8V$、$i_S = 12$ A 时，测得 $i = 8A$；当 $u_S = -8V$、$i_S = 4$ A 时，测得 $i = 0$。问 $u_S = 9V$、$i_S = 10$ A 时，电流 i 的值是多少？



(a)

解：由线性电路的齐次性可设

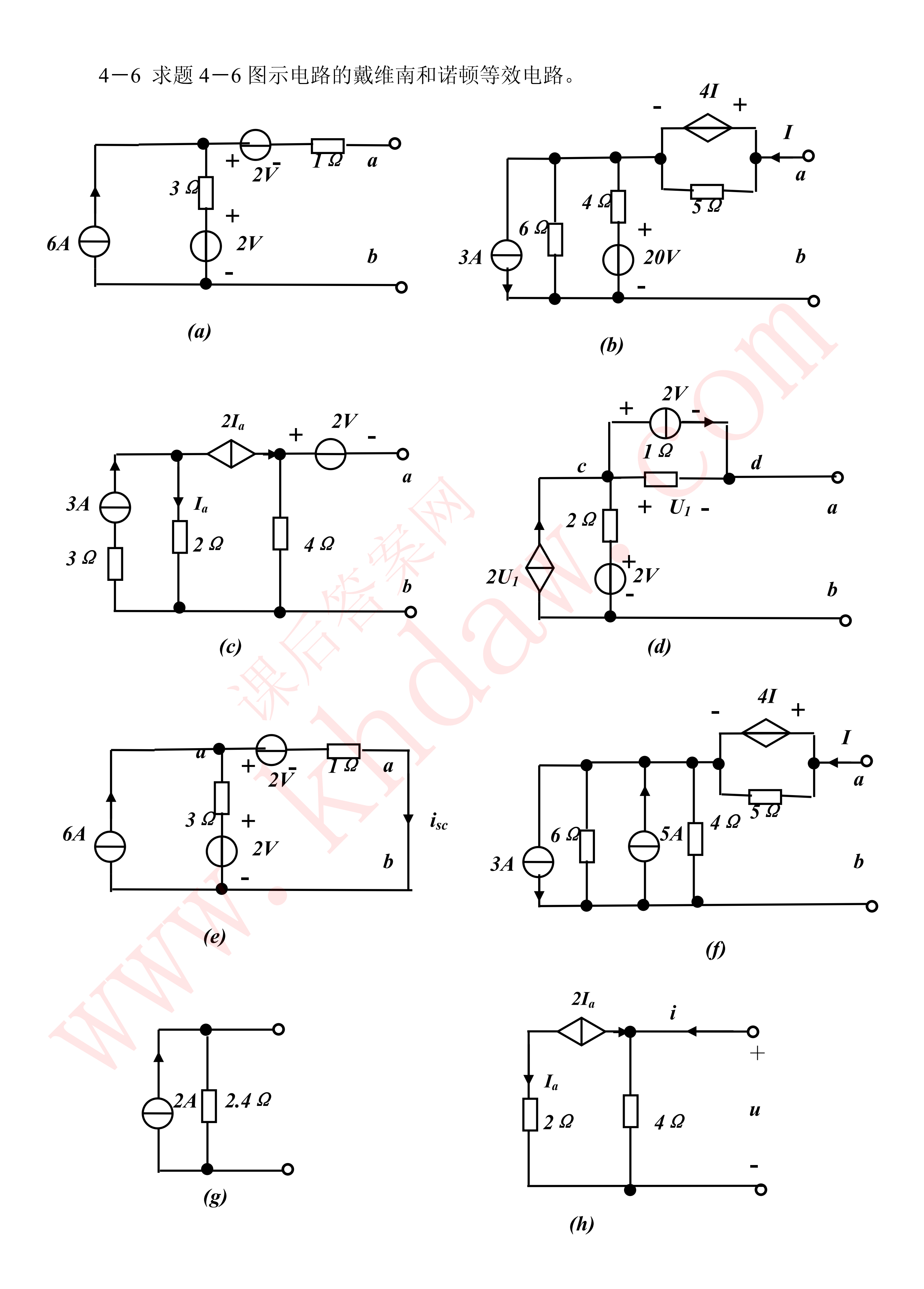
$$i = k_1 u_s + k_2 i_s$$

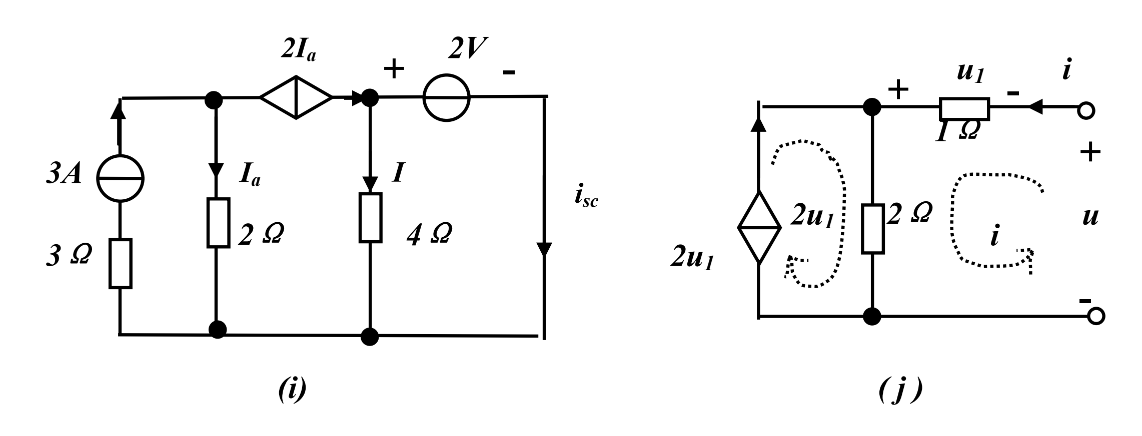
由已知条件可得 $\begin{cases} 8 = 8k_1 + 12k_2 \\ 0 = -8k_1 + 4k_2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_2 = 0.5 \\ k_1 = 0.25 \end{cases}$

则当 $u_S = 9V$、$i_S = 10$ A 时有：

$$i = 9k_1 + 10k_2 = 9 \times 0.25 + 10 \times 0.5 = 7.25A$$

4－6 求题 4－6 图示电路的戴维南和诺顿等效电路。





题 4－6 图

解：*(a)*

(1) 求戴维南等效电路

开路电压　　　$u_{oc}=u_{ab}=$ 3×3＋2－2＝9V

等效电阻　　　$R_o=$ 1＋3 ＝4Ω

(2)求诺顿等效电路

求短路电流的电路如图(e)所示，对节点 a 列节点 KCL 方程可得

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{1}\right)u_a=\frac{2}{3}+\frac{2}{1}+3$$

解得　　　$u_a=\frac{17}{4}V$

所以短路电流　　　$i_{sc}=\frac{\left(\frac{17}{4}-2\right)}{1}=\frac{9}{4}A$

等效电阻的求法同上　$R_o=$ 1＋3 ＝4Ω

(b)

(1) 求戴维南等效电路

题 4－6 图(b)可以等效为图(f)，

因为开路电压　　$u_{oc}=u_{ab}$

显然　　　$I=0$

所以电路又可等效为图(g)，而图(g)即为诺顿等效电路

i_{sc}＝2A　　R_o＝2.4Ω

则　　　$u_{oc}=2\times2.4=4.8$V

(2)求诺顿等效电路

由上面已求出　　i_{sc}＝2A　　R_o＝2.4Ω

(c)

(1) 求戴维南等效电路

求开路电压u_{oc}：　$u_{oc}=u_{ab}$

显然 $I_a+2I_a=3A$

即 $I_a=1A$

则 $u_{ab}=2\times4I_a-2=6V$

$u_{oc}=6V$

求等效电阻R_o：

用外加电压源法如图(h)所示，则

$2I_a=-I_a$ 即 $I_a=0A$

所以 $R_o=4V$

(2)求诺顿等效电路

求短路电流i_{sc}：如图(i)所示

显然仍有 $I_a=1A$ 且 $I=\frac{2}{4}=0.5A$

所以 $i_{sc}=2I_a-I=2-0.5=1.5A$

等效电阻的解法同上， $R_o=4V$

(d)

(1)求戴维南等效电路：

求开路电压u_{oc}： $u_{oc}=u_{ab}$

对节点 c 列节点 KCL 方程可得

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{1}\right)u_c=2u_1+\frac{2}{2}+\frac{u_{oc}}{1}-3 \qquad ①$$

对节点 d 列节点 KCL 方程可得

$$\left(\frac{1}{1}\right)u_{oc}=\frac{u_c}{1}+3 \qquad ②$$

又 $u_1=u_c-u_{oc}$ ③

由①、②、③ 式可得

$u_{oc}=-7V$

求等效电阻R_o：

用外加电压源法如图(j)，虚线为网孔电流的方向，则

$$1\times i+2(2u_1+i)=u$$

而 $u_1=-i$ 代入上式

$$u=i-2i=-i$$

所以 $R_0=\frac{u}{i}=-1\Omega$

(2) 求诺顿等效电路

求短路电流i_{sc}：

将a、b端点短路，则i_{ab}即为i_{sc}，

对 c 点列节点方程，有

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{1}\right)u_c = 2u_1 + \frac{2}{2} - 3$$

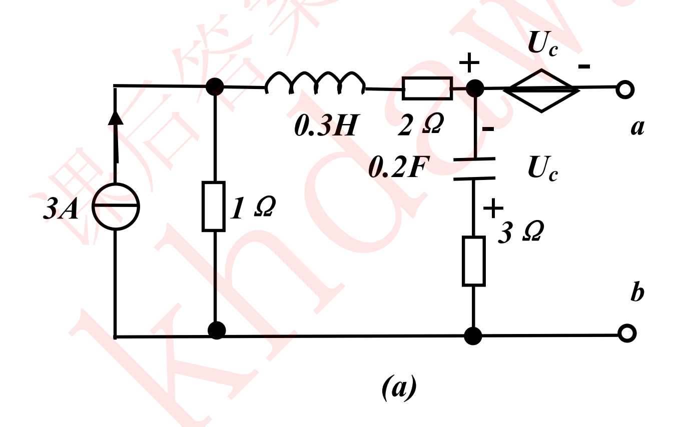
又 $u_1 = u_c$ 则

$$\frac{3}{2}u_c = 2u_c - 2 \quad 即 \quad u_c = 4V$$

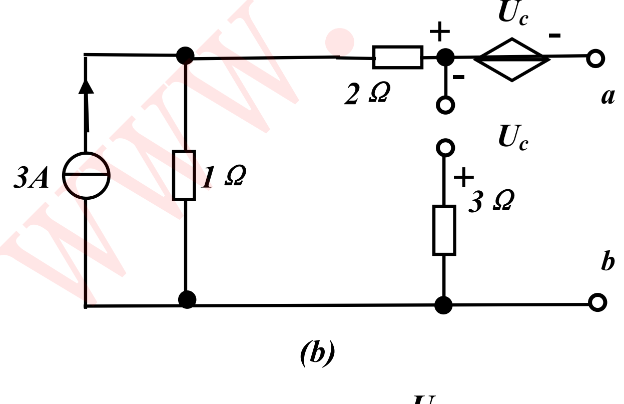
所以 $$i_{sc} = \frac{u_c}{1} + 3 = 7A$$

等效电阻的求法同上，$R_0 = -1\Omega$

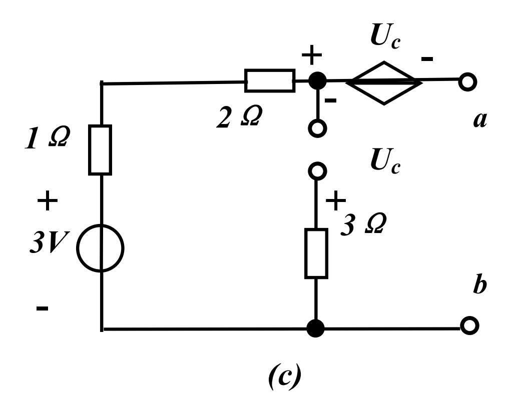
4—7 题 4—7 图示电路工作在直流稳态状态下求 ab 端的戴维南等效电路。



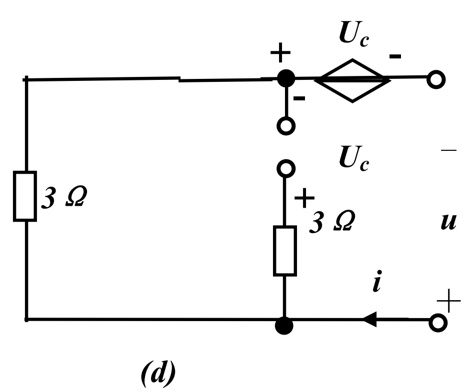
(a)



(b)



(c)



(d)

题 4－7 图

解：稳态时的等效电路如图(b) 所示，

求开路电压u_{oc}：　　$u_{oc} = u_{ab}$

将电路化为图(c) 所示的等效电路，则

$$u_c = -3\text{V}$$

因此　　$u_{oc} = -2u_c = 6\text{V}$

求等效电阻R_o：

用外加电压源法如图(d)，则

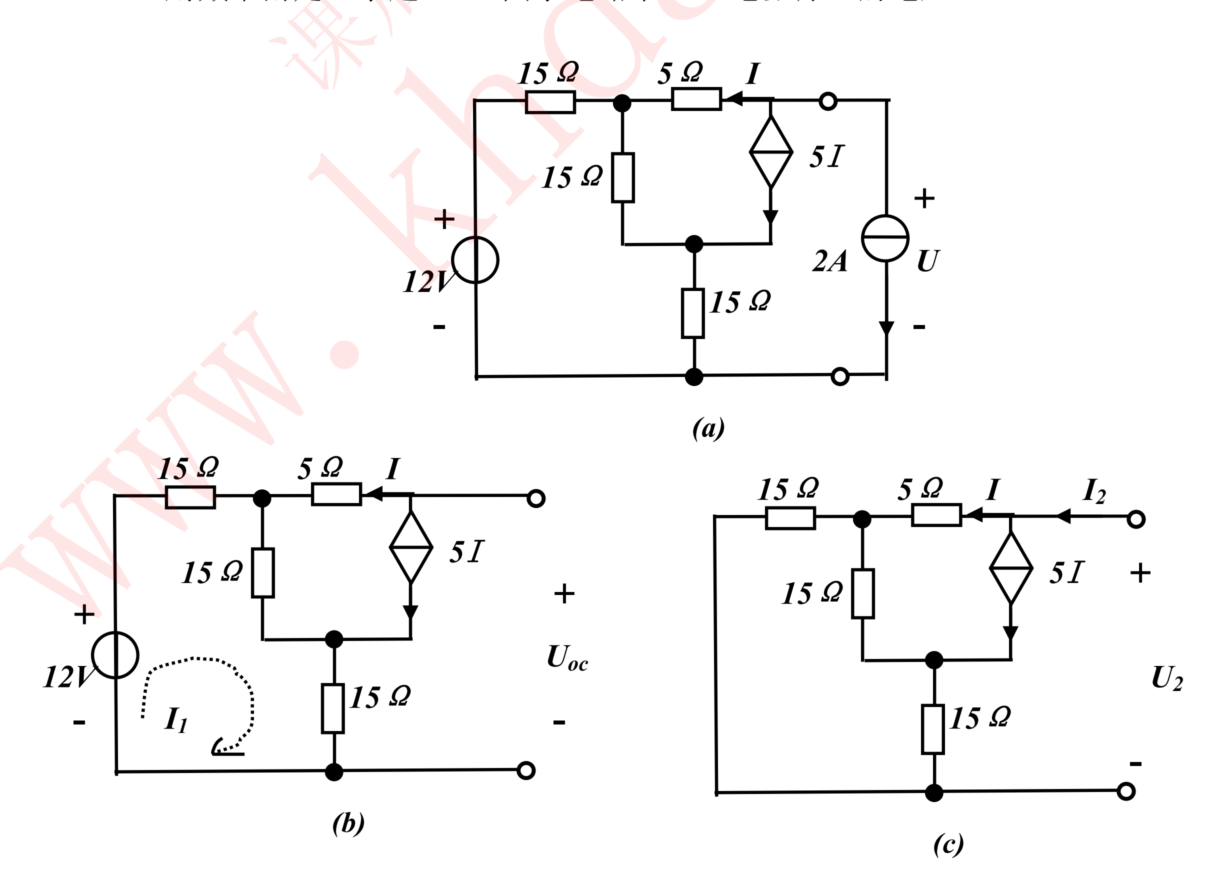
$$u = 3i + u_c$$

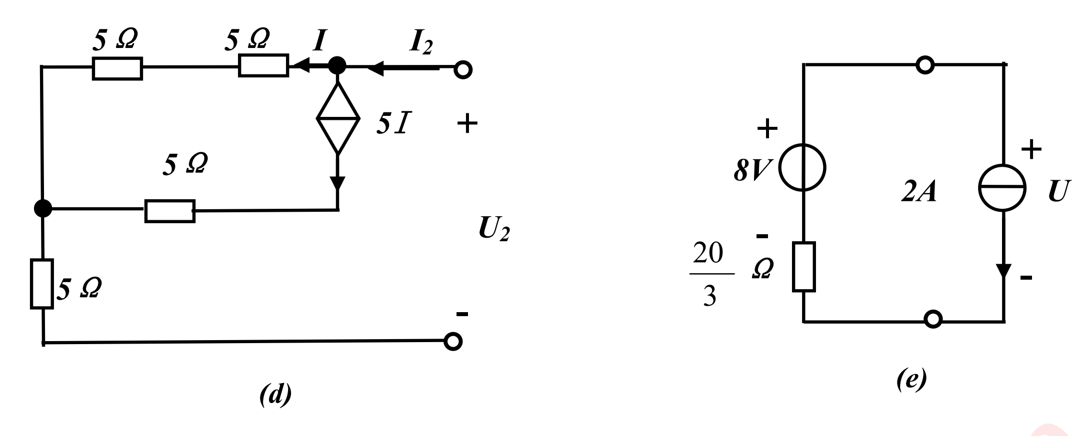
而　$u_c = 3i$

所以　　$u = 6i$

即　　$R_o = \dfrac{u}{i} = 6\Omega$

4－8 用戴维南定理求题 4－8 图示电路中 2 A 电流源上的电压 U。





题 4—8 图

解：先求开路电压u_{oc}：如图(b)所示，I_1为网孔电流，则

$$5I=-I \quad 故 \ I=0$$

$$(15+15+15)I_1=12$$

解得 $$I_1=\frac{12}{15+15+15}=\frac{4}{15}$$

所以 $$u_{oc}=12-15I_1=12-4=8V$$

再求等效电阻R_o:

用外加电压源法如图(c)所示，而图(c)可以等效为图(d)，则

$$U_2=(5+5)I+5I_2 \quad 且\ I_2=I+5I$$

所以 $$I=\frac{1}{6}I_2$$

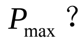
故 $$U_2=10\times\frac{I_2}{6}+5I_2=\frac{20}{3}I_2$$

所以 $$R_0=\frac{U_2}{I_2}=\frac{20}{3}\Omega$$

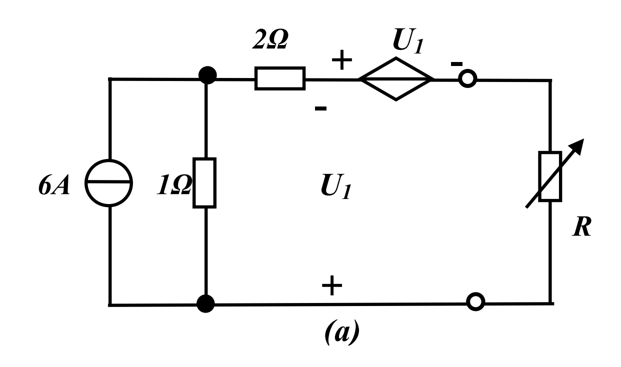
利用戴维南等效电路可将图(a)化为图(e)，则

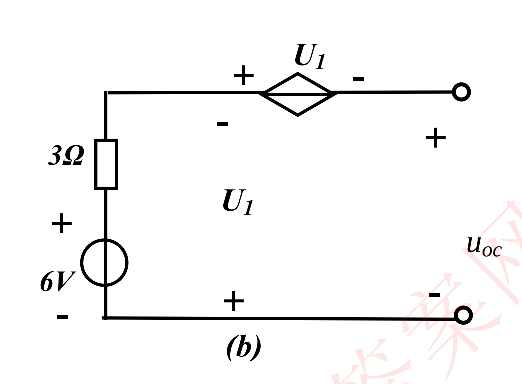
$$U=8-2\times\frac{20}{3}=-\frac{16}{3}V$$

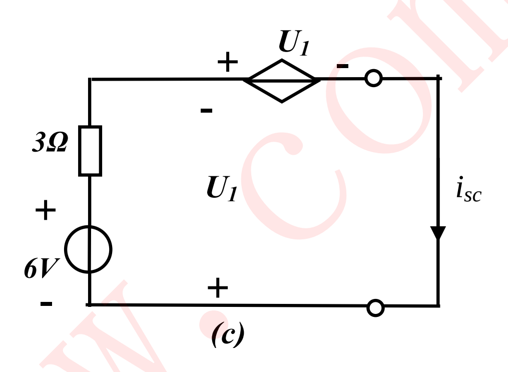
4—9 题 4—9 图示电路中负载 R 的阻值可调，当 R 取何值可获得最大功率

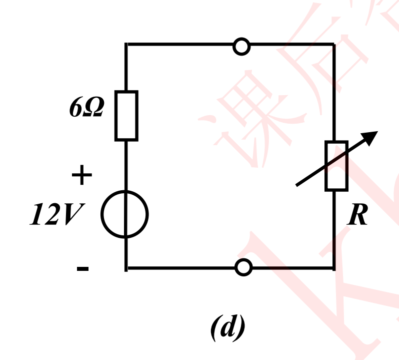


P_{max}？









题 4—9 图

解：求电路的戴维南等效电路

先求开路电压u_{oc}：图(a)可以等效为如图(b)所示，则

$$U_1 = -6\text{V}$$

由 KVL 定理

$$u_{oc} = -2U_1 \quad \text{所以} \quad u_{oc} = 12\text{V}$$

再求短路电流i_{sc}：图(a)可以等效为如图(c)所示，则

$$-2U_1 = 0 \quad \text{即} \quad U_1 = 0$$

而由 KVL 定理

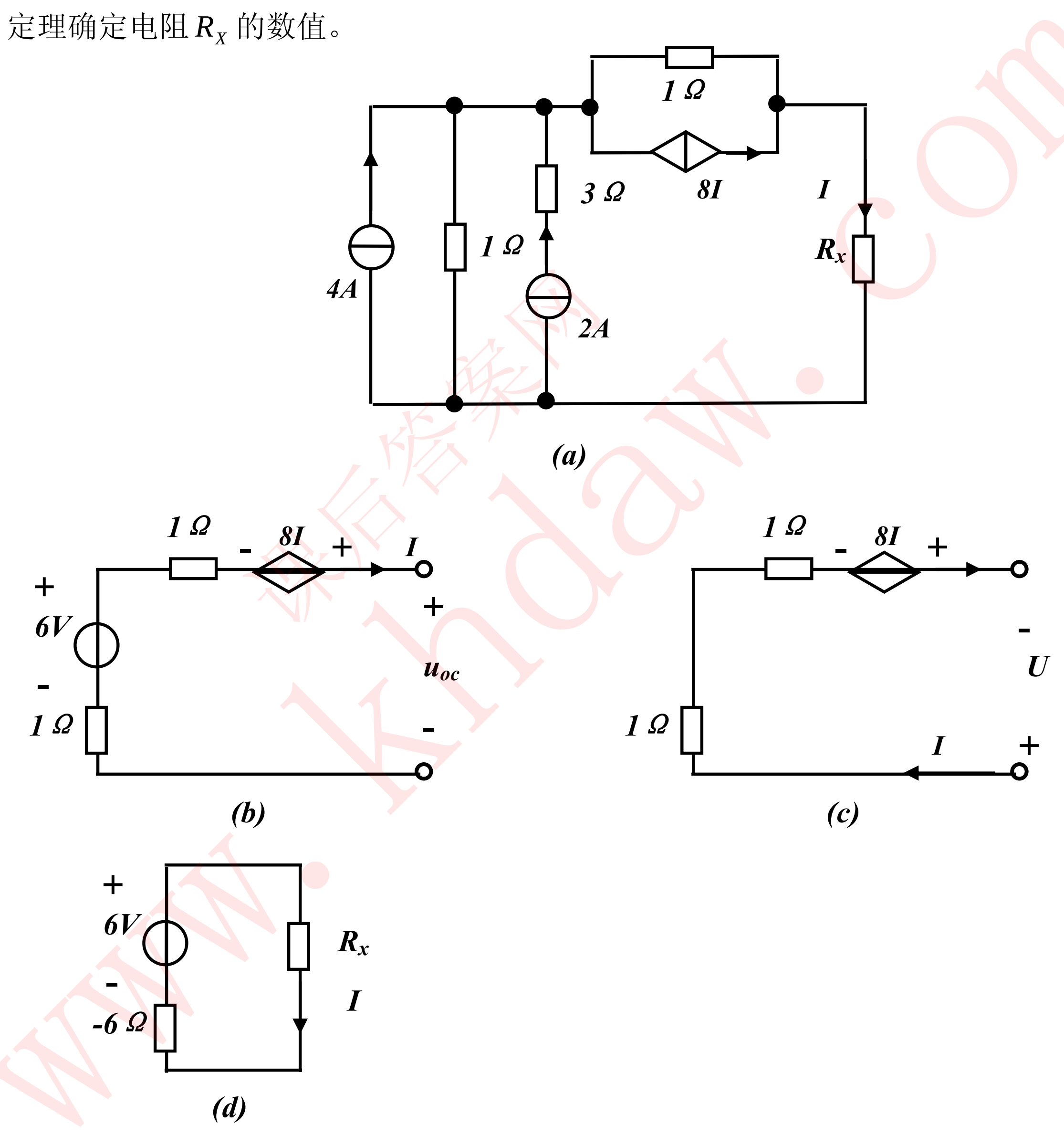
$$U_1 = -6 + 3i_{sc}$$

所以 $\quad i_{sc} = 2\text{A} \quad$ 故 $\quad R_0 = \dfrac{u_{oc}}{i_{sc}} = 6\Omega$

求最大功率：当 R＝6Ω 时可获最大功率，则

$$P_{\max}=\left(\frac{12}{6+6}\right)^2\times 6=6W$$

4－10 题 4－10 图示电路中，若流过电阻 R_X 的电流 I 为－1.5 A，用戴维南定理确定电阻 R_X 的数值。



题 4－10 图

解：先求R_x左侧的戴维南等效电路

在图(b)中，显然开路电压 u_{oc}＝6V

求等效电阻R_o：如图(c)所示，

$$U = -8I + 2I = -6I$$

所以 $$R_0 = \frac{U}{I} = -6\Omega$$

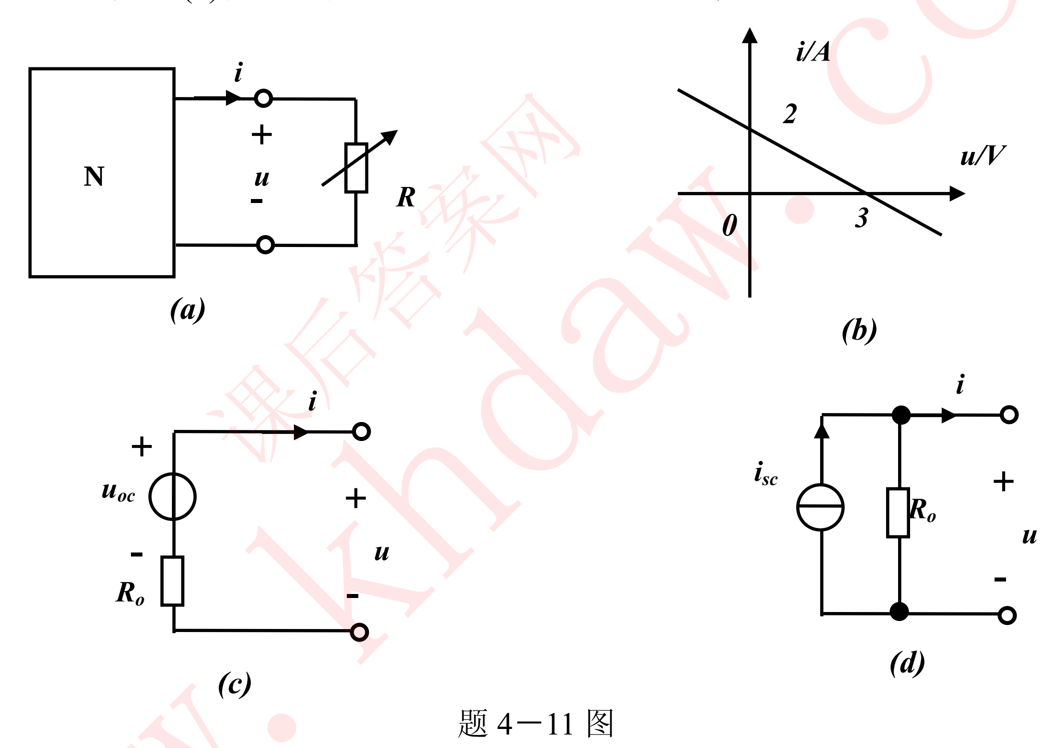
求R_x：如图(d)所示

由已知条件 $I = -1.5$ A

所以 $I = \dfrac{6}{-6+R_x} = -1.5$ 解得

$R_x = 2\,\Omega$

4－11 题 4－11 图示电路中，外接电阻可调，由此测得端口电压 u 和电流 i 的关系曲线如图(b)所示，求网络 N 的戴维南和诺顿等效电路。



题 4－11 图

解：由曲线易得： $u = 3 - \dfrac{3}{2}i$

将网络 N 设为戴维南电路如图(c)所示，则

$$u = u_{oc} - R_0 i$$

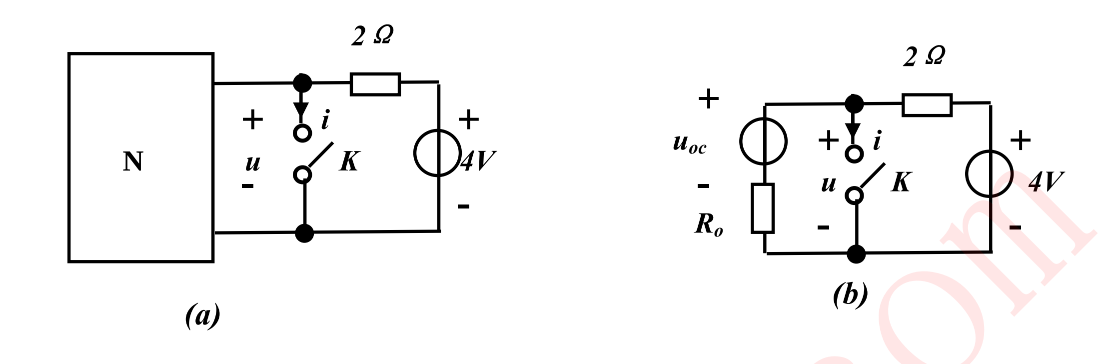
所以 $u_{oc} = 3$V $R_o = 1.5\,\Omega$

将网络 N 设为戴维南电路如图(c)所示，则

$$u = (i_{sc} - i)R_0 \quad 即 \quad u = i_{sc}R_0 - iR_0$$

所以 $i_{sc} = 2$A $R_o = 1.5\,\Omega$

4－12 题 4－12 图示电路中，当开关 K 打开时，开关两端的电压 u 为 8V；当开关 K 闭合时，流过开关的电流 i 为 6A，求网络 N 的戴维南等效电路。



题 4－12 图

解：当 K 打开时： $u=\dfrac{u_{oc}-4}{2+R_0}\times 2+4=8$ ①式

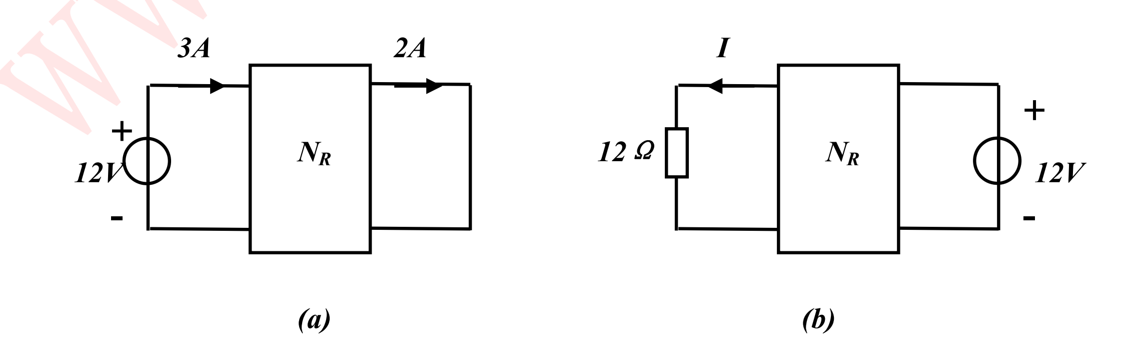
当 K 闭合时： $i=\dfrac{u_{oc}}{R_0}+\dfrac{4}{2}=6$ ②式

由②式 $u_{oc}=4R_0$ 代入①式，得

$u=\dfrac{4R_0-4}{2+R_0}=2$ 即 $4R_0-4=4+2R_0$

所以 $R_0=4\,\Omega$ $u_{oc}=16\text{V}$

4－13 题 4－13 图示电路中，N_R 为纯电阻网络，电路如图(a)连接时，支路电流如图所标，当电路如图(b)方式连接时，求电流 I。



题4－13图

解：将图(a)看作电路在 t 时刻的情况，而图(b)看作电路在 t'时刻的情况，则由特勒根定理有：

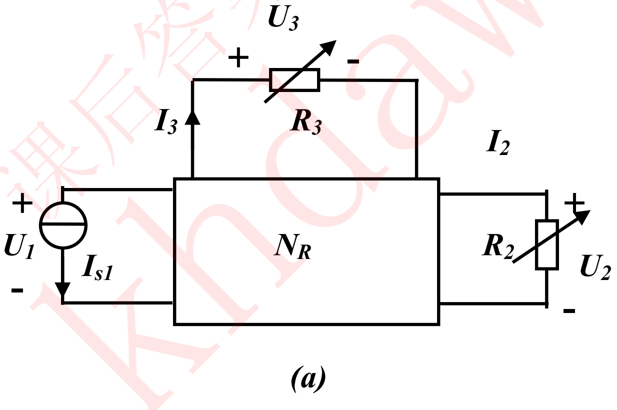
$$12I + 0I' + \sum U_k I_k' = 12I \times (-3) + 12 \times 2 + \sum U_k' I_k$$

又因为 $\sum U_k I_k' = \sum U_k' I_k$

所以 $12I = -36I + 24$ 解得

$I = 0.5\text{A}$

4－14 题 4－14 图示电路中，N_R 为仅由电阻元件构成，外接电阻 R_2、R_3 可调，当 $R_2 = 10\,\Omega$、$R_3 = 5\,\Omega$、$I_{S1} = 0.5\,\text{A}$ 时，$U_1 = 2\,\text{V}$、$U_2 = 1\,\text{V}$、$I_3 = 0.5\,\text{A}$；当 $R_2 = 5\,\Omega$、$R_3 = 10\,\Omega$、$I_{S1} = 1\,\text{A}$ 时，$U_1 = 3\,\text{V}$、$U_3 = 1\,\text{V}$，用特勒根定理求此时 I_2 的数值。



题 4－14 图

解：由已知条件，有

$U_1' = 2\,\text{V}$、$I_{s1}' = 0.5\,\text{A}$、$U_3' = 0.5 \times 5 = 2.5\,\text{V}$、$I_3' = 0.5\,\text{A}$、$U_2' = 1V$、

$I_2' = \dfrac{1}{10} = 0.1\,\text{A}$、

$U_1 = 3\,\text{V}$、$I_{S1} = 1\,\text{A}$、$U_3 = 1\,\text{V}$、$I_3 = \dfrac{1}{10} = 0.1A$、$U_2 = 5I_2$

则由特勒根定理，

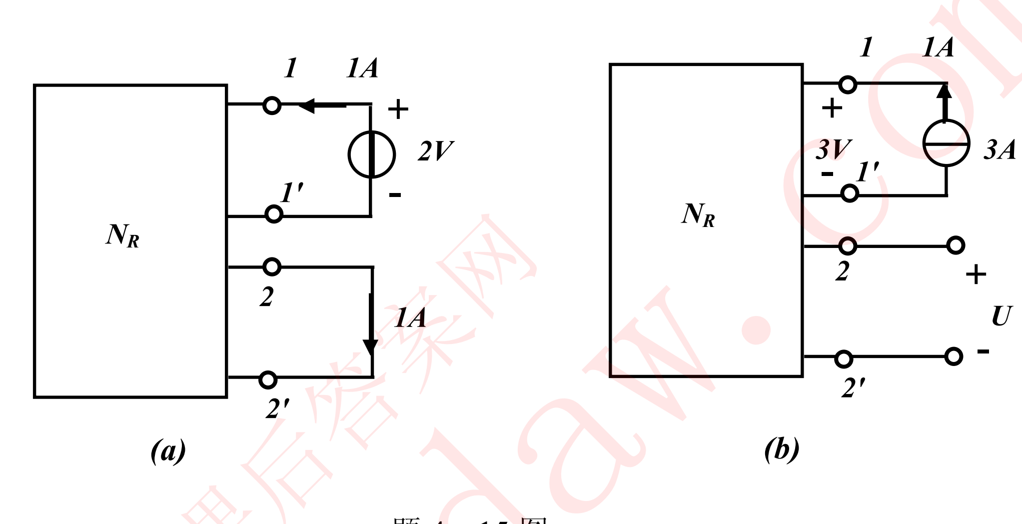
$$2 \times 1 + 2.5 \times 0.1 + 1 \times I_2 + \sum U_k' I_k = 3 \times 0.5 + 1 \times 0.5 + 5I_2 \times 0.1 + \sum U_k I_k'$$

因为 $\sum U_k^{'} I_k = \sum U_k I_k^{'}$

所以 $2+0.25+I_2 = 1.5+0.5+0.5I_2$

解得 $I_2 = -0.5\text{A}$

4－15 题 4－15 图示电路中，N_R 为线性无源电阻网络，两次接线分别如图(a)、图(b)所示，求图(b)电路中的电压 U。



题 4－15 图

解：设 $U_1^{'} = 2\,\text{V}$、$I_1^{'} = -1\text{A}$、$U_2^{'} = 0$、$I_2^{'} = 1\,\text{A}$

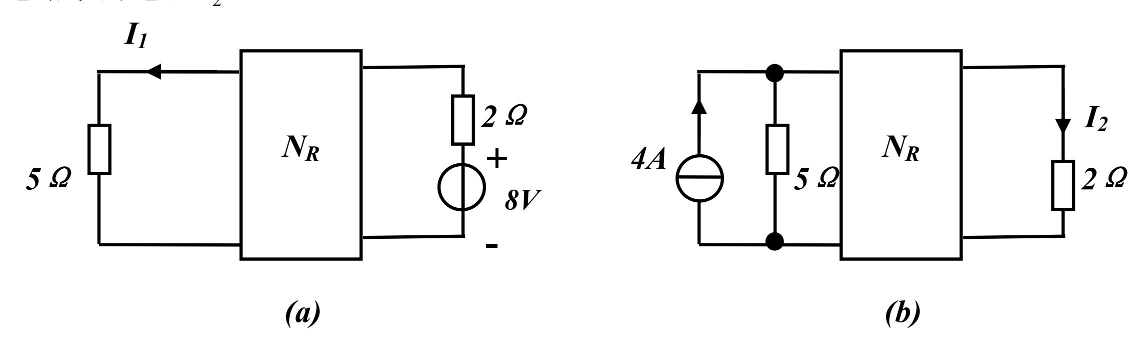
$U_1 = 3\,\text{V}$、$I_1 = -3\,\text{A}$、$U_2 = U$、$I_2 = 0$

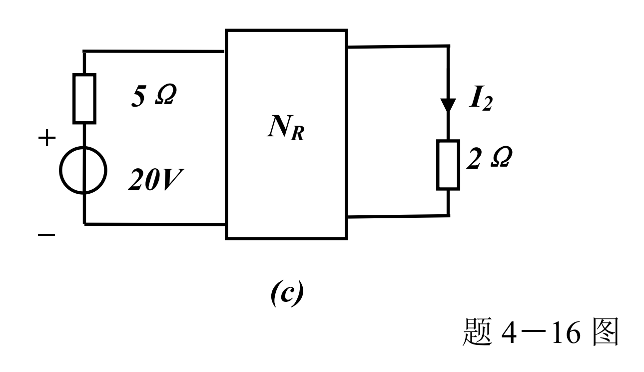
由特勒根定理可得到

$$2 \times (-3) + 0 \times 0 = 3 \times (-1) + U \times 1$$

解得 $U = -3\text{V}$

4－16 题 4－16 图示电路中，N_R 有电阻构成，图(a)电路中 $I_1 = 2\,\text{A}$，求图(b)电路中的电流 I_2。





(c)

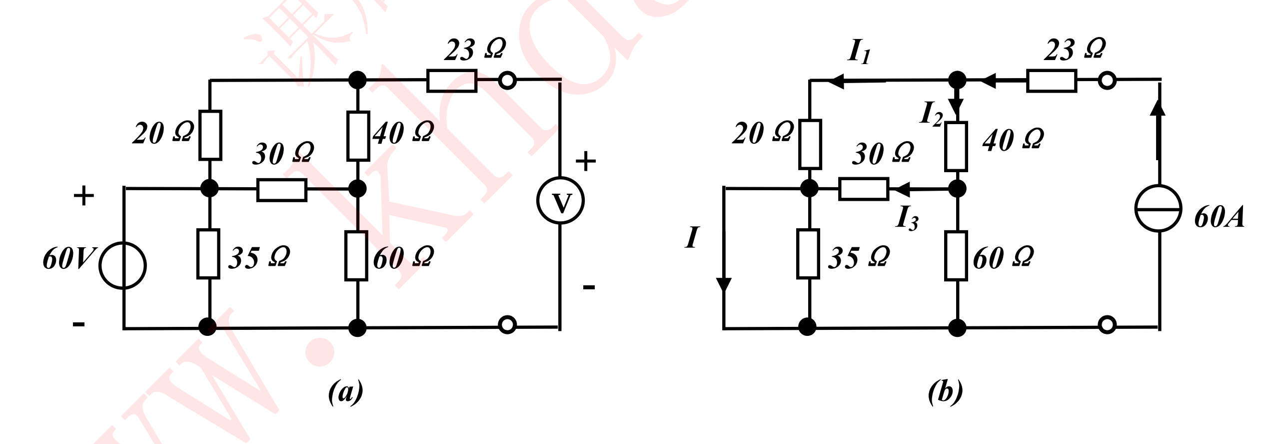
题 4—16 图

解：将图(b)化为图(c)的等效电路
将网络N_R及 5Ω、2Ω的电阻看作一个新的双端口网络，则由互易定理形式一有

$$\frac{8}{I_1}=\frac{20}{I_2}$$

即 $$I_2=\frac{20}{8}I_1=\frac{20\times 2}{8}=5\text{A}$$

4—17 试确定题 4—17 图示电路中电压表的读数。



题 4—17 图

解：设图(a) 所示电路的外电源按如图(b)方式连接，则在图(b)所示电路中有

$$\begin{cases} 20I_1=40I_2+30I_3 \\ I_1+I_2=60 \\ I_3=\dfrac{60}{30+60}I_2 \end{cases}$$

化简方程组得
$$\begin{cases} I_1 = 3I_2 \\ I_1 + I_2 = 60 \\ I_3 = \dfrac{2}{3}I_2 \end{cases}$$

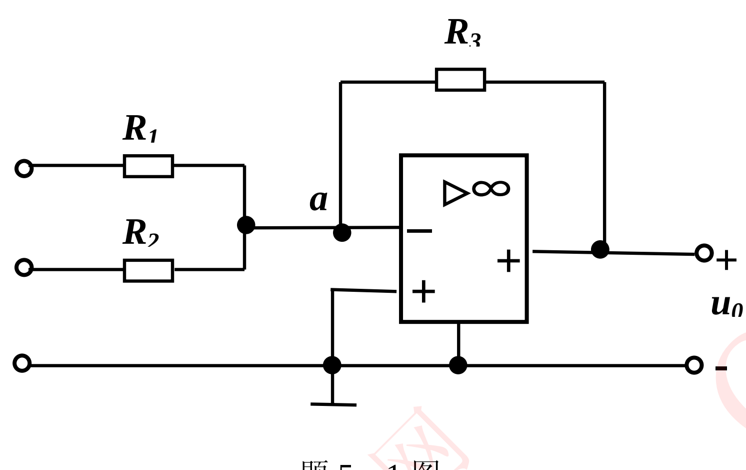
解方程组可得
$$\begin{cases} I_1 = 45A \\ I_2 = 15A \\ I_3 = 10A \end{cases}$$

所以
$$I = I_1 + I_3 = 45 + 10 = 55A$$

由互易定理 3 可知电压表的读数为 55V

习题五

5－1 假设题 5－1 图示的电路输出为 $u_0=-(5u_1+0.5u_2)$。已知 $R_3=10\,k\Omega$，求 R_1和R_2。



题 5－1 图

解：对节点 a 列节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)u^- -\frac{u_1}{R_1}-\frac{u_2}{R_2}-\frac{u_0}{R_3}=0$$

因为 $u^-=u^+=0$

所以 $-\frac{u_1}{R_1}-\frac{u_2}{R_2}-\frac{u_0}{R_3}=0$

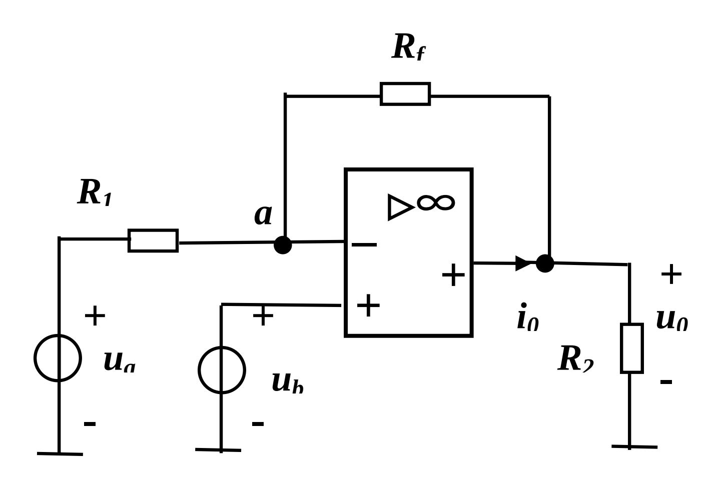
即 $u_0=-R_3\left(\frac{u_1}{R_1}+\frac{u_2}{R_2}\right)$

由已知 $u_0=-(5u_1+0.5u_2)$ 且 $R_3=10k\Omega$ 得

$$\frac{R_3}{R_1}=5 \quad 即 \quad R_1=\frac{R_3}{5}=2k\Omega$$

$$\frac{R_3}{R_2}=0.5 \quad 即 \quad R_2=\frac{R_3}{0.5}=20k\Omega$$

5－2 在题 5－2 图示电路中，已知 $R_1=3\,k\Omega$，$R_2=4\,k\Omega$，$R_f=9\,k\Omega$，$u_a=4V$，$u_b=2V$，试求 u_0 和 i_0。



题 5—2 图

解：对节点 a 列节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_f}\right)u^- - \frac{u_a}{R_1} - \frac{u_0}{R_f} = 0$$

又由 $u^- = u^+ = u_b$ 代入上式化简得

$$\frac{u_a - u_b}{R_1} = \frac{u_b - u_0}{R_f}$$

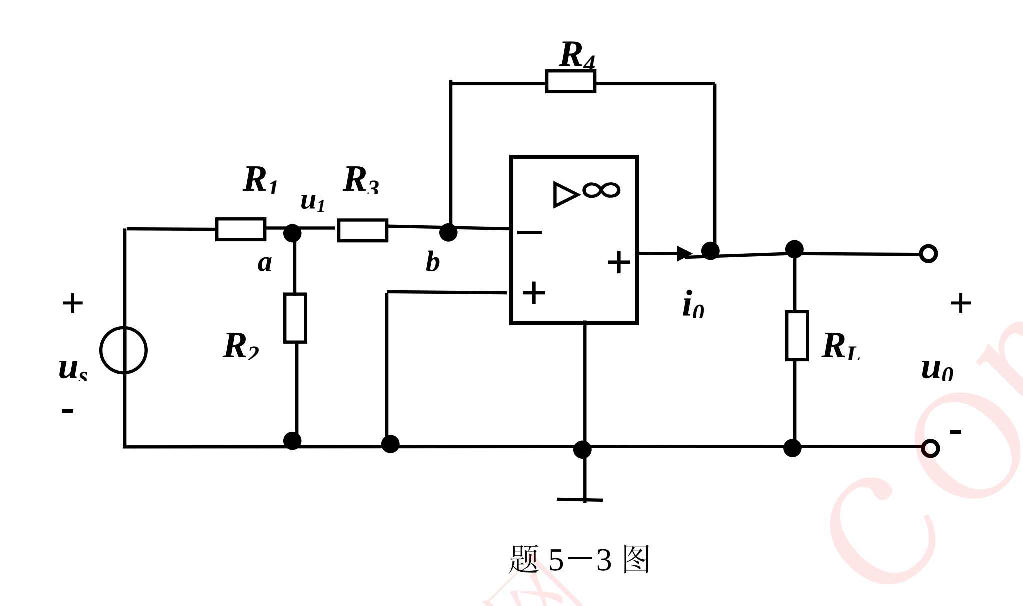
将 $R_1 = 3k\Omega$，$R_f = 9k\Omega$，$u_a = 4V$，$u_b = 2V$ 代入上式

解得： $u_0 = 2 - 6 = -4V$

再对 b 点列 KCL 方程：

$$i_0 = \frac{u_0}{R_2} + \frac{u_0 - u_b}{R_f} = \frac{-4}{4} + \frac{-4-2}{9} = -\frac{5}{3}mA$$

5—3 求题 5—3 图示电路的电压比u_0/u_S。



题 5—3 图

解：对节点 a 列节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)u_1-\frac{u_s}{R_1}-\frac{u_b}{R_3}=0$$

由 $\quad u^- = u^+ = u_b = 0$

化简可得 $\quad u_1=\left(\frac{R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}\right)u_s$

对节点 b 列节点电压方程：

$$-\frac{u_0}{R_4}-\frac{u_1}{R_3}=0$$

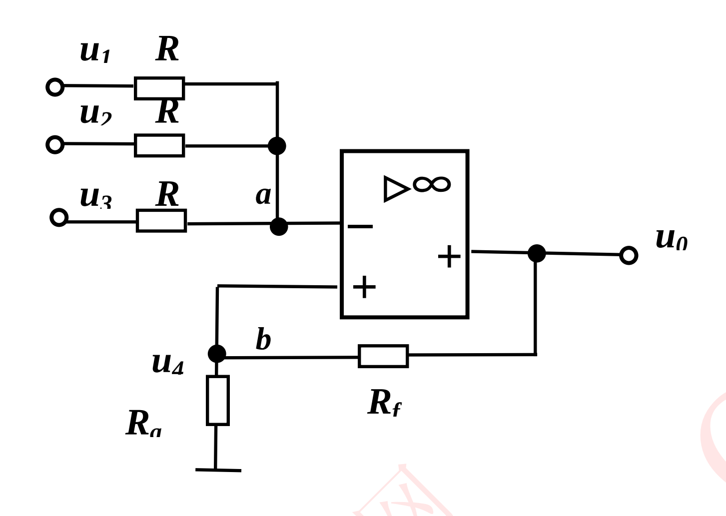
解得 $\quad u_0=-\frac{R_4}{R_3}.u_1$

将u_1代入上式并解之得

$$u_0=-\left(\frac{R_2R_4}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}\right)u_s$$

综合可得 $\quad \frac{u_0}{u_s}=-\frac{R_2R_4}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$

5－4 求题 5－4 图示电路的电压u_0的表达式。



题 5－4 图

解：对节点 a、b 分别列节点电压方程：

节点 a：$$\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)u_a-\frac{u_1}{R}-\frac{u_2}{R}-\frac{u_3}{R}=0$$

节点 b：$$\left(\frac{1}{R_a}+\frac{1}{R_f}\right)u_b-\frac{u_0}{R_f}=0$$

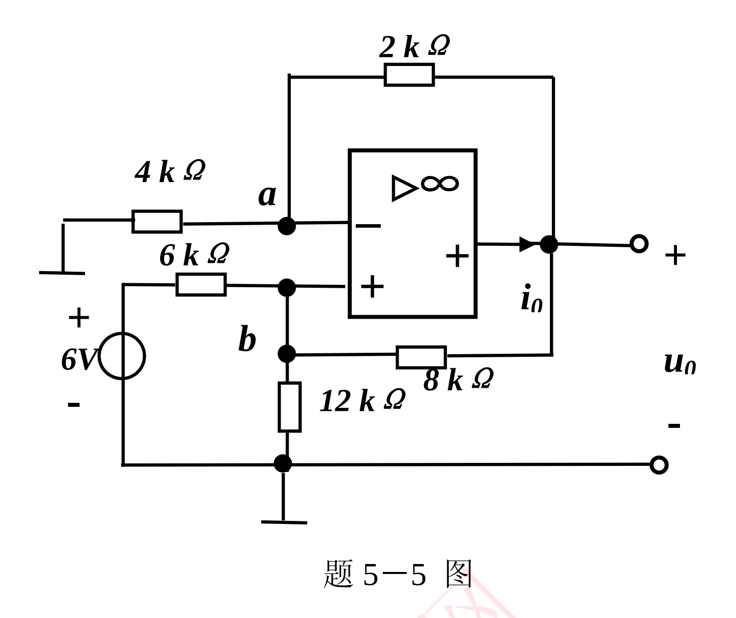
且 $u_a=u_b$

解得：$$u_0=\left(\frac{1}{R_a}+\frac{1}{R_f}\right)R_f.u_b$$

$$=\left(\frac{1}{R_a}+\frac{1}{R_f}\right)R_f.\frac{(u_1+u_2+u_3)}{3}$$

$$=\frac{1}{3}\left(1+\frac{R_f}{R_a}\right).(u_1+u_2+u_3)$$

5—5 求题 5—5 图示电路的u_0。



题 5—5 图

解：对节点 a、b 分别列节点电压方程：

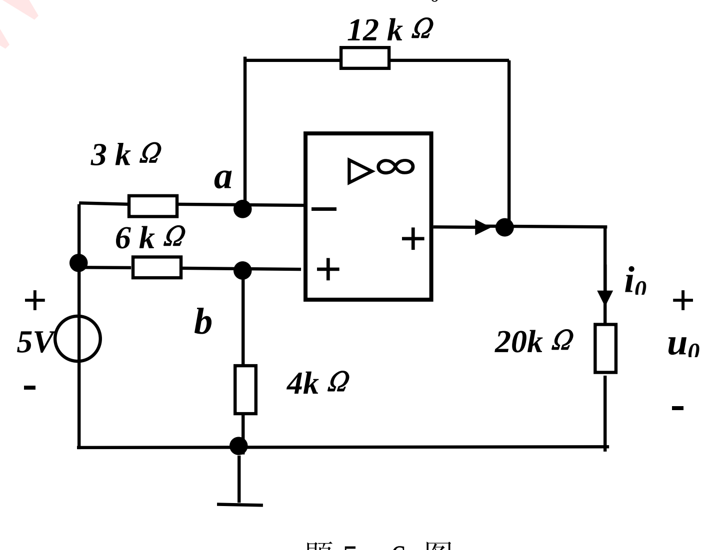
节点 a： $$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)u_a-\frac{u_0}{2}=0$$ 解得 $u_a=\frac{2}{3}u_0$

节点 b： $$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{8}\right)u_b-\frac{1}{6}\times 6-\frac{1}{8}.u_0=0$$

由 $u_a=u_b$

代入化简得： $u_0=8V$

5—6 求题 5—6 图示运放电路中的输出电流i_0。



题 5—6 图

解：对节点 a、b 分别列节点电压方程：

节点 a：
$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)u_a-\frac{5}{3}-\frac{u_0}{12}=0 \qquad ①$$

节点 b：
$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)u_b-\frac{1}{6}\times 5=0 \qquad ②$$

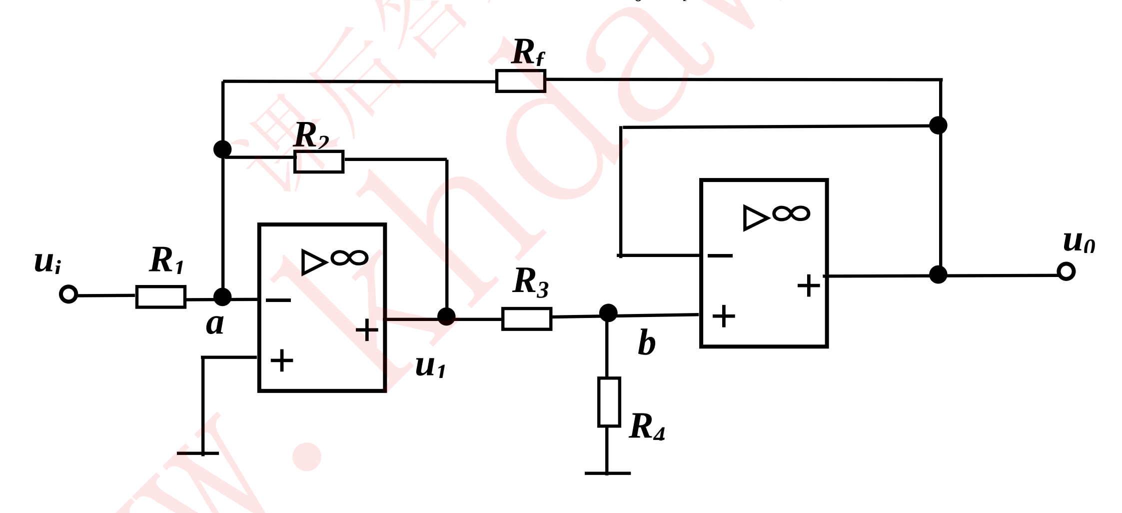
且 $u_a=u_b$ 则由 ①、②式可解得

$$\frac{5}{12}u_a=\frac{5}{6} \qquad 即 \qquad u_a=2V$$

将u_a代入①式解得 $u_0=-10V$

则
$$i_0=\frac{u_0}{20}=-0.5mA$$

5—7 求题 5—7 图示电路的闭环电压增益 u_0/u_i。



题 5—7 图

解：由理想运放的特性可得

$$u_a=u^+=0$$

$$u_b=u^-=u_0$$

对节点 a、b 分别列节点电压方程：

节点 a：
$$-\frac{u_i}{R_1}-\frac{u_1}{R_2}-\frac{u_0}{R_f}=0 \qquad ①$$

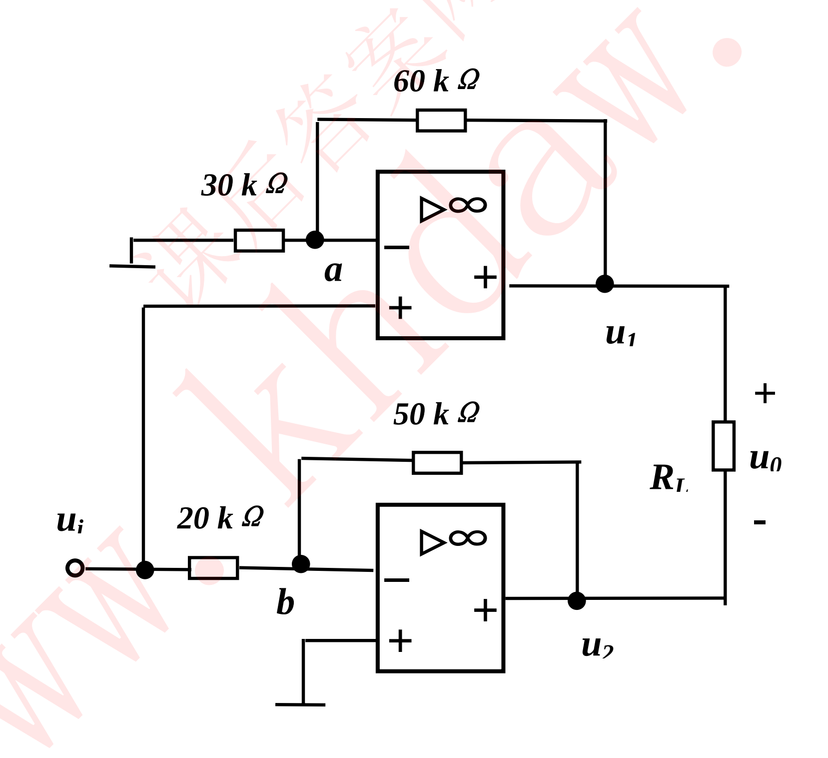
节点 b： $\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_0-\frac{u_1}{R_3}=0$ ②

由①得： $u_1=-R_2\left(\frac{u_i}{R_1}+\frac{u_0}{R_f}\right)$

代入②式： $\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_0+\frac{R_2}{R_3}\left(\frac{u_i}{R_1}+\frac{u_0}{R_f}\right)=0$

化简得： $\frac{u_0}{u_i}=-\frac{R_2R_4R_f}{R_1(R_3R_f+R_4R_f+R_2R_4)}$

5—8 求题 5—8 图示电路中的电压增益 u_0/u_i。



题 5—8 图

解：由理想运放的特性可得

$$u_a=u_i \qquad u_b=0$$

对节点 a、b 分别列节点电压方程：

节点 a： $\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{60}\right)u_i-\frac{u_1}{60}=0$ 解得 $u_1=3u_i$

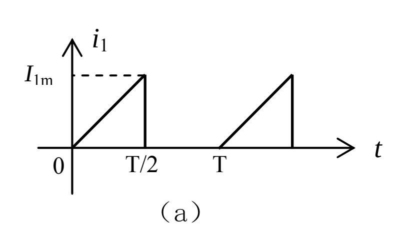
节点 b：　$-\frac{u_i}{20}-\frac{u_2}{50}=0$　　解得　$u_2=-\frac{5}{2}u_i$

则　$u_0=u_1-u_2=3u_i+\frac{5}{2}u_i=\frac{11}{2}u_i$

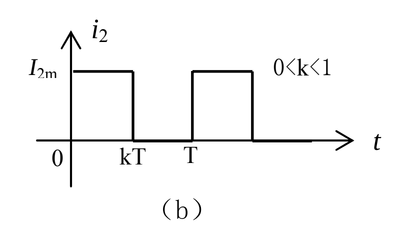
所以　$\frac{u_0}{u_i}=\frac{11}{2}$

习 题 六

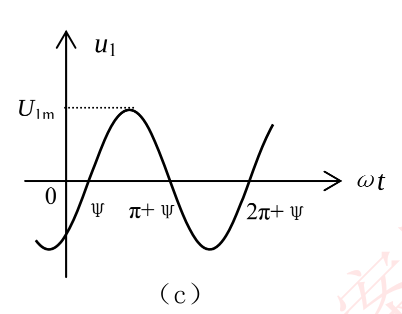
6-1、计算题 6-1 图示周期信号的有效值。



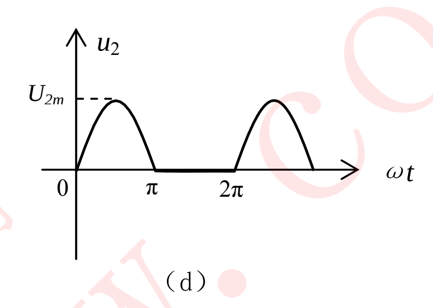
（a）



（b）



（c）



（d）

题 6-1 图

解：（a） $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}(\frac{I_{1m}}{\frac{T}{2}}t)^2dt} = \sqrt{\frac{4}{T^3}I_{1m}{}^2\int_0^{\frac{T}{2}}t^2dt} = \sqrt{\frac{4I_{1m}{}^2}{3T^3}t^3\Big|_0^{\frac{T}{2}}} = \sqrt{\frac{4I_{1m}{}^2}{3T^3}\frac{T^3}{8}} = \frac{I_{1m}}{\sqrt{6}}$

（b） $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{kT}I_{2m}{}^2dt} == \sqrt{k}I_{2m}$

（c） $\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}$

（d） $\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}(U_{2m}\sin t)^2dt} = \sqrt{\frac{U_{2m}{}^2}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 tdt} = \sqrt{\frac{U_{2m}{}^2}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2t}{2}dt} = \frac{U_{2m}}{2}$

6-2、将下列复数转化为极坐标形式：

（1） $2+j4$；　　（2） $2-j4$；　　（3） $-2+j4$；

（4） $j6$；　　（5） -8；　　（6） $-j7$。

6-3、将下列复数转化为代数形式：

（1） $2\underline{/60^\circ}$；　　（2） $4\underline{/-35^\circ}$；　　（3） $10\underline{/138^\circ}$；

（4） $9\underline{/-125^\circ}$；　　（5） $7\underline{/180^\circ}$；　　（6） $18\underline{/90^\circ}$。

6-4、写出下列各正弦量的相量，并画出它们的相量图。

（1）$i_1 = 4\sqrt{2}\cos(314t + 50^\circ)$；　　（2）$i_2 = 6\cos(314t - 20^\circ)$；

（3）$u_1 = -100\sqrt{2}\cos(100t - 120^\circ)$；　　（4）$u_2 = 150\sqrt{2}\sin(100t + 60^\circ)$。

6-5、写出下列各相量的正弦量，假设正弦量的频率为 50Hz。

（1）$\dot{I}_1 = -4 + j3$；　　（2）$\dot{I}_2 = 6e^{j20^\circ}$；

（3）$\dot{I}_3 = -10\angle 30^\circ$；　　（4）$\dot{I}_4 = 20 - j18$。

6-6、对题 6-4 所示正弦量做如下计算（应用相量）：

（1）$i_1 + i_2$；　　（2）$u_1 - u_2$。

6-7、判别下列各式是否正确，若有错误请改正。

（1）$A\angle\theta = Ae^{j\theta} = A\cos\theta + jA\sin\theta$；

（2）$j50 = 50\sqrt{2}\cos(\omega t + 90^\circ)$；

（3）$-U\angle\varphi = U\angle -\varphi$；

（4）设 $i_L = \sqrt{2}I_L\cos\omega t$，则 $u_L = L\dfrac{di_L}{dt} = j\omega L\dot{I}_L$；

（5）$i(t) = \dfrac{U_m\cos(\omega t + \psi_u)}{Z}$

解：（1）正确

（2）不正确　$j50 = 50e^{j90^\circ} = 50\cos 90^\circ + j50\sin 90^\circ$

（3）不正确　$-U\angle\varphi = U\angle \varphi \pm 180^\circ$

（4）不正确　设 $i_L = \sqrt{2}I_L\cos\omega t$，则 $\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L$；

（5）不正确　$\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z}$

6-8、判别各负载的性质，假设各负载的电压、电流取关联参考方向。

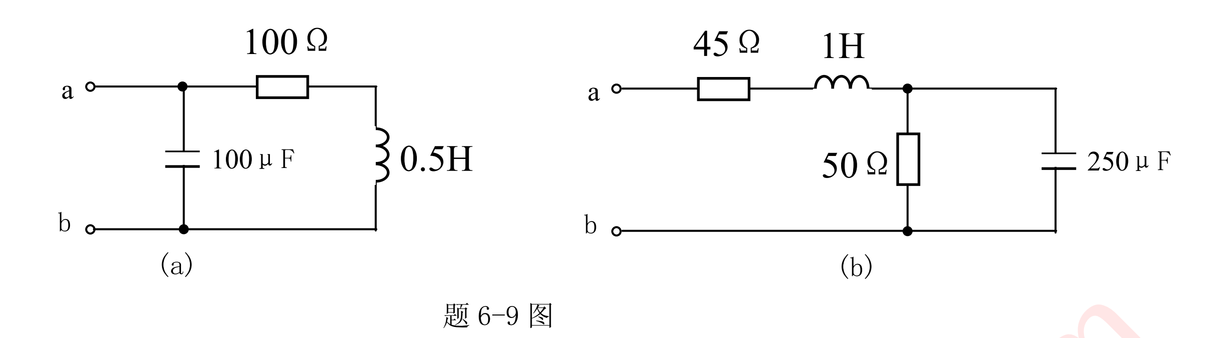
（1）$u(t) = U_m\cos(\omega t + 135^\circ)$，$i(t) = I_m\cos(\omega t + 75^\circ)$；

（2）$u(t) = U_m\cos(\omega t - 90^\circ)$，$\dot{I} = I\angle 15^\circ$；

（3）$\dot{U} = U\angle 150^\circ$，$\dot{I} = I\angle -120^\circ$；

（4）$u(t) = U_m\cos\omega t$，$i(t) = I_m\sin\omega t$。

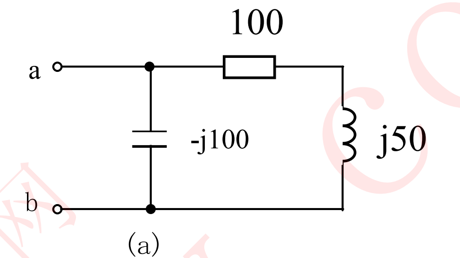
6-9、设电源的角频率$\omega = 100 rad/s$，求题 6-9 图示电路的输入阻抗和输入导纳。



题 6-9 图

解、(a)

$$Z = \frac{(100 + j50)(-j100)}{100 - j50}$$
$$= 100\underline{/53.13° - 90°}$$
$$= 100\underline{/-36.87°}\Omega$$

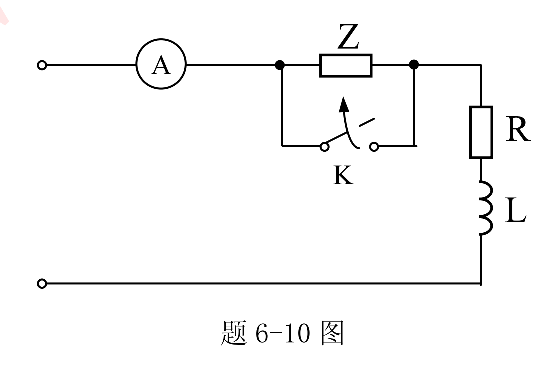


(b)

$$Z_{并} = \frac{50 \times (-j40)}{50 - j40}$$
$$= \frac{2000\underline{/-90°}}{64.03\underline{/-38.66°}}$$
$$= 31.235\underline{/-51.34°}$$
$$= 19.51 - j24.39\Omega$$

$$\therefore Z = Z_{并} + 45 + j100 = 64.51 + j75.61\Omega$$

6-10、题 6-10 图示电路，当开关 K 打开后电流表的读数增大，问阻抗 Z 为容性还是感性？为什么？



题 6-10 图

解：容性。

开关 K 打开后电路接入阻抗 Z，电流表的读数增大，则端口总阻抗模减少，因为原阻抗为感性，所以 Z 为容性。

6-11、题 6-11 图示电路，电流源 $i_s = 4\sin(\omega t + 20°)A$ 作用于无源网络 N，测得端口电压 $u = 12\cos(\omega t - 100°)V$，求网络 N 的等效阻抗 Z、功率因数 $\cos\varphi$ 以及电流源 i_s 提供的有功功率 P、无功功率 Q、复功率 $\overline{S}$ 和视在功率 S。

解、$\dot{I}_s = \frac{4}{\sqrt{2}}\angle 20° - 90° = 2\sqrt{2}\angle -70° A$

$$\dot{U} = \frac{12}{\sqrt{2}}\angle -100° = 6\sqrt{2}\angle -100° V$$

$$\therefore Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_s} = 3\angle -30° \Omega$$

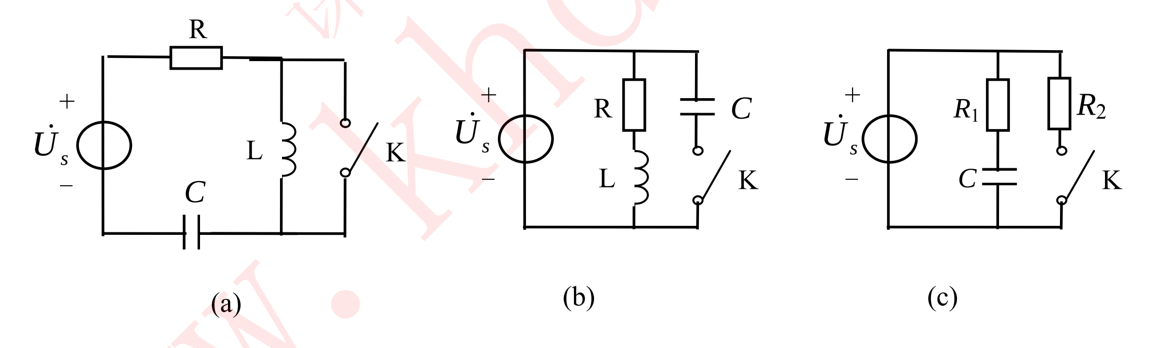
题 6-11 图

$$\cos\varphi = \cos(-30°) = 0.866$$

$$\overline{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 6\sqrt{2}\angle -100° \cdot 2\sqrt{2}\angle 70° = 24\angle -30° = (20.78 - j12)VA$$

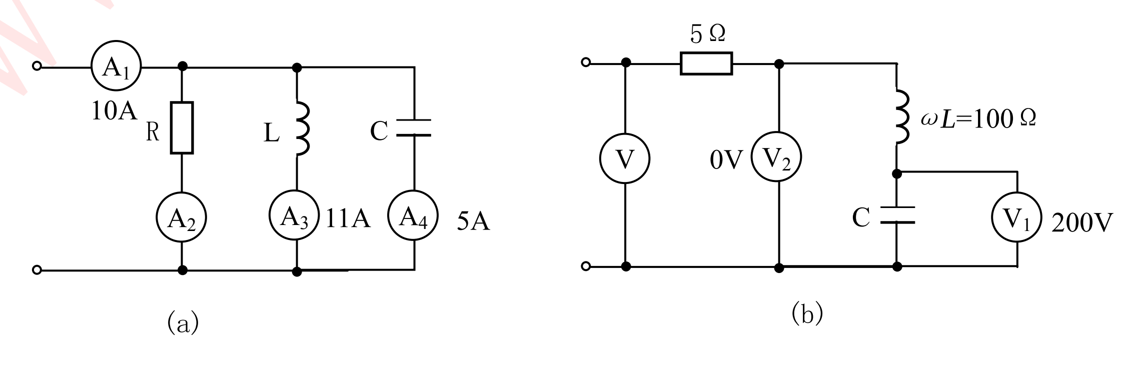
$$\therefore P = 20.78W \qquad Q = -12\,\text{var} \qquad S = 24VA$$

6-12、题 6-12 图示正弦稳态电路。问开关 K 闭合后，电源向电路供出的有功功率、无功功率变化否？



题 6-12 图

6-13、求题 6-13 图（a）电流表 A_2 的读数、图（b）电压表 V 的读数。

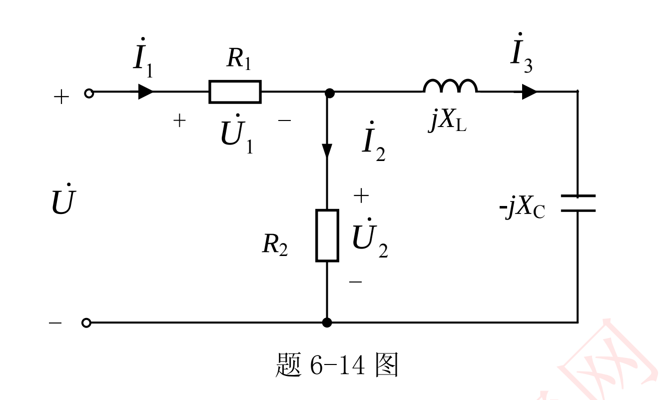


题 6-13 图

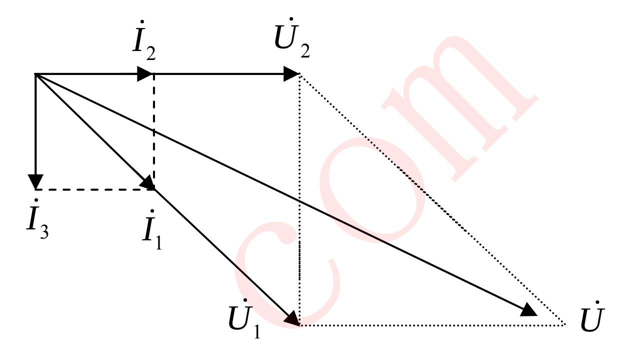
解、(a) $10=\sqrt{I_2^{\ 2}+(11-5)^2}$　　　$\therefore I_2=\sqrt{100-36}=8A$

(b) $I=\dfrac{200}{100}=2A$　　　$\therefore U=5\times 2=10V$

6-14、题 6-14 图示电路中，已知 $R_1=R_2=X_C, X_L=2X_C, \dot{U}_2=10\underline{/0°}V$，求端口电压 $\dot{U}$，并画出图示电路中的电流、电压相量图（画在一张图上）。



题 6-14 图



解、$\dot{I}_2=\dfrac{\dot{U}_2}{R_2}=\dfrac{10}{R_2}$　　$\dot{I}_3=\dfrac{\dot{U}_2}{j(X_L-X_C)}=\dfrac{\dot{U}_2}{jR_2}=\dfrac{10}{R_2}\underline{/-90°}$

$$\dot{I}_1=\dot{I}_2+\dot{I}_3=\frac{10}{R_2}(1-j)=\frac{10}{R_2}\sqrt{2}\underline{/-45°}$$

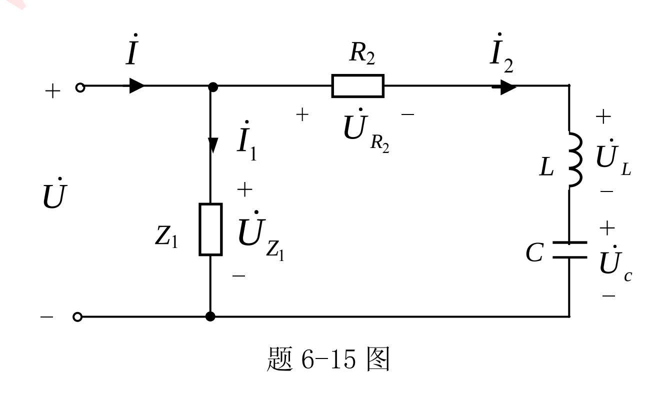
$$\dot{U}_1=R_1\dot{I}_1=10\sqrt{2}\underline{/-45°}V$$

$$\therefore \dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=10\sqrt{2}\underline{/-45°}+10=10-j10+10=20-j10=22.36\underline{/-26.565°}V$$

6-15、题 6-15 图示电路中，已知 $U_L=8V, U_C=2V, U_{R_2}=6V, R_2=2\Omega, Z_1=(2+j2)\Omega$，求：

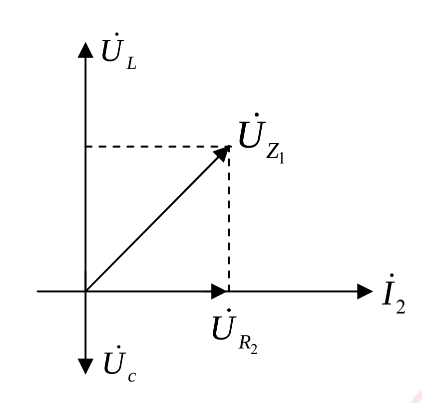
（1）选 $\dot{I}_2$ 作为参考相量，画出图中所标相量的相量图；

（2）设 $\dot{I}_2$ 为零初相位，求 $\dot{U}_{Z_1}$ 和 $\dot{I}$ 。



题 6-15 图

解、（1）相量图如右图



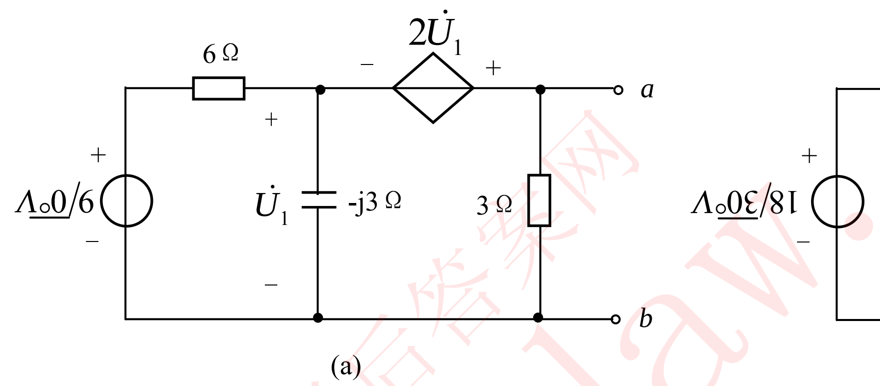
（2） $\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{R_2}}{R_2}=\frac{6\angle 0^\circ}{2}=3\angle 0^\circ A$

$\dot{U}_{Z_1}=6+j6=8.49\angle 45^\circ V$

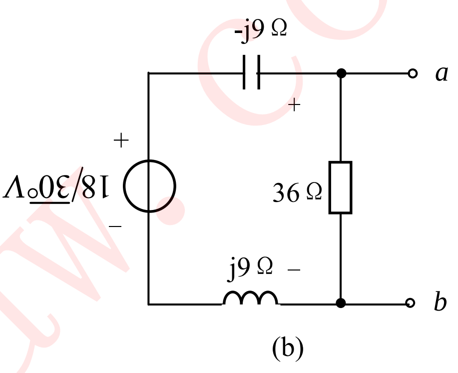
$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_{Z_1}}{Z_1}=\frac{8.49\angle 45^\circ}{2\sqrt{2}\angle 45^\circ}=3\angle 0^\circ A$

$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=6\angle 0^\circ A$

6-16、求题 6-16 图示电路的戴维南等效电路。



(a)



(b)

题 6-16 图

解：（a）结点法 求开路电压

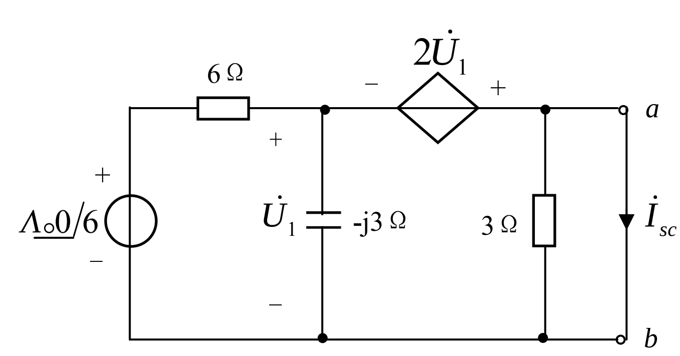
$$(\frac{1}{6}+\frac{1}{-j3}+\frac{1}{3})\dot{U}_1=\frac{9}{6}-\frac{2\dot{U}_1}{3}$$

$$(3+j2+4)\dot{U}_1=9$$

解得: $\dot{U}_1=\frac{9}{7+j2}=\frac{9}{7.28\angle 15.95^\circ}=1.236\angle -15.95^\circ V$

$\therefore\ \dot{U}_{OC}=3\dot{U}_1=3.7\angle -15.95^\circ V$

开短路法求 Z_0



$2\dot{U}_1+\dot{U}_1=0\quad \therefore \dot{U}_1=0$

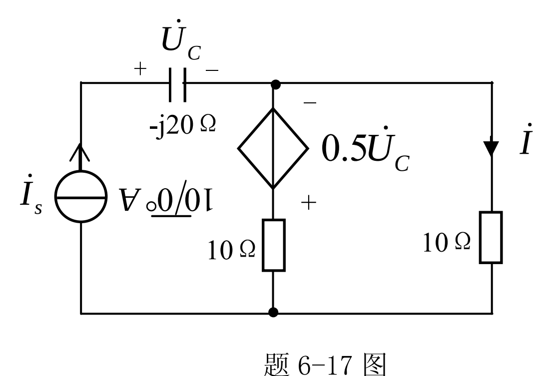
$\dot{I}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1.5\angle 0^\circ A$

$\dot{I}_{sc}=\dot{I}=1.5\angle 0^\circ A$

$$\therefore\ Z_0=\frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{I}_{sc}}=\frac{3.7\angle -15.95^\circ}{1.5}=2.47\angle -15.95^\circ \Omega$$

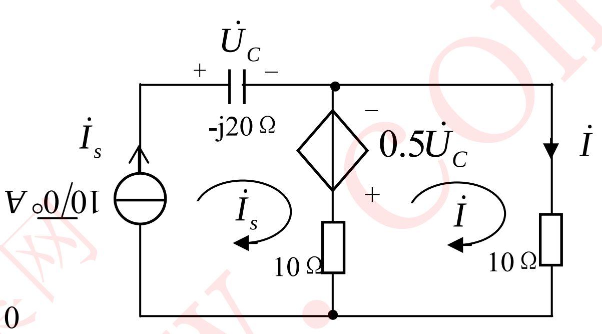
(b) $\dot{U}_{0c}=18\angle 30^\circ V \qquad Z_0=0$

6-17、求题 6-17 图示电路中电流 $\dot{I}$ 以及电流源 $\dot{I}_s$ 发出的复功率。



题 6-17 图

解:



$\dot{U}_{c1} = -j20\times10 = -j200V$

由KVL得:10(İ-10)+0.5(-j200)+10İ=0

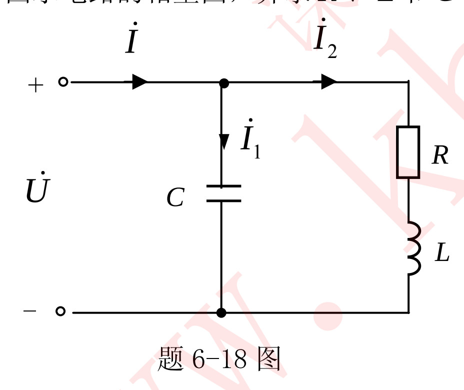
整理得: 20İ=100+j100

解得: İ=5+j5=$5\sqrt{2}\underline{/45°}A$

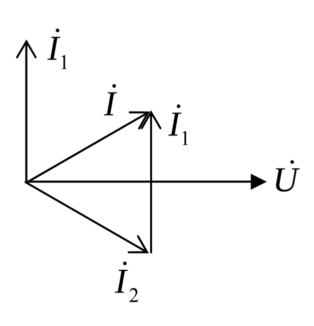
$\bar{S} = (\dot{U}_c + 10\dot{I})\dot{I}_s^* = (-j200+50+j50)\times10$

$= 500 - j1500 \quad VA$

6-18、题 6-18 图示电路中，已知$U = 100V, I = I_1 = I_2 = 10A$, 电源频率 $f = 50Hz$ 。画出图示电路的相量图，并求 R 、L 和 C 的值。



题 6-18 图



解：设$\dot{U} = 100\underline{/0°}\ V$　　于是有

$\dot{I}_1 = 10\underline{/90°}A \quad \dot{I}_2 = 10\underline{/-30°}A \quad \dot{I} = 10\underline{/30°}A$

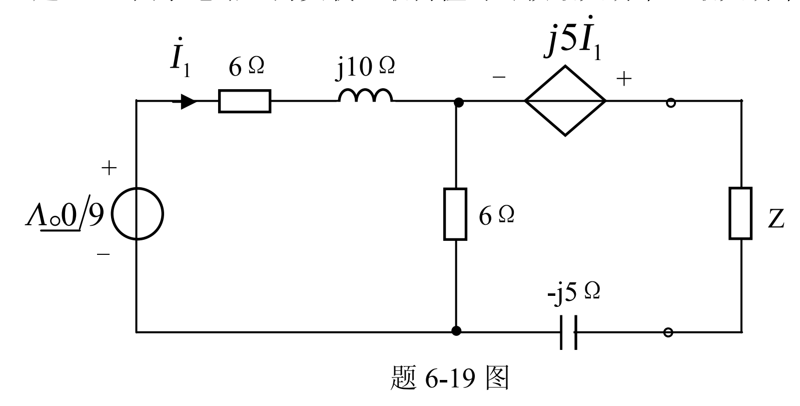
$\omega c = \dfrac{I_1}{U} = \dfrac{10}{100} = 0.1$

$C = \dfrac{0.1}{2\pi f} = 0.0003183F = 318.3\mu F$

$R + j\omega L = \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}_2} = \dfrac{100}{10\underline{/-30°}} = 10\underline{/30°} = 8.66 + j5\Omega$

$\therefore$ R=8.66Ω　L=$\dfrac{5}{2\pi\times50} = 0.0159H = 15.9mH$

6-19、题 6-19 图示电路，问负载 Z 取何值时可获最大功率？最大功率是多少？



题 6-19 图

解:

$$\dot U_{0c}=j5\dot I_1+\frac{6}{12+j10}\times 6=(j5+6)\frac{6}{12+j10}=3\underline{/0^\circ}\ V$$

外加电源法求 Z_0

$$\dot U=j5\dot I_1+6(\dot I+\dot I_1)-j5\dot I=(6+j5)\dot I_1+(6-j5)\dot I$$

$$\dot I_1=\frac{-6}{12+j10}\dot I\qquad \text{代入上式}$$

$$\dot U=\frac{6+j5}{12+j10}(-6)\dot I+(6-j5)\dot I=-3\dot I+(6-j5)\dot I=(3-j5)\dot I$$

$$\therefore\ Z_0=3-j5\ \Omega$$

当 $Z=3+j5\ \Omega$ 时，可获得最大功率，且 $p_{\max}=(\frac{3}{6})^2\times 3=0.75W$

6-20、用三表法测实际线圈的参数 R 和 L 的值。已知电压表的读数为 100V，电流表为 2A，瓦特表为 120W，电源频率 $f=50Hz$。求：（1）画出测量线路图；（2）计算 R 和 L 的数值。

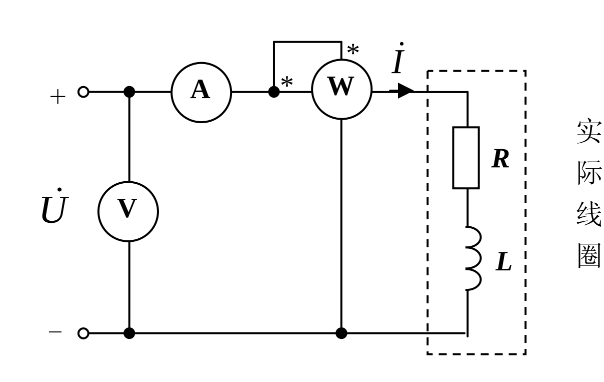
解:（1）测量线路图见右图；

(2) $I^2R=120\quad R=\frac{120}{2^2}=30\Omega$

$$\frac{U}{I}=50=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

$$\therefore\ (\omega L)^2=50^2-30^2=40^2$$

$$\therefore\ L=\frac{40}{2\pi\times 50}=0.127H$$



6-21、一个功率因数为 0.7 的感性负载，将其接于工频 380V 的正弦交流电源上，该负载吸收的功率为 20kW，若将电路的功率因数提高到 0.85，应并多大的电容 C?

解： $\varphi_1 = 45.57°$　　$\varphi_2 = 31.79°$

$$C = \frac{P}{\omega U^2}(tg\varphi_1 - tg\varphi_2)$$
$$= \frac{20\times10^3}{2\pi\times50\times380^2}(tg45.57° - tg31.79°)$$
$$= \frac{2\times10^4}{100\pi\times380^2}(1.02-0.62) = 0.000176F$$

6-22、题 6-22 图示电路中， $\dot{I}_1 = 0$，电源的角频率为 $314 rad/s$，求

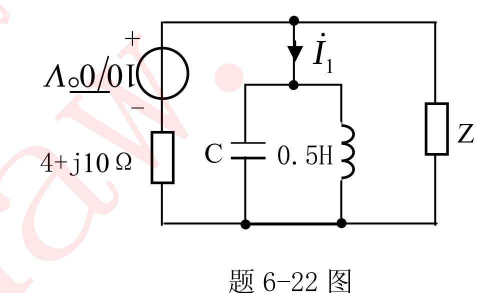
（1） $C = ?$

（1）Z 取何值可获最大功率？最大功率是多少？

解：(1)LC 发生谐振

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{\omega_0}$$

$$C=\frac{1}{\omega_0{}^2 L} = \frac{1}{3.14^2\times0.5}$$
$$= 0.00002028F = 20.28\mu F$$



题 6-22 图

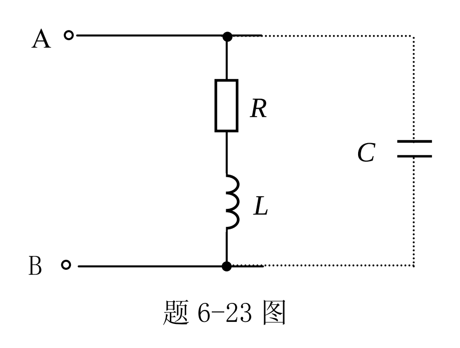
（2） $Z = (4 - j10)\Omega$ 时可获最大功率

$$P_{max} = (\frac{10}{8})^2\times4 = 6.25W$$

6-23、题 6-23 图示电路， $R = 500\Omega, L = 0.2H, \omega = 2500 rad/s$，若将 A、B 端的功率因数提高到 1，应并多大电容 C?

解： $Z_1 = R + j\omega L = 500 + j500\Omega$

$$Y = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C$$
$$= \frac{1}{500 + j500} + j2500C$$
$$= \frac{1}{1000} + j(2500C - \frac{1}{1000})$$

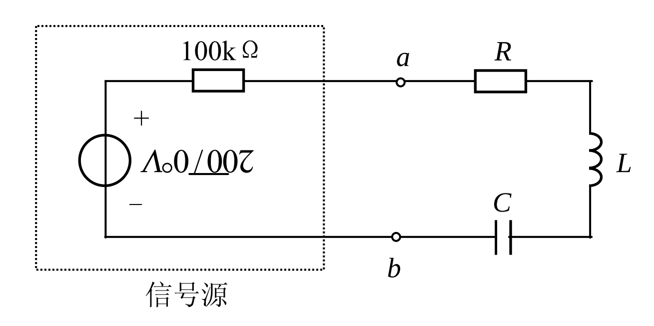


题 6-23 图

当　$j(2500C - \frac{1}{1000}) = 0$ 时，AB端的功率因数提高到1

$$C = 0.4\mu F$$

6-24、电路如题 6-24 图所示。已知 a、b 端右侧电路的品质因数 Q 为 100，谐振时角频率 $\omega_0=10^7 rad/s$，且谐振时信号源输出的功率最大。求 R、L 和 C 的值。



题 6-24 图

解：当 $R=100k\Omega$ 时，信号源输出最大功率

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R\omega_0 C}=100$$

$$L=1H \quad C=100pF$$

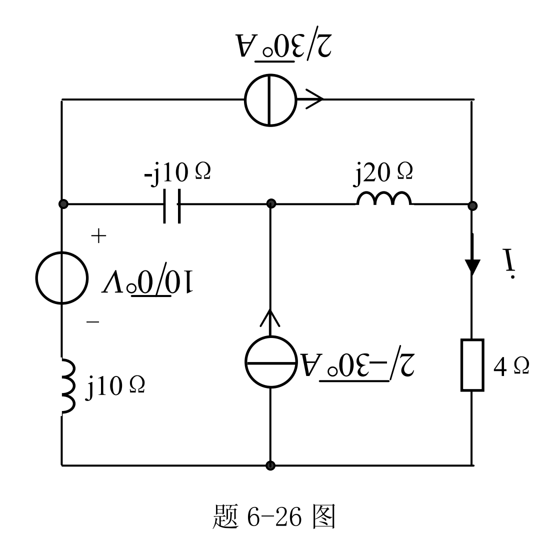
6-25、题 6-25 图示电路中，各元件参数已知，电容 C 可调。当 C 调到某一定值时电流 $i=0$。求电源的频率 f。

解：

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 c}}$$

题 6-25 图

6-26、题 6-26 图示电路。分别用结点电压法、回路分析法求电流 $\dot{I}$。



题 6-26 图

解：回路法：

$$4\dot{I}+j20(\dot{I}-2\underline{/30^\circ})+j10(\dot{I}-2\underline{/-30^\circ})-10+(-j10)(\dot{I}-2\underline{/30^\circ}-2\underline{/-30^\circ})=0$$

整理得： $(4+j20)\dot{I}=j10\times 2\underline{/30^\circ}+10=-10+j17.32+10=j17.32$

解得： $\dot{I}=\dfrac{j17.32}{4+j20}=\dfrac{j17.32}{20.396\underline{/78.69^\circ}}=0.85\underline{/11.31^\circ}A$

结点法：

$$(\frac{1}{j10}+\frac{1}{-j10})\dot{U}_1-\frac{1}{-j10}\dot{U}_2=\frac{10}{j10}-2\underline{/30^\circ}$$

$$(\frac{1}{j20}+\frac{1}{-j10})\dot{U}_2-\frac{1}{-j10}\dot{U}_1-\frac{1}{j20}\dot{U}_3=2\underline{/-30^\circ}$$

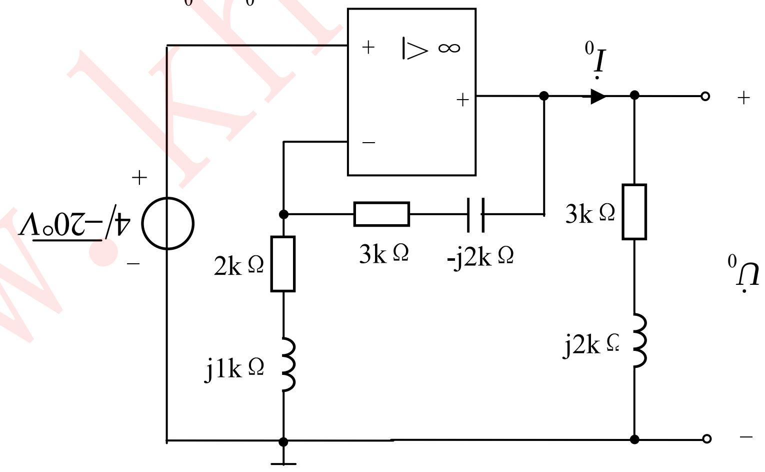
$$(\frac{1}{j20}+\frac{1}{4})\dot{U}_3-\frac{1}{j20}\dot{U}_2=2\underline{/30^\circ}$$

解得: $\dot{U}_2=10-20\underline{/120^\circ}$

$$\dot{U}_3=\frac{j17.32}{1+j50}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_3}{4}=\frac{j17.32}{(1+j50)4}=\frac{j17.32}{4+j20}=\frac{j17.32}{20.4\underline{/78.69^\circ}}=0.85\underline{/11.31^\circ}A$$

6-27、求题 6-27 图示电路中的$\dot{U}_0$ 和 $\dot{I}_0$。



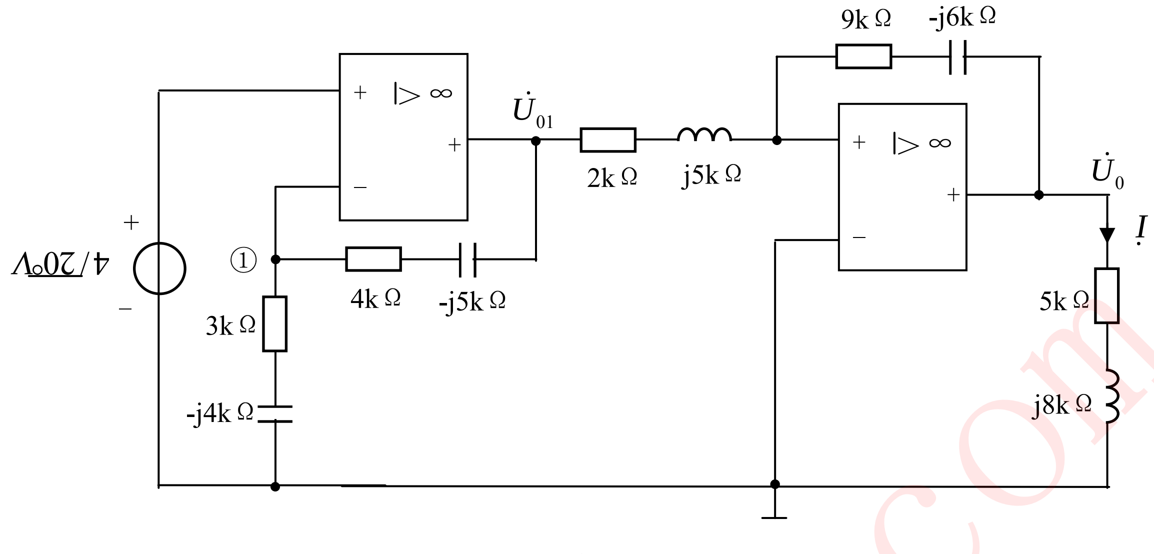
题 6-27 图

解：根据运放的特点，列写出 KCL 方程 $\dfrac{\dot{U}_0}{3-j2}=(\dfrac{1}{2+j}+\dfrac{1}{3-j2})4\underline{/-20^\circ}$ 解得：

$$\dot{U}_0=\frac{5-j}{2+j}\times 4\underline{/-20^\circ}=\frac{5.1\underline{/-11.31^\circ}\times 4\underline{/-20^\circ}}{2.24\underline{/26.57^\circ}}=9.11\underline{/-57.88^\circ}V$$

$$\dot{I}_0=\frac{\dot{U}_0}{3+j2}=\frac{9.11\underline{/-57.88^\circ}}{3.61\underline{/33.69^\circ}}=2.52\underline{/-91.57^\circ}mA$$

6-28、求题 6-28 图示电路中的 $\dot{I}$ 。



题 6-28 图

解：根据运放的特点，对结点①列写出 KCL 方程：

$$\frac{4\underline{/20^\circ}}{3-j4}+\frac{4\underline{/20^\circ}-\dot{U}_{01}}{4-j5}=0$$

解得：

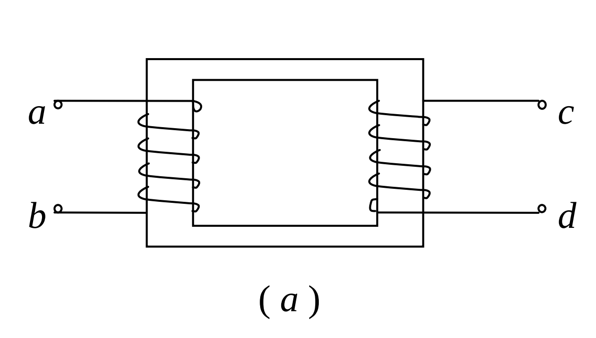
$$\dot{U}_{01}=\frac{7-j9}{3-j4}\times 4\underline{/20^\circ}=\frac{11.4\underline{/-52.13^\circ}}{5\underline{/-53.13^\circ}}\times 4\underline{/20^\circ}=9.12\underline{/21^\circ}V$$

$$\dot{U}_0=\frac{-9.12\underline{/21^\circ}}{2+j5}\times(9-j6)=\frac{-9.12\underline{/21^\circ}\times 10.82\underline{/-33.69^\circ}}{5.39\underline{/68.2^\circ}}=18.31\underline{/99.11^\circ}V$$

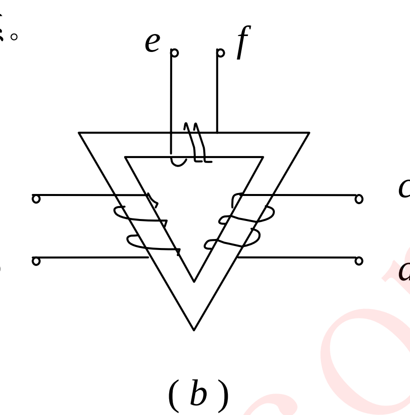
$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_0}{5+j8}=\frac{18.31\underline{/99.11^\circ}}{5+j8}=\frac{18.31\underline{/99.11^\circ}}{9.43\underline{/57.99^\circ}}=1.94\underline{/41.12^\circ}A$$

习题七

7—1 标出题 7—1 图示线圈之间的同名端关系。



(a)

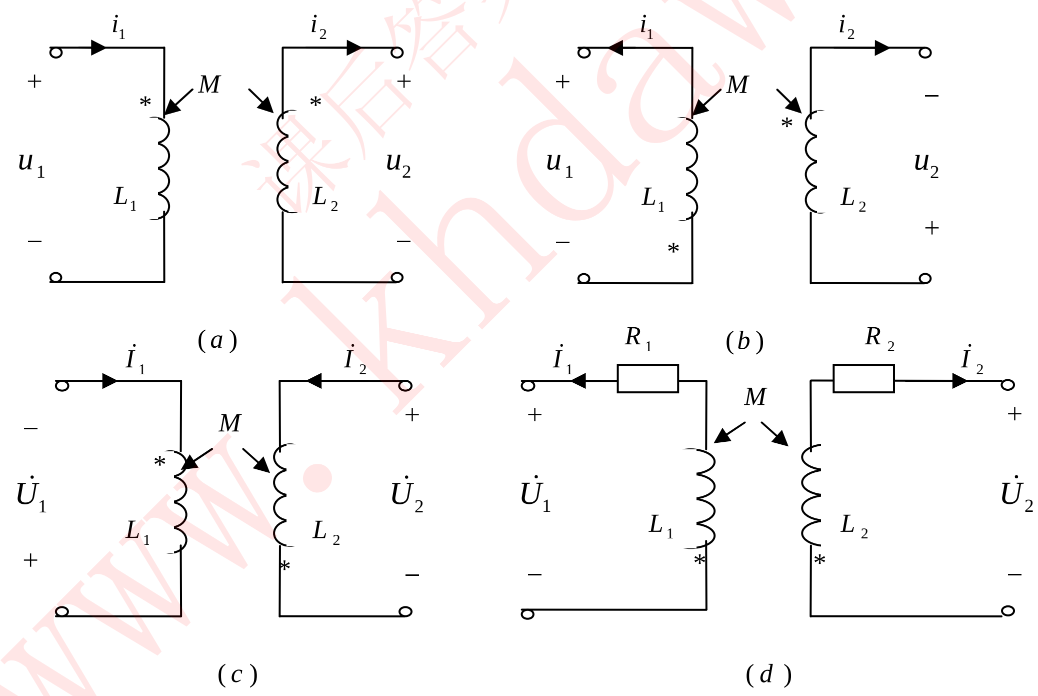


(b)

题 7—1 图

解：（略）

7—2 写出题 7—2 图示电路端口电压与电流的关系式。



题 7—2 图

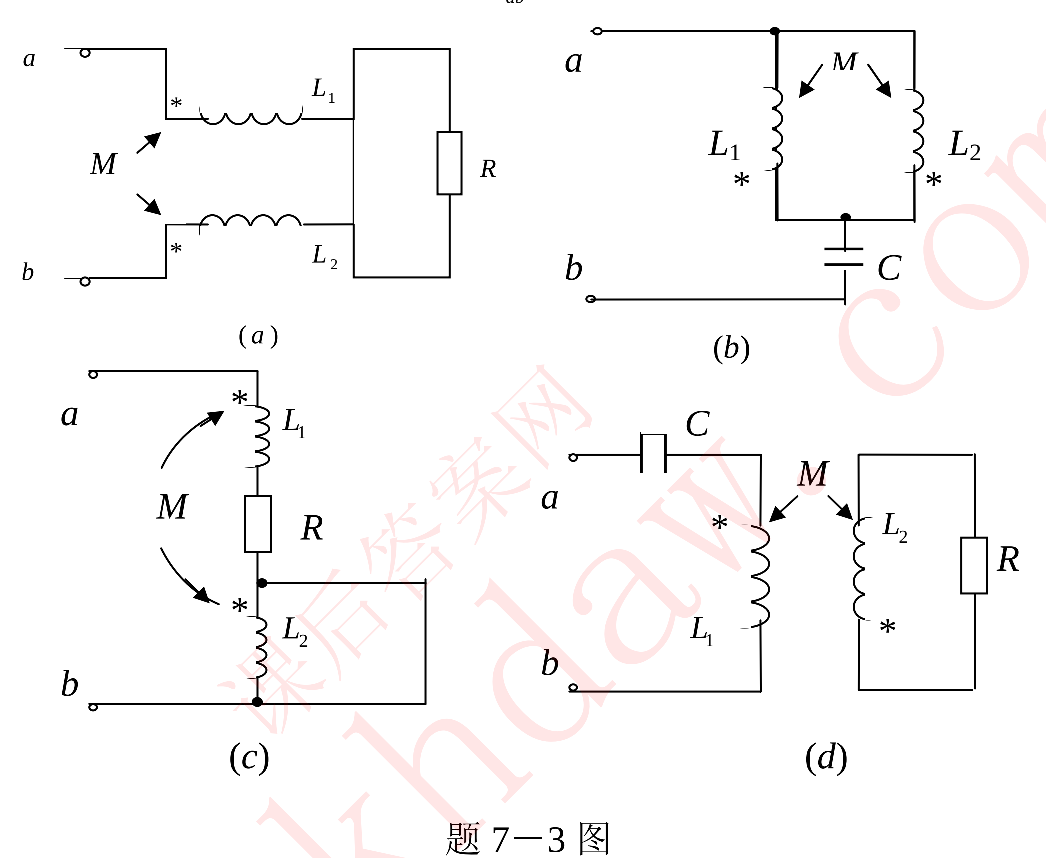
解： a. $u_1 = L_1\dfrac{di_1}{dt} - M\dfrac{di_2}{dt}$ ； $u_2 = -L_2\dfrac{di_2}{dt} + M\dfrac{di_1}{dt}$

b. $u_1 = -L_1\dfrac{di_1}{dt} + M\dfrac{di_2}{dt}$ ； $u_2 = L_2\dfrac{di_2}{dt} - M\dfrac{di_1}{dt}$

c. $\dot{U}_1 = -j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2$ ； $\dot{U}_2 = j\omega L_2\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I}_1$

d. $\begin{cases} \dot{U}_1 = -(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = -(R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I}_1 \end{cases}$

7—3 求题 7—3 图示电路的输入阻抗 Z_{ab}。设电源的角频率为 ω。



题 7—3 图

解： a. L_1，L_2 反串 $L_e = L_1 + L_2 - 2M$

$\therefore \quad Z_{ab} = R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$

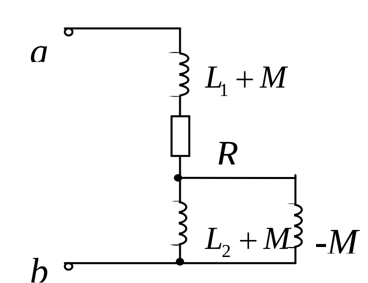
b. L_1、L_2 同侧并联 $L_e = \dfrac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$

$\therefore \quad Z_{ab} = j\omega L_e - j\dfrac{1}{\omega c} = j[\omega\dfrac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} - \dfrac{1}{\omega c}]$

c. T 型等效去藕

$Z_{ab} = R + j\omega(L_1 + M) + j\omega[\dfrac{-M(L_2 + M)}{L_2 + M - M}]$

$= R + j\omega(L_1 + M) + j\omega(-M - \dfrac{M^2}{L_2})$



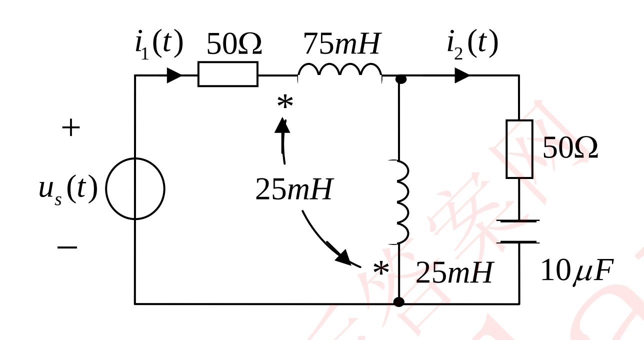
$$=R+j\omega(L_1-\frac{M^2}{L_2})$$

d. 反映阻抗 $Z_{r1}=\frac{\omega^2M^2}{R+j\omega L_2}=\frac{R\omega^2M^2}{R+\omega^2L_2{}^2}-j\frac{\omega^3M^2L_2}{R+\omega^2L_2{}^2}$

$$\therefore\quad Z_{ab}=-j\frac{1}{\omega c}+j\omega L_1+Z_{r1}=\frac{R\omega^2M^2}{R+\omega^2L_2{}^2}+j(\omega L_1-\frac{1}{\omega c}-\frac{\omega^3M^2L_2}{R+\omega^2L_2{}^2})$$

注：也可以用 T 型去藕法求解。

7—4 题 7—4 图示电路，已知 $u_s(t)=100\cos(10^3t+30^0)V$，求 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$。



题 7—4 图

解： 作出 T 型等效去藕后的相量电路：

$\dot{U}_s=50\sqrt{2}\angle 30^0V$

如图可知：$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{50+j50}$

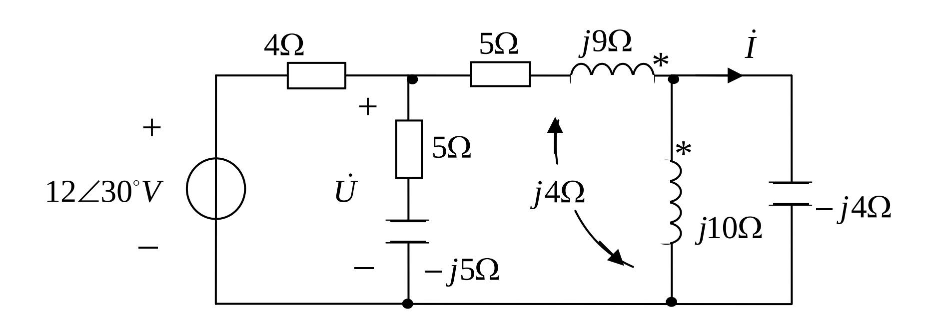
$$=\frac{50\sqrt{2}\angle 30^0}{50\sqrt{2}\angle 45^0}$$

$$=1\angle -15^0(A)$$

而 $\dot{I}_2=0$

$\therefore\quad i_1(t)=\sqrt{2}\cos(10^3t-15^0)A \qquad i_2(t)=0$

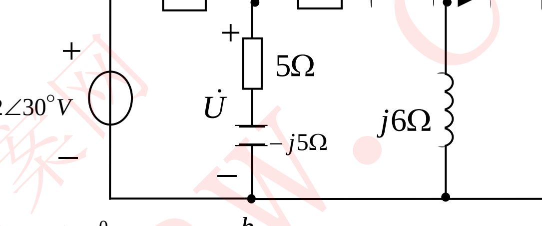
7—5 求题 7—5 图示电路的电压$\dot{U}$和电流$\dot{I}$。



题 7—5 图

解： T 型等效去藕：

最右侧支路短路



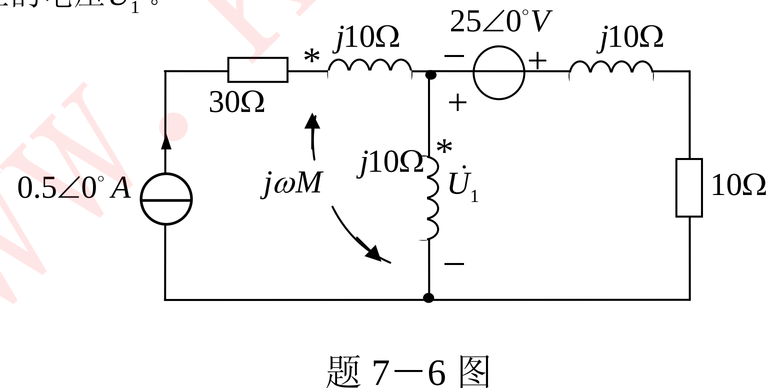
$$Z_{ab}=\frac{(5+j5)(5-j5)}{(5+j5)+(5-j5)}$$

$$=\frac{25+25}{10}=5\Omega$$

$$\therefore\quad \dot{U}=\frac{5}{4+5}\times12\angle30^0V=6.67\angle30^0V$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{5+j5}=\frac{6.67\angle30^0}{5\sqrt{2}\angle45^0}=0.943\angle-15^0\,A$$

7—6 题 7—6 图示电路中，具有互感的两个线圈间的耦合系数$K=0.5$，求其中一个线圈上的电压$\dot{U}_1$。



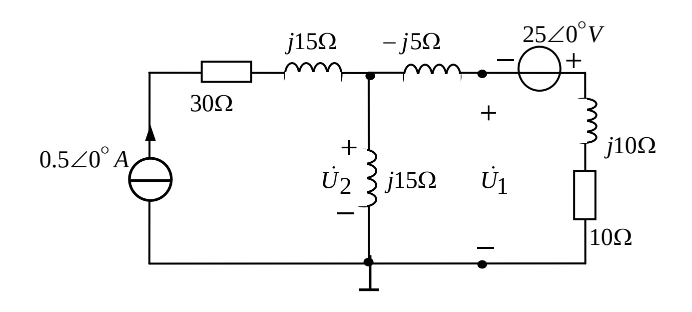
题 7—6 图

解：$M=k\sqrt{L_1L_2}$ 则 $j\omega M=jk\omega\sqrt{L_1L_2}=jk\sqrt{\omega L_1\omega L_2}$

$$=j0.5\times\sqrt{10\times10}=j5\Omega$$

T 型等效去耦：

应用节点电压法



$$(\frac{1}{j15}+\frac{1}{10+j5})\dot U_2=0.5\angle 0^0-\frac{25\angle 0^0}{10+j5}$$

$$(10+j20)\dot U_2=0.5\times(-75+j150)-25\times j15=-37.5-j300$$

$$\therefore\quad \dot U_2=\frac{-37.5-j300}{10+j20}=13.52\angle-160.56^0V$$

$$\text{而}\quad \dot U_1=\dot U_2-(-j5)\times\frac{\dot U_2+25}{10+j10-j5}$$

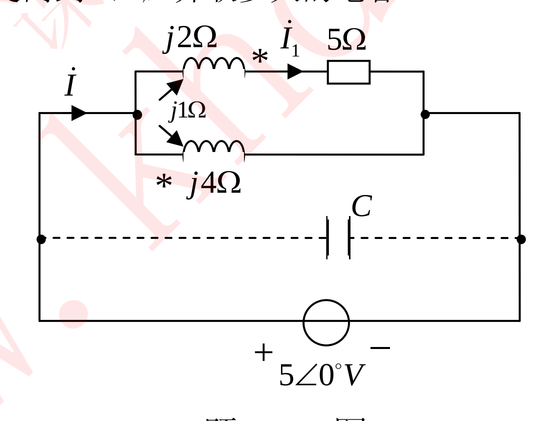
$$=13.32\angle-160.56^0+5.84\angle 43.27^0=8.51\angle-176.63^0V$$

注：也可用叠加定理求解。

7—7 电路如题 7—7 图所示，电源角频率 $\omega=5rad/s$。求：

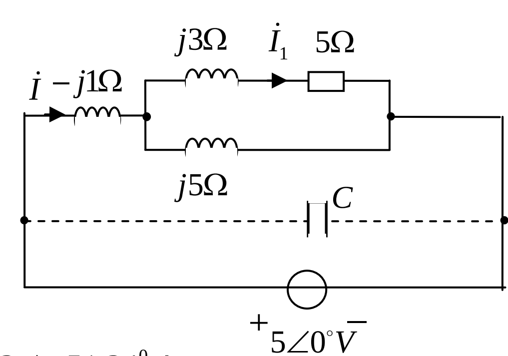
(1) $\dot I$ 和 $\dot I_1$;

(2) 若将功率因数提高到 1，应并联多大的电容 C?



题 7—7 图

解： (1) T 型等效去耦：



$$Z=-j1+\frac{j5\times(5+j3)}{5+j8}$$

$$=2.24\angle 51.34^0(\Omega)$$

$$\therefore\quad \dot I=\frac{5\angle 0^0}{Z}=\frac{5\angle 0^0}{2.24\angle 51.34^0}=2.23\angle-51.34^0A$$

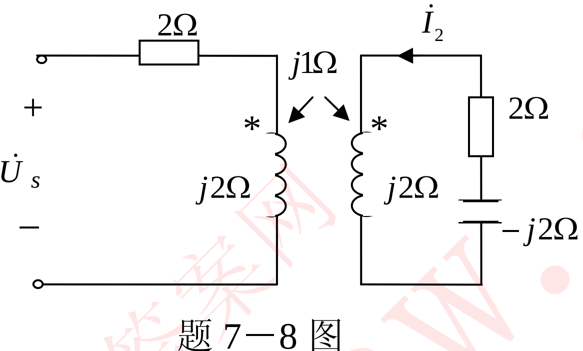
$$\dot{I}_1=\frac{j5}{5+j3+j5}\times\dot{I}=\frac{j5}{5+j8}\times 2.23\angle-51.34^0=1.18\angle-19.33^0 A$$

(2) $Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{2.24\angle 51.34^0}=0.446\angle-51.34^\circ=0.2789-j0.3486(s)$

当 $\omega c=0.3486$

即 $C=\frac{0.3486}{5}=0.0697F$ 时，功率因数为 1（谐振）。

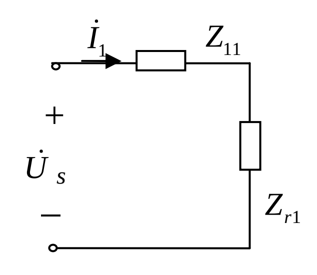
7—8 题 7—8 图示电路，已知$u_s=10\sqrt{2}\cos\omega t\quad V$, 求$i_2$以及电源$u_s$发出的有功功率$P$。



题 7—8 图

解： 令$\dot{U}_s=10\angle 0^0 V$. $Z_{11}=2+j2(\Omega)$ $Z_{22}=2+j2-j2=2(\Omega)$

$X_M=1\Omega$



$$Z_{r1}=\frac{X_M{}^2}{Z_{22}}=\frac{1}{2}\Omega$$

$$\therefore\ \dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{Z_{11}+Z_{r1}}=\frac{10\angle 0^0}{2.5+j2}=3.12\angle-38.66^0 A$$

电源发出的功率 $P=(R_1+R_{r1})I_1{}^2$

$$=2.5\times 3.12^2=24.39w$$

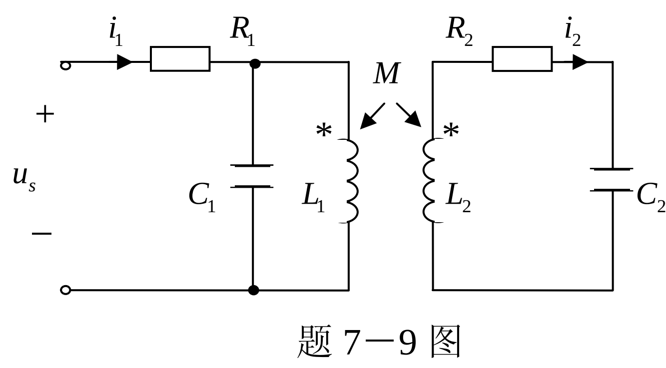
而 $\dot{I}_2=-\frac{jX_M\dot{I}_1}{Z_{22}}=-j\frac{3.12\angle-38.66^0}{2}=1.56\angle-128.66^0 A$

$$\therefore\ i_2=2.21\cos(\omega t-128.66^0)(A)$$

注：还可以用 T 型等效去藕电路求解。

7—9 题 7—9 图示电路中，$u_s=200\sqrt{2}\sin 10^3 t\quad V, R_1=100\Omega, R_2=1\Omega, C_1=10\mu F$,

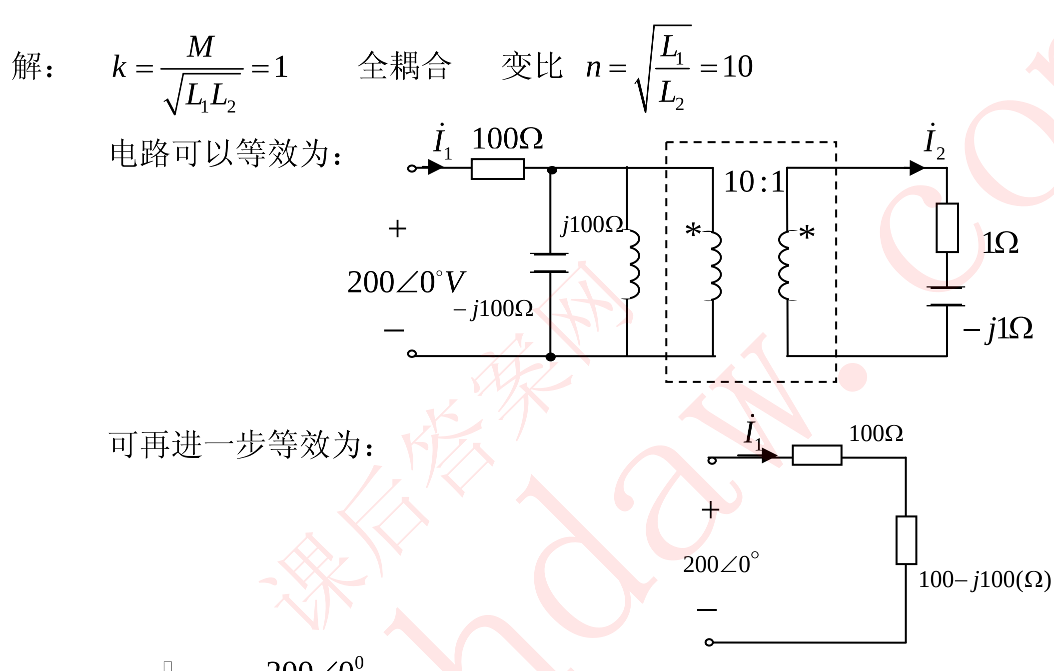
$C_2=10^3\mu F, L_1=100mH$, $L_2=1mH, M=10mH$, 求i_1和i_2。



题 7—9 图

解：　$k=\dfrac{M}{\sqrt{L_1L_2}}=1$　　全耦合　　变比　$n=\sqrt{\dfrac{L_1}{L_2}}=10$

电路可以等效为：



可再进一步等效为：

$$\therefore\quad \dot{I}_1=\frac{200\angle 0^0}{100+100-j100}=0.894\angle 26.57^0\,A$$

由于$-j100$与$j100$支路并联谐振，$\dot{I}_1$也是流过理想变压器原边的电流。

$$\therefore\quad \dot{I}_2=n\dot{I}_1=8.94\angle 26.57^0\,A$$

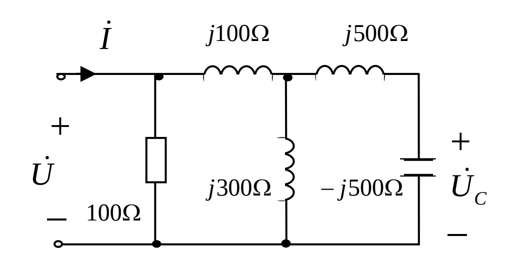
$$\therefore\quad i_1=1.265\sin(10^3t+26.57^0)A\qquad i_2=12.65\sin(10^3t+26.57^0)A$$

注：本题也可以用求解空芯变压器的方法求解。

7—10　电路如题 7—10 图所示。已知电源的角频率$\omega=200rad/s,\dot{U}=200\angle 0^{\circ}\ \ V$，求端口电流$\dot{I}$和电容电压$\dot{U}_C$。

题 7—10 图

解： T 型等效去藕：



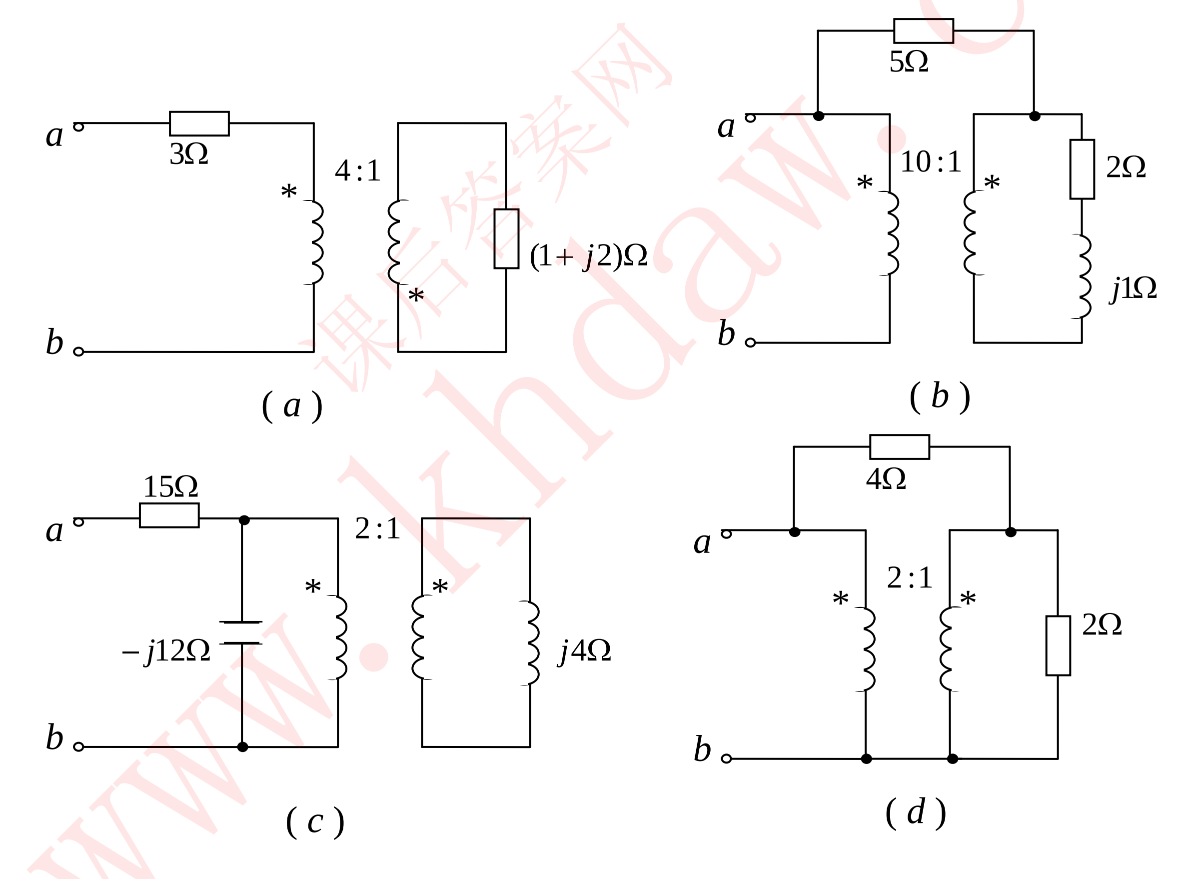
则 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{100}+\dfrac{\dot{U}}{j100}$

$=\dfrac{200}{100}+\dfrac{200}{j100}$

$=2-j2=2\sqrt{2}\angle-45^0 A$

$\dot{U}_c=-j500\times\dfrac{200}{j100}=-1000=1000\angle180^0 V$

7—11 电路如题 7—11 图所示。求等效阻抗 Z_{ab}。



题 7—11 图

解： a. $Z_{ab}=3+4^2\times(1+j2)=19+j32(\Omega)$

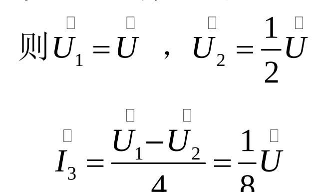
b. 5Ω 支路电流为 0

$Z_{ab}=10^2\times(2+j1)=200+j100(\Omega)$

c. $Z_L^{'}=2^2\times j4=j16(\Omega)$

$$Z_{ab}=15+\frac{-j12\times j16}{j16-j12}=15-j48(\Omega)$$

d. 设 a、b 端口电压



则 $\dot U_1=\dot U$ ， $\dot U_2=\frac{1}{2}\dot U$

$$\dot I_3=\frac{\dot U_1-\dot U_2}{4}=\frac{1}{8}\dot U$$

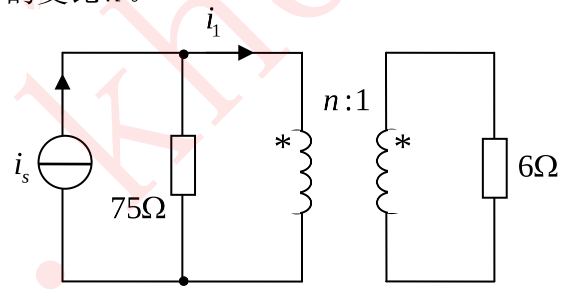
$$\dot I_4=\frac{\dot U_2}{2}=\frac{1}{4}\dot U$$

$\dot I_2=\dot I_4-\dot I_3=\frac{1}{8}\dot U$ ， $\dot I_1=\frac{1}{2}\dot I_2=\frac{1}{16}\dot U$

$$\dot I=\dot I_1+\dot I_3=\frac{3}{16}\dot U$$

$$\therefore\ Z_{ab}=\frac{\dot U}{\dot I}=\frac{16}{3}\Omega$$

7—12 电路如题 7—12 图所示。如果理想变压器原边的电流 i_1 是电流源电流 i_s 的 1/3，试确定变压器的变比 n。



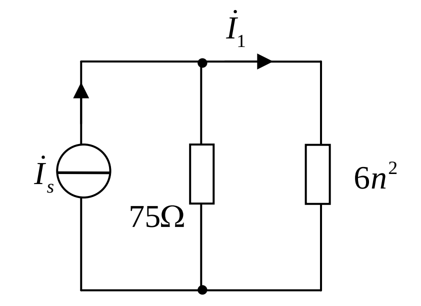
题 7—12 图

解： 将副边阻抗折算到原边

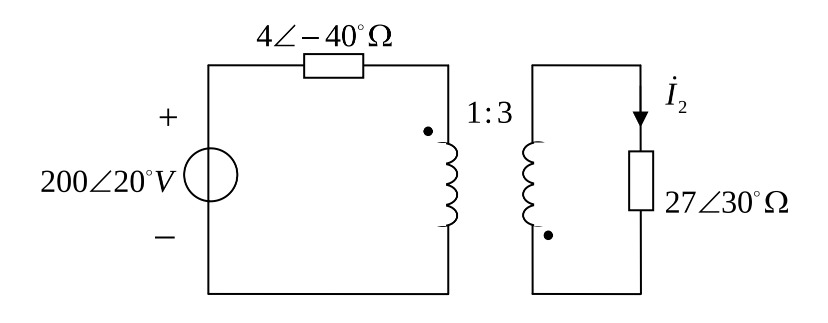
由分流关系 $\dot I_1=\frac{1}{3}\dot I_s$

可得折算阻抗 $6n^2=2\times75=150\Omega$

$\therefore\ n=5$



7—13 求题 7—13 图示电路中的电流 $\dot{I}_2$ 。



题 7—13 图

解：将副边阻抗折算到原边

$$Z_L' = (\frac{1}{3})^2 Z_L = \frac{1}{9} \times 27\angle 30^0 = 3\angle 30^0$$

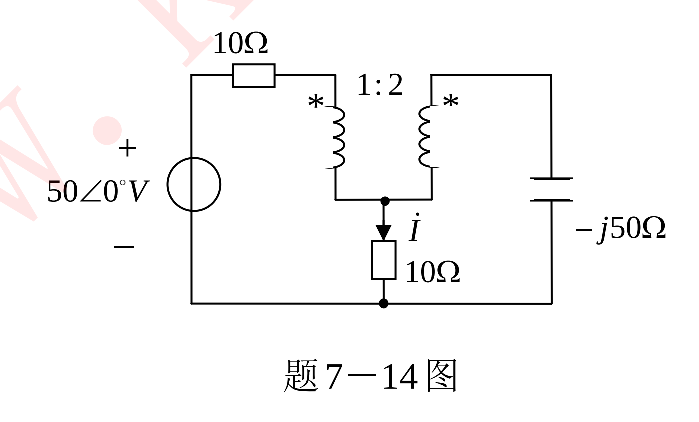
$$\dot{I}_1 = \frac{200\angle 20^0}{4\angle -40^0 + 3\angle 30^0}$$

$$= \frac{200\angle 20^0}{5.76\angle -10.71^0} = 34.71\angle 30.71^0\ A$$

$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 流入同名端

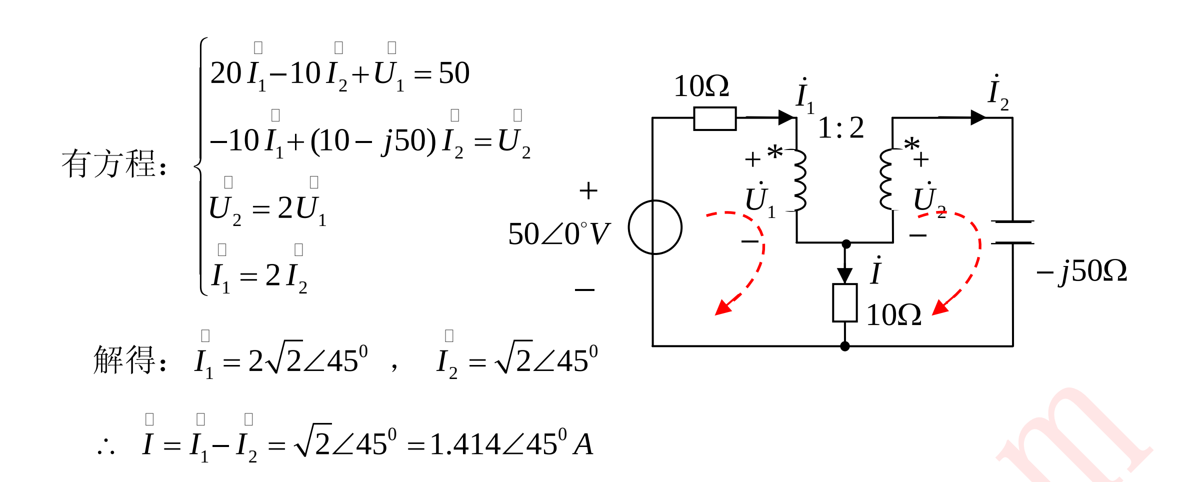
$$\therefore \quad \dot{I}_2 = -\frac{1}{3}\dot{I}_1 = -11.57\angle 30.71^0\ A$$

7—14 求题 7—14 图示电路中的电流 $\dot{I}$ 。



题 7—14 图

解： 如图，以 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 为网孔电流

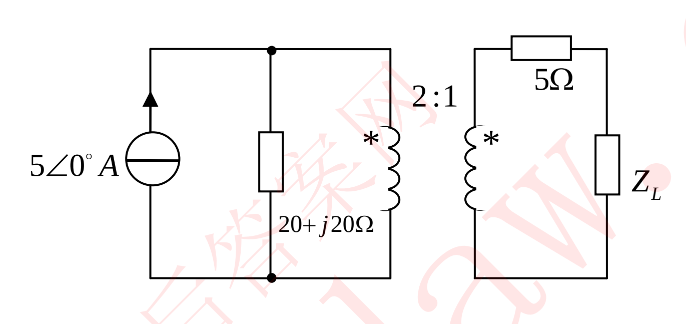


有方程：
$$\begin{cases} 20\dot{I}_1 - 10\dot{I}_2 + \dot{U}_1 = 50 \\ -10\dot{I}_1 + (10 - j50)\dot{I}_2 = \dot{U}_2 \\ \dot{U}_2 = 2\dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 = 2\dot{I}_2 \end{cases}$$

解得： $\dot{I}_1 = 2\sqrt{2}\angle 45^0$ ， $\dot{I}_2 = \sqrt{2}\angle 45^0$

$$\therefore \quad \dot{I} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = \sqrt{2}\angle 45^0 = 1.414\angle 45^0 A$$

7—15 电路如题 7—15 图所示。当负载 Z_L 取何值可获得最大功率？最大功率是多少？



题 7—15 图

解： 将电路等效变换为：

$$Z_L' = 4Z_L$$

$$Z_0 = 20 + j20 + 20 = 40 + j20\Omega$$

20 + j20(Ω)　　20Ω

+

$100\angle 20^\circ V$　　Z_L'

−

∴ 当 $Z_L' = \overset{*}{Z_0} = 40 - j20\Omega$ 时，

可获得最大功率

$$P_{\max} = \frac{U_s^2}{4R_0} = \frac{(100\sqrt{2})^2}{4\times 40} = 125w$$

即 当 $Z_L = \frac{1}{4}Z_L' = 10 - j5(\Omega)$ 时，可获得最大功率 $125w$。

注：也可以将原边电路折算到副边求解。

习 题 八

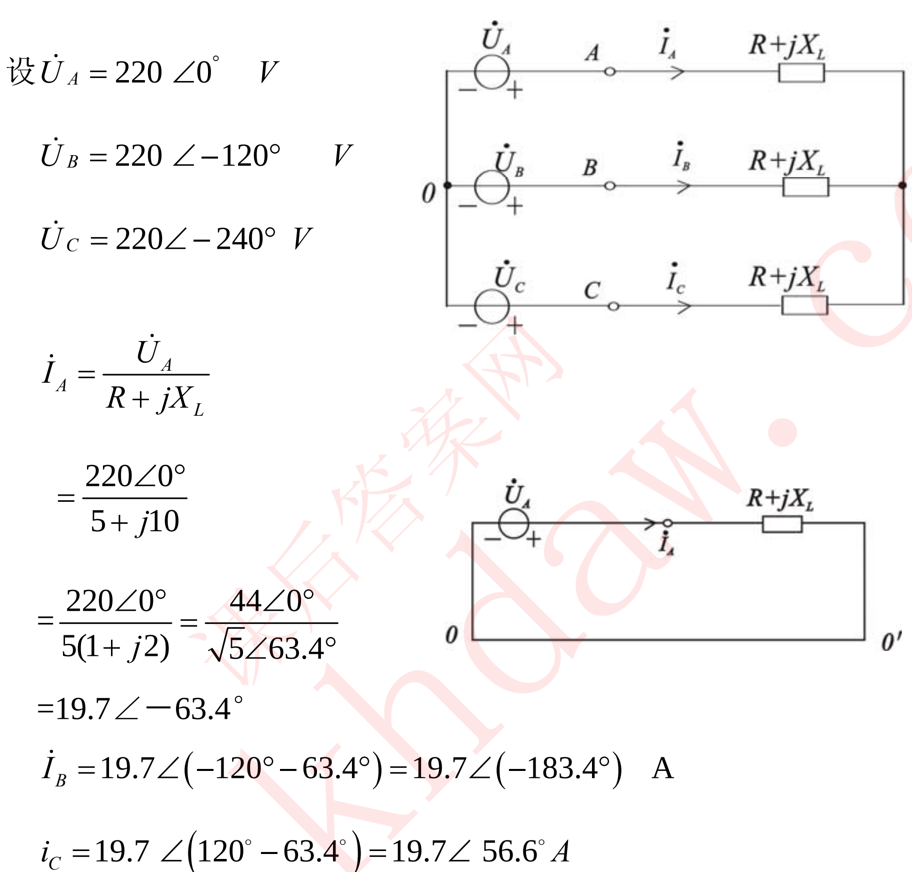
8—1 已知对称三相电路线电压有效值为 380V的三相电源接在星形连接的三相负载上，每相负载电阻R=5Ω，感抗X_L=10Ω。试求此负载的相电流$\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$及相电压$\dot{U}_A$、$\dot{U}_B$、$\dot{U}_C$。

解

设$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \quad V$

$\dot{U}_B = 220\angle -120^\circ \quad V$

$\dot{U}_C = 220\angle -240^\circ \quad V$



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{R + jX_L}$$

$$= \frac{220\angle 0^\circ}{5 + j10}$$

$$= \frac{220\angle 0^\circ}{5(1+j2)} = \frac{44\angle 0^\circ}{\sqrt{5}\angle 63.4^\circ}$$

$=19.7\angle -63.4^\circ$

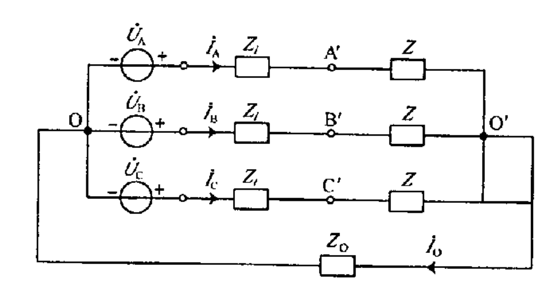
$\dot{I}_B = 19.7\angle(-120^\circ - 63.4^\circ) = 19.7\angle(-183.4^\circ) \quad$ A

$i_C = 19.7\angle(120^\circ - 63.4^\circ) = 19.7\angle 56.6^\circ\ A$

8—2 题 8—2 图示对称三相电路中，$u_A = 220\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ)\ V$，$z = (20 + j10\sqrt{5})$ Ω，Z_l=(2+j1)Ω，Zo=(2+j1)Ω。求：

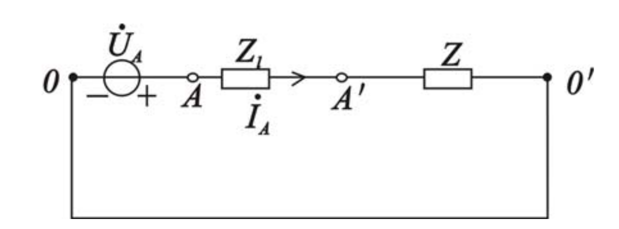
(1)线电流$\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$及中线电流$\dot{I}_O$；

(2)电压$u_{A'B'}$的瞬时表达式。



题 8—2 图

解



设 $\dot{U}_{AB}=380\angle 60°\ V$

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z_l+Z}=\frac{220\angle 30°}{(2+\mathrm{j})+(20+\mathrm{j}10\sqrt{5})}=\frac{220\angle 30°}{32.1\angle 46.8}=6.85\angle(-16.8°)\text{A}$$

$\dot{I}_B$ =6.85∠（-136.8°）A　　　$\dot{I}_B$ =6.85∠103.2° A

$\dot{I}_O$ =0A

∵ $\dot{U}_{A'O'}$ =Z$\dot{I}_A$ =（20+j10$\sqrt{5}$）×6.85∠–16.8°

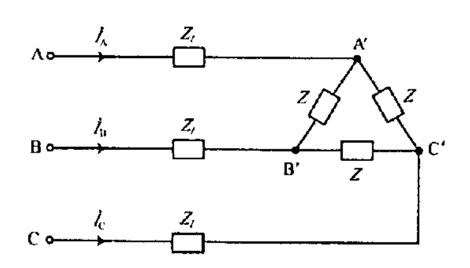
=30∠48.2° ×6.85∠–16.8°

=205.5∠31.4°

∴ $\dot{U}_{A'B'}=205.5\sqrt{3}$ ∠（31.4° +30°）=355.9∠61.4° A

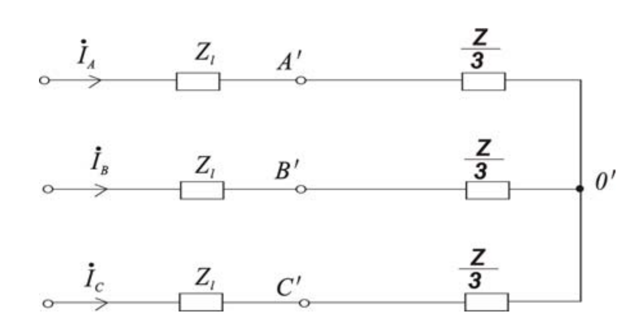
$u_{A'B'}(t)=355.9\sqrt{2}\cos$（314t+61.4°）

8—3　已知对称三相电路如题 8—3 图所示，线电压U_l=380V，输电线阻抗Z_l=5Ω，负载阻抗Z=(15+j30)Ω。求线电流相量$\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$及相电流相量$\dot{I}_{A'B'}$、$\dot{I}_{B'C'}$、$\dot{I}_{C'A'}$。

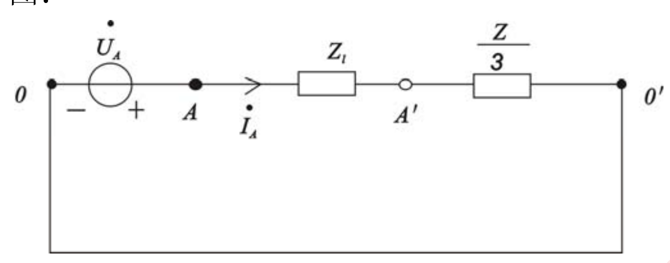


题 8－3 图

解：



A 相单相计算图：



设$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ$ V

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + \frac{Z}{3}} = \frac{220\angle 0^\circ}{5+(5+\mathrm{j}10)} = \frac{220}{10\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 11\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$$

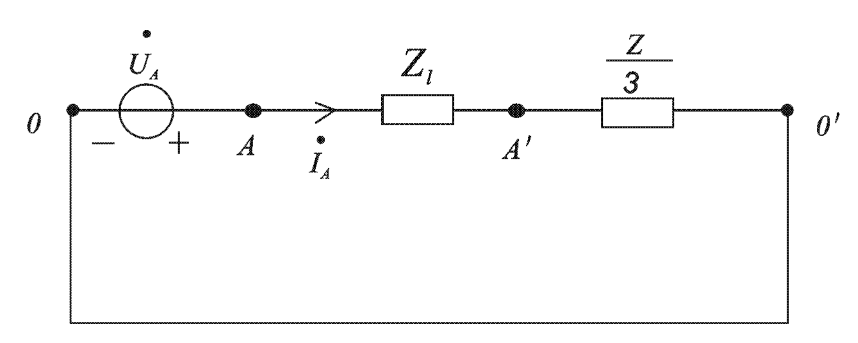
$\dot{I}_B = 11\sqrt{2}\angle -165^\circ$ A　　　　$\dot{I}_C = 11\sqrt{2}\angle 75^\circ$ A

$$\dot{I}_{A'B'} = \frac{I_A}{\sqrt{3}}\angle(-45^\circ + 30^\circ) = \frac{11\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\angle -15^\circ \text{ A}$$

$\dot{I}_{B'C'} = \frac{11\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\angle -135^\circ$ A，　　$\dot{I}_{C'A'} = \frac{11\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\angle -105^\circ$ A

8—4　题 8—3 图示对称三相电路中，若要使三角形连接的负载相电压$\dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{C'A'}$ =380V，且阻抗Z=（$10\sqrt{3}$+j10）Ω，Z_l=(1+j$\sqrt{2}$)Ω。试求电源线电压U_{AB}的有效值。

图如 8－3 题所示，设$\dot{U}_{A'O'} = 220\angle 0^\circ$ V



$$\dot{I}_A=\frac{220\angle 0°}{\frac{10\sqrt{3}+j10}{3}}=\frac{660\angle 0°}{10\times 2\angle 30°}=35\angle -30° \text{ A}$$

$$\therefore \dot{U}_A=\dot{U}_{AO'}=Z_l\dot{I}_A+\dot{U}_{A'O'}$$

$$=(1+j\sqrt{2})\,33\angle -30°+220\angle 0°$$

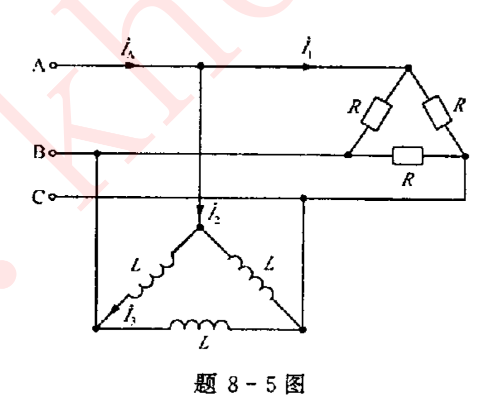
$$=\sqrt{3}\angle 54.7°\ 33\angle -30°+220$$

$$=33\sqrt{3}\angle 24.7°+220$$

$$=51.9+j23.9+220$$
$$=272.9\angle 5° \text{ V}$$

$$\therefore U_{AB}=272.9\times\sqrt{3}=472.7 \text{ V}$$

8—5 对称三相电路如题 8—5 图所示，电源角频率$\omega=2\pi\times 50$rad/s，电源线电压为 380V，有一组三角形连接电阻负载，每相电阻值为 20Ω，另有一组三角形连接电感负载，已知两组负载的线电流有效值$I_1=I_2$。求三角形电感负载每相电感系数L及负载相电流$\dot{I}_3$、线电流$\dot{I}_A$。



题 8－5 图

解 若要$I_1=I_2$，应有R与 L的阻抗相等。

$$R=\omega L \rightarrow L=\frac{R}{\omega}=\frac{20}{2\pi\times 50}=\frac{1}{5\pi}(H)$$

设$\dot{U}_{AB}=380\angle 0°$ V， $\dot{I}_{ABR}=\frac{380\angle 0°}{20}=19\angle 0°$ A

$$\dot{I}_1=\sqrt{3}I_{ABR}\angle(0°-30°)=19\sqrt{3}\angle -30° \text{ A}$$

$$\dot{I}_{ABL}=\dot{I}_3=\frac{380\angle 0°}{j\omega L}=\frac{380\angle 0°}{j20}=19\angle -90° \text{ A}$$

$\dot{I}_2=\sqrt{3}\,I_{ABL}\angle(-90°-30°)=19\sqrt{3}\angle-120°$ A

∴ $\dot{I}_A=\dot{I}_1+\dot{I}_2=19\sqrt{3}(\angle-30°+\angle-120°)$

$=19\sqrt{3}(0.87-j0.5-0.5+j0.87)$

$=19\sqrt{3}(0.37+j0.37)$

$=19\sqrt{3}\times0.37\sqrt{2}\angle45°$

$=17.2\angle45°$ A

8—6 某对称三相用电设备的额定线电压为 380V，假定线电流为 150A，相功率因数为 0.8，试求此设备的有功功率、无功功率、视在功率。

解 $p=\sqrt{3}\,U_lI_l\cos\varphi$

$=\sqrt{3}\times380\times150\times0.8=78981.5$ W

∵ $\varphi=\arccos(0.8)=36.9°$

无功功率 $Q=\sqrt{3}\,U_lI_l\sin\varphi=\sqrt{3}\times380\times150\times0.6$

$=59236$ VAR

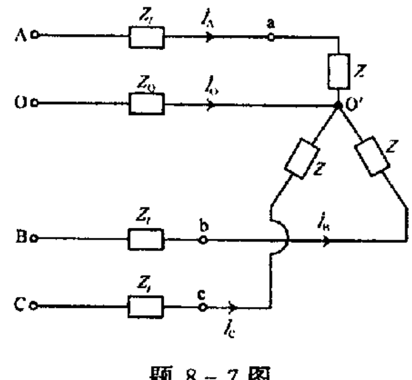
视在功率：$S=\sqrt{3}\times380\times150=98726.9$ VA

8—7 题 8—7 图示对称三相电路，电源端线电压U_{AB}=380V．端线阻抗$Z_l=(1+j2)\,\Omega$，中线阻抗$Z_O=(1+j)\ \Omega$，负载每相阻抗$Z=(12+j3)\,\Omega$，求：

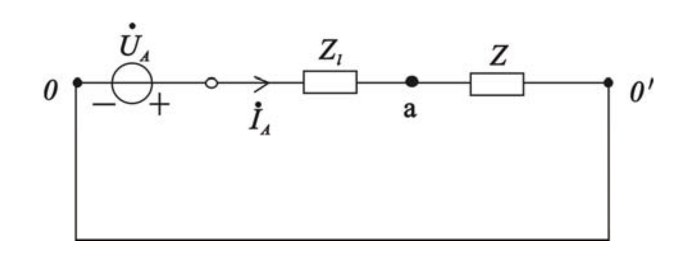
(1) $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$、$\dot{I}_O$

(2)负载端线电压$\dot{U}_{ab}$、$\dot{U}_{bc}$、$\dot{U}_{ca}$。

(3)三相负载吸收的总有功功率。



题 8－7 图



（1）设 $\dot{U}_A=220\angle 0°$ V，由题知Z_l＝1+j2Ω， $Z=12+j3\Omega$

$$\dot{I}_A=\frac{220\angle 0°}{Z_l+Z}=\frac{220}{13+j5}=\frac{220}{5.8\ \angle 59°}=37.9\angle -59°\ \text{A}$$

$\dot{I}_B=37.9\angle -179°$ A　　　$\dot{I}_c=37.9\angle 61°$ A

$\dot{I}_o=0$

（2）∵ $\dot{U}_{ao'}=Z\dot{I}_A=(12+j3)\times 37.9\angle -59°$

$=12.4\angle 14°\times 37.9\angle 59°$

$=470\angle -45°$

∴ $\dot{U}_{ab}=470\sqrt{3}\angle(-45°+30°)=470\sqrt{3}\angle -15°$ V

$\dot{U}_{bc}=470\sqrt{3}\angle -135°$ V， $\dot{U}_{ca}=470\sqrt{3}\angle 105°$ V

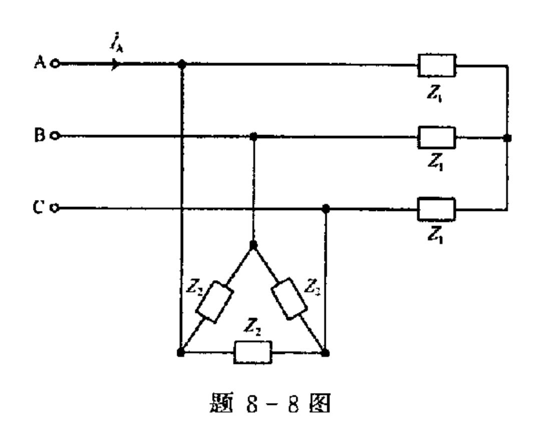
（3）$P=\sqrt{3}\,U_{ab}\,I_A\cos\left[arc(12+j3)\right]$

$=\sqrt{3}\times 470\sqrt{3}\times 37.9\cos 14°=51.9kW$

8—8　对称三相电路如题 8—8 图所示，当负载星形连接，每相阻抗Z_l=(5+j5) Ω；当负载三角形连接，每相阻抗Z_2=(15+j12) Ω，已知电源线电压 380 V，频率f＝50Hz。试求：

(1)两组负载总有功功率P、线电流I_A、电路功率因数。

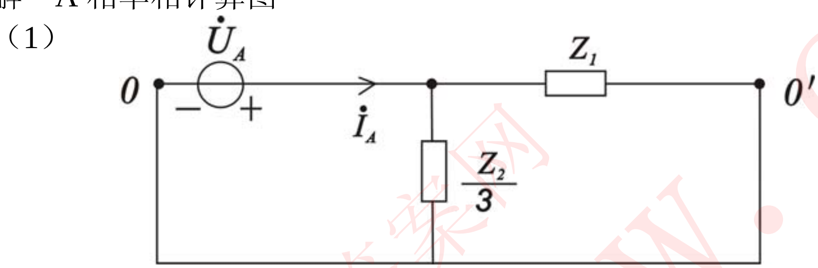
(2)若要使负载总的功率因数提高到 0.95，应该将补偿电容如何连接?并计算出每相电容的值.



题 8－8 图

解　A 相单相计算图

（1）



设 $\dot U_A = 220\angle 0°$

$$\frac{Z_2}{3}//Z_1 = Z_{eq} = \frac{(5+j4)5\sqrt{2}\angle 45°}{(5+j4)+5+j5}$$

$$=\frac{6.4\angle 38.7°\times 5\sqrt{2}\ \angle 45°}{10+j9}$$

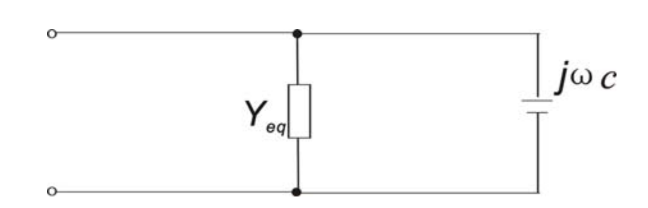
$$=\frac{45.3\angle 83.7°}{13.5\angle 42°}$$

$=3.36\angle 41.7°\ \ \Omega$

$$\dot I_A = \frac{\dot U_A}{Z_{eq}} = \frac{220\angle 0°}{3.36\angle 41.7°} = 65.5\angle -41.7°\ \text{A}$$

∴ $p=\sqrt{3}\times 380\times 65.5\times \cos 41.7° = 32.3kW$

（2）提高功率因数到 $\cos\varphi = 0.95$

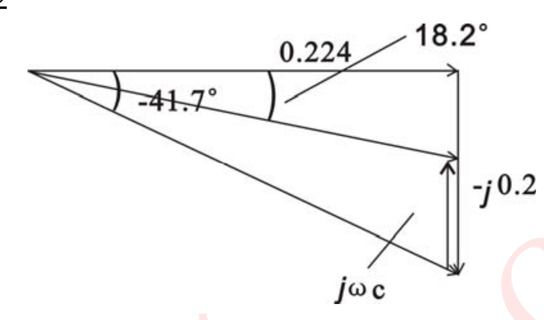


$\varphi=\arccos 0.95=18.2°$

$Z_{eq}=3.36\angle 41.7° \ =2.5+j2.2$

$$Y_{eq}=\frac{1}{Z_{eq}}=\frac{1}{3.36\angle 41.7°}=0.3\angle -41.7°$$

$=0.224-j0.2$



并电容后 $Y=Y_{eq}+j\omega c=0.224-j0.2+j\omega c=|Y|\angle -18.2°$

$$\therefore \ \operatorname{tg}(-18.2°)=\frac{-0.2+\omega c}{0.224}=-0.33$$

$\omega c=(-0.33\times 0.224)+0.2=-0.074+0.2=0.126$

$$c=\frac{0.126}{\omega}=\frac{0.126}{2\pi\times 50}=0.04\times 10^{-2}=400\times 10^{-6}$$

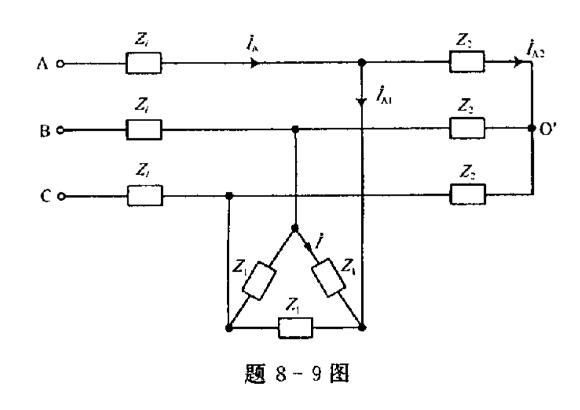
$=400\mu F$

连接方式说明：采用星形连接

8—9 对称三相电路如题 8—9 图所示，已知 $\dot{U}_{AB}=380\angle 30°$ V，$Z_l=(2+j3)$ Ω，$Z_1=(48+j36)$n，$Z_2=(12+i16)$ Ω。求，

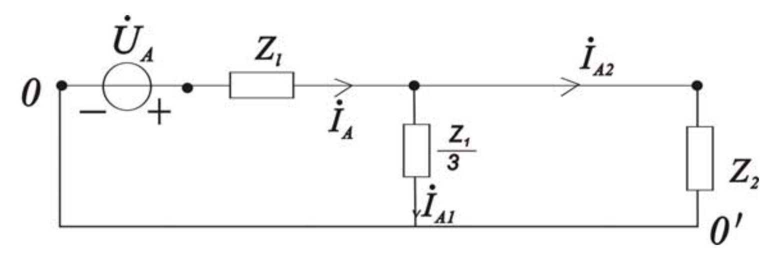
(1)图示的 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_{A1}$、$\dot{I}_{A2}$ 及 $\dot{I}$。

(2)三相电源发出的总功率 P。



题 8－9 图

解　A 相单相计算图



(1)设$\dot{U}_{AB}=380\angle 30^\circ$ 则

$$\dot{U}_A=220\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z_l+\dfrac{Z_1\times\frac{1}{3}\times Z_2}{\frac{Z_1}{3}+Z_2}}$$

$$=\frac{220\angle 0^\circ}{2+j3+\dfrac{(16+j12)(12+j16)}{(16+j12)+(12+j16)}}$$

$$=\frac{220}{2+j3+10.1\angle 45^\circ}$$

$$=\frac{220}{2+j3+7.14+j7.14}$$

$$=\frac{220}{9.14+j10.14}$$

$$=\frac{220}{13.7\angle 48^\circ}$$

$$=16.1\angle -48^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{A2}=\frac{\frac{Z_1}{3}}{\frac{Z_1}{3}+Z_2}\times\dot{I}_A=\frac{20\angle 36.9^\circ}{28\sqrt{2}\angle 45^\circ}\times 16.1\angle -48^\circ$$ （分流）

$$=8.13\angle -56.1^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{A1}=\dot{I}_A-\dot{I}_{A2}=16.1\angle -48^\circ-8.13\angle -56.1^\circ$$

$=10.8-j12-（4.53-j6.75）$

$=10.8-j12-4.53+j6.75$

$=6.27-j5.25$

$=8.2\angle-40^\circ$ A

$\because \dot{I}_{A1}=\sqrt{3}\,\dot{I}_{AB}\angle-30^\circ$

$=\sqrt{3}\times(-\dot{I})\angle-30^\circ$

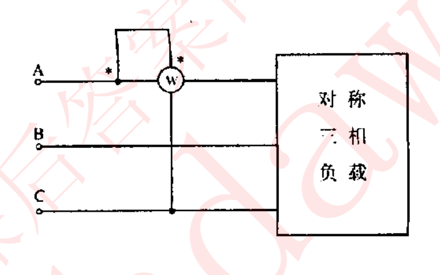
$$\therefore \dot{I}=\frac{-\dot{I}_{A1}}{\sqrt{3}\angle-30^\circ}=\frac{-8.2\angle-40^\circ}{\sqrt{3}\angle-30^\circ}=-4.7\angle-10^\circ \text{ A}$$

（2）$P=\sqrt{3}\,U_l\,I_l\,\cos\varphi=\sqrt{3}\times380\times16.1\cos(-48^\circ)$

$=\sqrt{3}\times380\times16.1\times0.669$

$=7089W$

8—10　三相对称电源向三相对称负载供电如题 8—10 图所示．电源线电压为 380V，负载吸收总功率为 2.4kW，功率因数为 0.6。若负载为星形连接，求每相阻抗 Z 及功率表的读数。



题 8－10 图

(1)设$\dot{U}_{AB}=380\angle30^\circ$ 则

$\dot{U}_A=220\angle0^\circ$ V

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z_l+\dfrac{Z_1\times\frac{1}{3}\times Z_2}{\frac{Z_1}{3}+Z_2}}$$

$$=\frac{220\angle0^\circ}{2+j3+\dfrac{(16+j12)(12+j16)}{(16+j12)+(12+j16)}}$$

$$=\frac{220}{2+j3+10.1\angle45^\circ}$$

$$=\frac{220}{2+j3+7.14+j7.14}$$

$$=\frac{220}{9.14+j10.14}$$

$$=\frac{220}{13.7\angle 48^\circ}$$

$=16.1\angle -48^\circ$ A

$$\dot{I}_{A2}=\frac{\frac{Z_1}{3}}{\frac{Z_1}{3}+Z_2}\times \dot{I}_A=\frac{20\angle 36.9^\circ}{28\sqrt{2}\angle 45^\circ}\times 16.1\angle -48^\circ$$

$=8.13\angle -56.1^\circ$ A

$\dot{I}_{A1}=\dot{I}_A-\dot{I}_{A2}=16.1\angle -48^\circ -8.13\angle -56.1^\circ$

$=10.8-j12-(4.53-j6.75)$

$=10.8-j12-4.53+j6.75$

$=6.27-j5.25$

$=8.2\angle -40^\circ$ A

$\because \dot{I}_{A1}=\sqrt{3}\,\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ$

$=\sqrt{3}\times(-\dot{I})\angle -30^\circ$

$$\therefore \dot{I}=\frac{-\dot{I}_{A1}}{\sqrt{3}\angle -30^\circ}=\frac{-8.2\angle -40^\circ}{\sqrt{3}\angle -30^\circ}=-4.7\angle -10^\circ \text{ A}$$

（2）$P=\sqrt{3}\,U_l\,I_l\,\cos\varphi=\sqrt{3}\times 380\times 16.1\cos(-48^\circ)$

$=\sqrt{3}\times 380\times 16.1\times 0.669$

$=7089W$

8—11　某三相电动机绕组为三角形连接，它的输出功率为 60kW，满负载时的功率因数为 0.82(滞后)，电机的效率为 87%，电源的线电压为 415V。试计算电机在满负载运行情况下的线电流I_l及相电流I_P。

解：取$\dot{U}_A$为参考正弦量：$\dot{U}_A=\frac{415}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ$ V

三相电动机实际吸收有功功率 $P=60\times 10^3\times\frac{100}{87}=68965.5\ W$

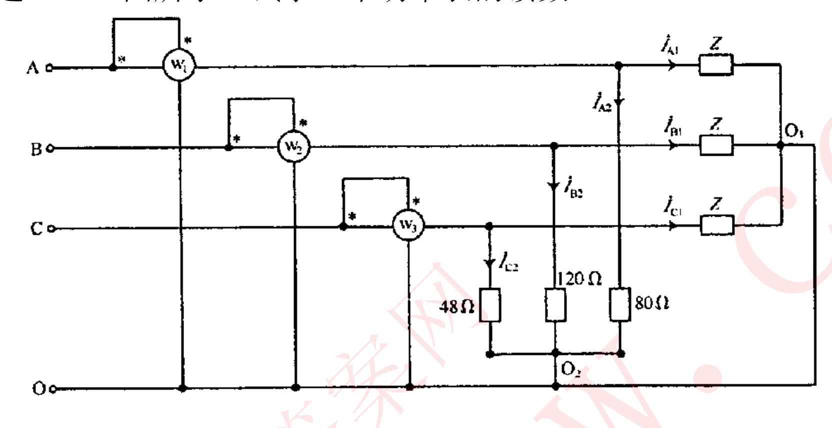
$$\therefore\ I_l=\frac{p}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi}=\frac{68965.5}{\sqrt{3}\times 415\times 0.82}$$

$=117\quad A$

由于电动机绕组是三角形联接，所以

$$I_P=\frac{I_l}{\sqrt{3}}=\frac{117}{\sqrt{3}}=67.6\ \text{A}$$

8—12　已知对称三相电源的线电压U_l为 380V，并在三相四线制系统中，一组为三相对称负载，每相阻抗为Z＝31.35∠30° Ω；另一组为三相不对称电阻性负载，如题 8—12 图所示．试求三个功率表的读数。



题 8－12 图

解　　设$\dot U_A=220\angle 0^\circ$ V

$$\dot I_{A1}=\frac{220\angle 0^\circ}{Z}=\frac{220}{31\cdot 35\angle 30^\circ}=7\angle -30^\circ\ \text{A}$$

$\dot I_{B1}=7\angle -150^\circ$ A，　　$\dot I_{c1}=7\angle 90^\circ$ A

$$\dot I_{A2}=\frac{220\angle 0^\circ}{80}=2.75\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot I_{B2}=\frac{220\ \angle -120^\circ}{120}=1.8\angle -120^\circ\ \text{A}$$

$$\dot I_{C2}=\frac{220\angle 120^\circ}{48}=4.6\angle 120^\circ\ \text{A}$$

$\dot I_A=\dot I_{A1}+\dot I_{A2}=7\angle -30^\circ+2.75\angle 0^\circ=6.95-j0.85+2.75$

$=9.74\angle -5^\circ$ A

$\dot I_B=\dot I_{B1}+\dot I_{B2}=7\angle -150^\circ+1.8\angle -120^\circ$

$=-6.95-j0.85-0.9-j1.56$

$=-7.85-j2.41=8.2\angle -163^\circ$ A

$$\dot I_C = \dot I_{C1} + \dot I_{C2} = 7\angle 90° + 4.6\angle 120°$$
$$= j7 - 2.3 + j4$$
$$= -2.3 + j11 = 11.2\angle 102°\ \text{A}$$

∴ W_1表的$P_1 = U_A I_A cos(\varphi_{uA} - \varphi_{IA})$

$$= 220 \times 9.74\cos\ [0° - (-5°)]$$
$$= 2134.6\quad W$$

W_2表的$P_2 = U_B I_B cos\ [(-120°) - (-163°)]$

$$= 220 \times 8.2 \times 0.7314$$
$$= 1319.4\quad W$$

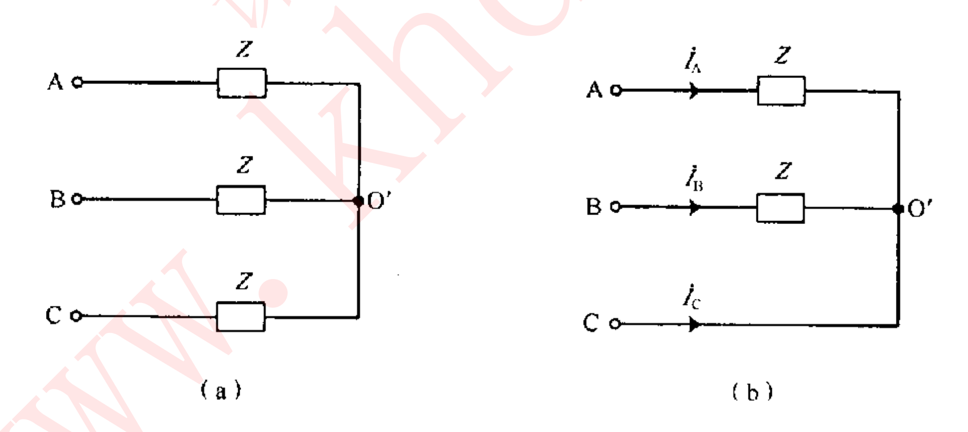
W_3表的$P_3 = U_C I_C cos(120° - 102°)$

$$= 220 \times 11.2 \times 0.951$$
$$= 2343.4\quad W$$

8—13 现测得对称三相电路的线电压、线电流及平均功率分别为U_l=380V、I_l=10A、P=5.7 kW．求：

(1)三相负载的功率因数及复阻抗 Z［电路如题 8—13 图(a)所示，阻抗 Z 呈感性]。

(2)当 C 相负载短路，试说明 A、B 两组负载上承受多大电压，并求$\dot I_A$、$\dot I_B$、$\dot I_C$[电路如题 8—13 图(b)所示，阻抗 Z 呈感性]。



题 8－13 图

解： (1) $P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi$

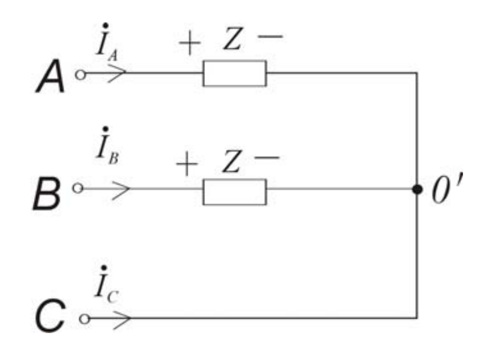
$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{5.7\times10^3}{380\times10\times\sqrt{3}} = 0.87$$

$$Z = \frac{U_A}{I_l}\angle arcos0.87 = \frac{220}{10}\angle 29.5°\quad \Omega$$

$=22\angle 29.5°$ Ω

设$\dot{U}_{BC}=380\angle 0°$，$\dot{U}_{CA}=380\angle -120°$

（2）当 C 相短路，A 相阻抗 Z 上压为$\dot{U}_{AC}=380\angle 60°$ V



，B 相阻抗 Z 上压$\dot{U}_{BC}=380\angle 0°$ V

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{AC}}{Z}=\frac{380\angle 60°}{22\angle 29.5°}$$

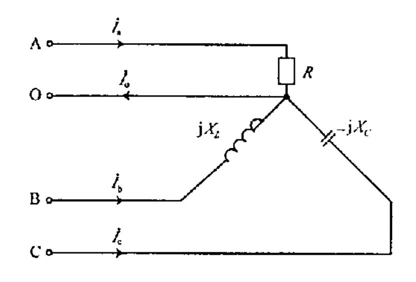
$$=17.3\angle 30.5° \text{ A}$$

$$\dot{I}_B=\frac{\dot{U}_{BC}}{Z}=\frac{380\angle 0°}{22\angle 29.5°}$$

$$=17.3\angle -29.5° \text{ A}$$

$$\dot{I}_C=-(\dot{I}_A+\dot{I}_B)=-(14.9+j8.8+15.1-j8.52)$$
$$=-(30+j0.28)=-30\angle 0.5°=30\angle -179.5° \text{ A}$$

8－14　三相四线制供电系统，线电压为 380V，电路如题 8—14 图所示，各相负载R＝X_L＝Xc＝10Ω，求各相电流、中线电流、三相有功功率，并画出相量图。



题 8－14 图

设$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ$ V

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_A}{R} = \frac{220}{10} = 22\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_B}{jx_L} = \frac{220\angle -120^\circ}{j10} = 22\angle -210^\circ$$

$=22\angle 150^\circ$ A$=-22\angle -30^\circ$ A

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{-jx_c} = \frac{220\angle 120^\circ}{-j10} = -22\angle 30^\circ \text{ A}$$

$\dot{I}_o = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$

$=22+(-22\angle -30^\circ)-22\angle 30^\circ$

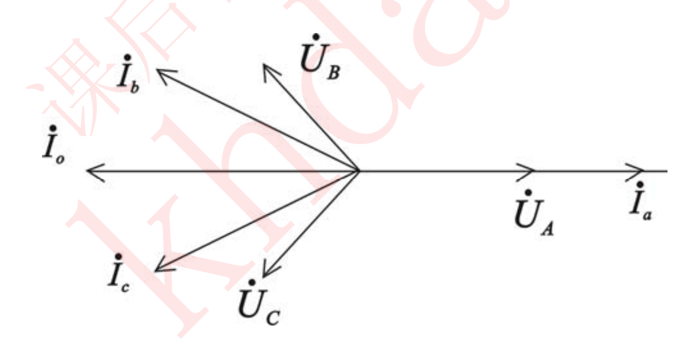
$=22-(19.1-j11)-(19.1+j11)$

$=22-19.1+j11-19.1-j11$

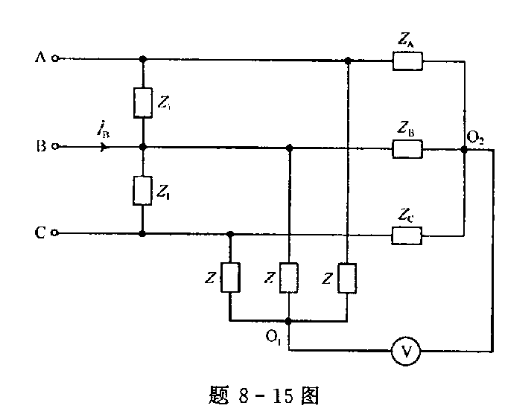
$=-16.2\angle 0^\circ$ A

三相有功功率，即电阻吸收功率之和。

$P=RI_a^2=10\times 22^2=4840$ W



8—15　题 8—15 图示三相电路的外加电源是对称的，其线电压的有效值为380V。两组星形负载并联，其中一组对称，Z＝l0Ω；另一组星形负载不对称，阻抗分别为Z_A＝10Ω、Z_B＝j10Ω、Zc＝—jl0Ω。电路中阻抗Z_1＝—jl0Ω。试求电压表的读数及电源端线电流$\dot{I}_B$。



题 8－15 图

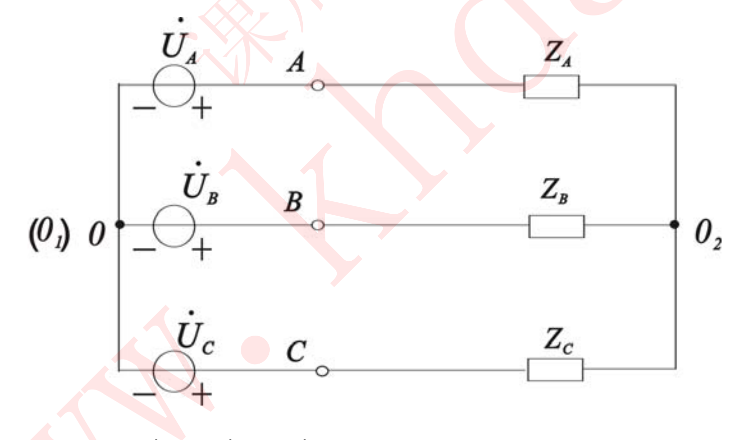
解（1）对称Y形负载，O与O_1点等位。

$$\dot{U}_{AO_1}=\dot{U}_A=220\angle 0^\circ$$

$$\dot{I}_{AO_1}=\frac{\dot{U}_A}{Z}=\frac{220}{10}=22\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_{BO_1}=22\angle -120^\circ\ \text{A},\quad \dot{I}_{CO_1}=22\angle 120^\circ\ \text{A}$$

（2）不对称 Y 形负载



$$\dot{U}_{O_2O}=\frac{\dfrac{\dot{U}_A}{Z_A}+\dfrac{\dot{U}_B}{Z_B}+\dfrac{\dot{U}_C}{Z_C}}{\dfrac{1}{Z_A}+\dfrac{1}{Z_B}+\dfrac{1}{Z_C}}$$

$$=\frac{\dfrac{220\angle 0^\circ}{10}+\dfrac{220\angle -120^\circ}{j10}+\dfrac{220\angle 120^\circ}{-j10}}{\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{j10}-\dfrac{1}{j10}}$$

$=10$（$22+22\angle -210^\circ+22\angle 210^\circ$）

$=220$（$1-\angle -30\angle -30^\circ$）

$=220[1-(0.87-j0.5)-(0.87+j0.5)]$
$=220\times(-0.74)$
$=-162.8\angle 0^\circ$ V

由（1）知 $\dot{\varphi}_o=\dot{\varphi}_{o_1}$　　得出 $\dot{U}_{o_2o_1}=\dot{U}_{o_2o}$

∴ V 表读数 1.6V

（3）负载 Z_1 上电流 $\dot{I}_{BA}$ 及 $\dot{I}_{BC}$ 为

$$\dot{I}_{BA}=\frac{\dot{U}_{BA}}{Z_1}=\frac{-\dot{U}_{AB}}{Z_1}=\frac{-380\angle 30^\circ}{-j10}=38\angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC}=\frac{\dot{U}_{BC}}{Z_1}=\frac{380\angle -90^\circ}{-j10}=38\angle 0^\circ \text{ A}$$

$\because \dot{U}_A=220\angle 0^\circ$

$\therefore \dot{U}_{AB}=380\angle 30^\circ$，$\dot{U}_{BC}=380\angle(30^\circ-120^\circ)=380\angle -90^\circ$

$$\dot{I}_B=\dot{I}_{BA}+\dot{I}_{BC}+\dot{I}_{BO_1}+\dot{I}_{BO_2}$$

$$=38\angle -60^\circ+38+\frac{\dot{U}_{BO_1}}{Z}+\frac{\dot{U}_{BO_2}}{Z_B}$$

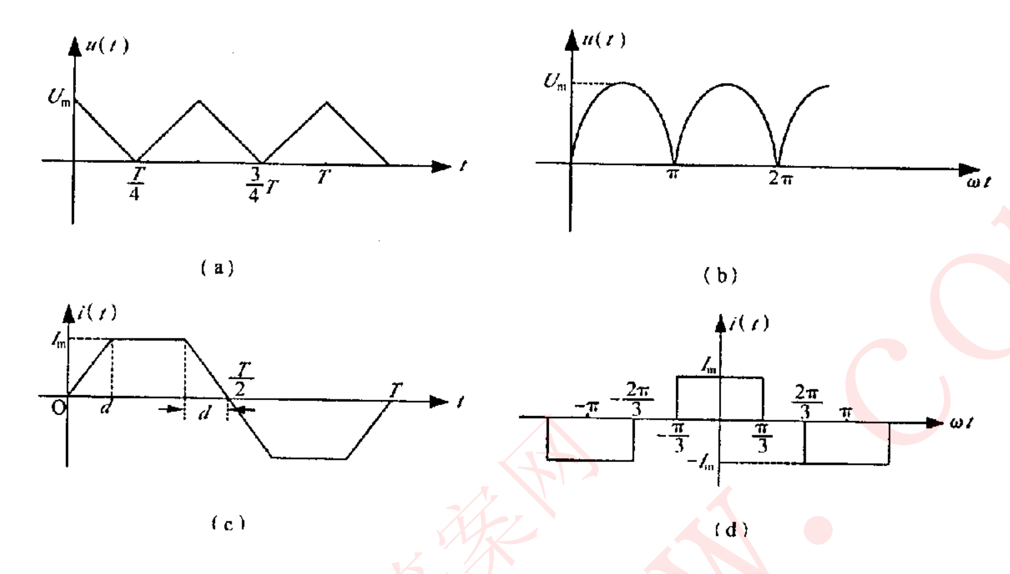
$$=19-j32.9+38+\frac{\dot{U}_A\ -120^\circ}{10}+\frac{\dot{U}_B+\dot{U}_{OO_2}}{j10}$$

$$=57-j32.9+\frac{22\angle -120^\circ}{10}+\frac{22\angle -120^\circ+162.8}{j10}$$

$=57-j32.9+22\angle -120^\circ+22\angle -210^\circ+16.3\angle -90^\circ$
$=57-j32.9-22\angle 60^\circ-22\angle -30^\circ+16.3\angle -90^\circ$
$=57-j32.9-(11+j19.1)-(19.1-j11)-j16.3$
$=57-j32.9-11-j19.1-19.1+j11-j16.3$
$=26.9-j57.3$
$=63.3\angle -64.9^\circ$ A

习　题　九

9—1　试求题 9—1 图示波形的傅立叶系数的恒定分量a_o，并说明a_k、b_k(k=1，2，3，…)中哪些系数为零。



题 9—1 图

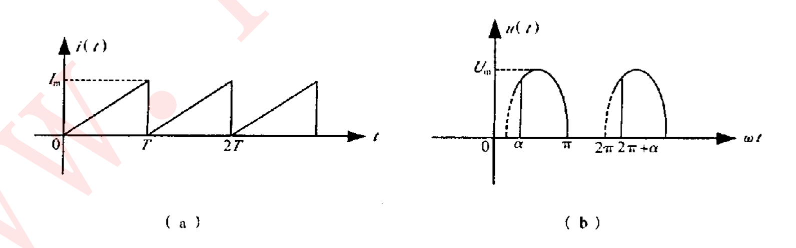
解（a）$a_0=\dfrac{U_m}{2}$　，$b_k=0$

（b）$a_0=0.637U_m$，$b_k=0$

（c）$a_0=0$　，$a_k=0$，　$b_{2k}=0$　(k=1，2，3，……)

（d）$a_0=0$　，$b_k=0$，　$a_{2k}=0$　(k=1，2，3，……)

9—2　求题 9—2 图示波形的傅立叶级数.



题 9－2 图

解（a）$i(t)=I_m\left\{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}\left[\sin(\omega t)+\dfrac{1}{2}\sin(2\omega t)+\dfrac{1}{3}\sin(3\omega t)+\cdots\cdots\right]\right\}$

（b）$a_0=\dfrac{U_m}{2\pi}(1+\cos\alpha)$

$$a_k=\frac{U_m}{\pi}\,\frac{\cos k\pi+\cos\alpha\cos k\alpha+k\sin\alpha\sin k\alpha}{1-k^2}\qquad (k\neq 1)$$

$$a_1=\frac{-U_m}{\pi}\sin^2\alpha$$

$$b_k = \frac{U_m}{\pi}\frac{k\cos(k\alpha)\sin\alpha - \sin(k\alpha)\cos\alpha}{k^2-1} \qquad (k\neq 1)$$

$$b_1 = \frac{U_m}{2\pi}(\pi - \alpha + \sin\alpha\cos\alpha)$$

9—3　试求题 9—2 图(a)所示波形的平均值，有效值与绝对平均值(设I_m＝10A)。

解：

（1）平均值　　$I_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt = \frac{T}{2}I_m$

本题绝对平均值：$\frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt = I_{av} = \frac{T}{2}I_m$

（2）有效值

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \qquad i(t) = \frac{I_m}{T}t \qquad (0\leqslant t\leqslant T)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\frac{I_m^2}{T^2}\int_0^T t^2 dt} \qquad \int t^2 dt = \frac{1}{3}t^3$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\frac{I_m^2}{T^2}\frac{1}{3}T^3} = \frac{I_m}{\sqrt{3}}$$

9—4　题 9—2 图(b)所示波形为可控硅整流电路的电压波形，图中不同控制角 a 下的电压的直流分量大小也不同。现已知 a＝π / 3，试确定电压的平均值和有效值。

解：　由 9－2 题知，当$\alpha = \frac{\pi}{3}$时，付立叶系数如下：

$$a_0 = \frac{U_m}{2\pi}(1+\cos\frac{\pi}{3}) = 0.239U_m$$

$a_1 = -0.119U_m$　　　$b_1 = 0.402U_m$

$a_2 = -0.239U_m$　　　$b_2 = -0.138U_m$

$a_3 = 0.06U_m$　　　$b_3 = -0.103U_m$

（1）∴u（t）的平均值$U_{(0)} = a_0 = 0.239U_m$

（2）一次谐波$U_{(1)}(t) = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sin(\omega t + arctg\frac{a_1}{b_1})$

一次谐波有效值$U_{(1)} = \frac{0.42}{\sqrt{2}}U_m$

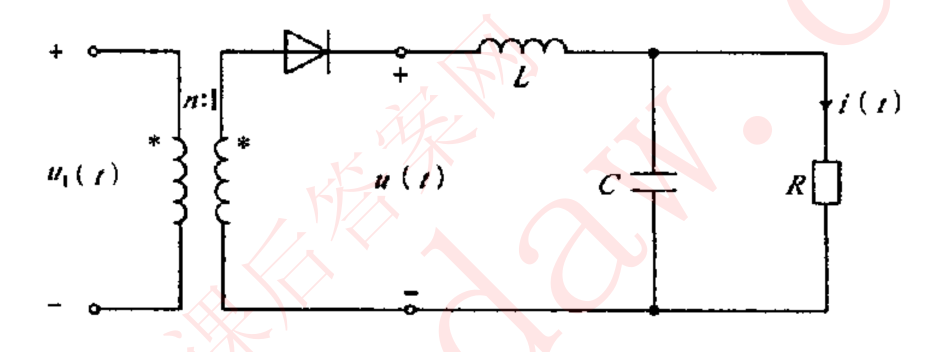
同理，二次谐波有效值$U_{(2)}=\dfrac{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{0.276}{\sqrt{2}}U_m$

三次谐波有效值$U_{(3)}=\dfrac{0.119}{\sqrt{2}}U_m$

∴略去四次以上高次谐波，电压 u（t）的有效值为

$U=\sqrt{U_{(0)}^2+U_{(1)}^2+U_{(2)}^2+U_{(3)}^2}\approx 0.44U_m$

9—5　一半波整流电路的原理图如题 9—5 图所示。已知：L＝0.5H，C＝100 μ*F*,*R*＝l0Ω。控流后电压 u＝[100+$\sqrt{2}$ ×15.1sin2ωt+$\sqrt{2}$ ×3sin(4ωt－90°)]V，设基波角频率ω＝50rad/s。求负载电流$i(t)$及负载吸收的功率。

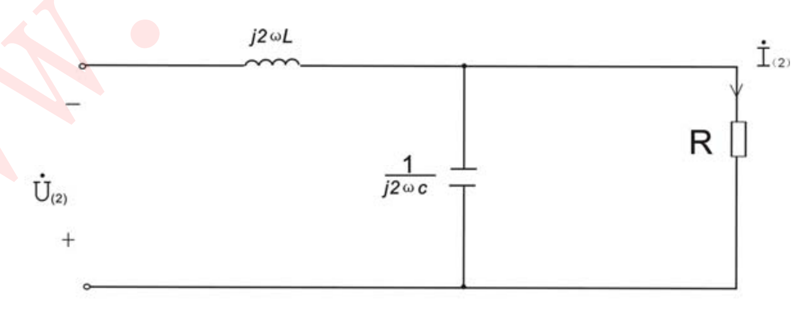


题 9－5 图

解：（1）直流分量单独作用，L 短路，C 开路

$I_{(0)}=\dfrac{100}{10}=10A$

（2）二次谐波单独作用，$\dot{U}_{(2)}=15.1\angle 0°\quad V$



$$j2\omega L = j2\times 2\pi\times 50\times 0.5$$
$$= j100\pi \quad \Omega$$

$$\frac{1}{j2\omega c} = -j0.159\times 10^2 = -j15.9\Omega$$

$$Z_{in} = j2\omega L + \frac{1}{j2\omega c + \frac{1}{R}} = 309.6\angle 88.7°\Omega$$

$$\therefore \dot{I}_{(2)} = \frac{\dot{U}_{(2)}}{Z_{in}}\frac{Z_c}{Z_c + R}$$
$$= \frac{15.1\angle 0°\times(-j15.9)}{309.6\angle 88.7°(10 - j15.9)}$$
$$= \frac{-j240.1}{5820.5\angle 30.9°}$$
$$= 0.041\angle -120.9° \quad A$$

（3）四次谐波单独作用$\dot{U}_{(4)} = 3\angle -90°$

$$Z_{L(4)} = j4\omega L = j4\times 2\pi\times 50\times\frac{1}{2} = j200\pi \quad \Omega$$

$$Z_{c(4)} = \frac{1}{j4\omega c} = \frac{-j15.9}{2} = -j7.95$$

$$Z_{in(4)} = Z_{L(4)} + \frac{RZ_{C(4)}}{R + Z_{C(4)}}$$
$$= j628 + \frac{-j79.5}{10 - j7.95}$$
$$= j623 \quad \Omega$$

$$\dot{I}_{(4)} = \frac{\dot{U}_{(4)}}{Z_{in(4)}}\quad\frac{Z_{c(4)}}{R + Z_{c(4)}}$$
$$= \frac{-j3\times(-j7.95)}{j623\times(10 - j7.95)}$$
$$= -3\times 10^{-3}\angle -51.5° \quad A$$

$$\therefore \quad i(t) = 10 + \sqrt{2}\times 0.041\sin(2\omega t - 120.9°) -$$
$$-\sqrt{2}\times 3\times 10^{-3}\sin(4\omega t - 51.5°) \qquad A$$

负载吸收功率

$$P = RI^2 = R(\sqrt{I^2_{(o)} + I^2_{(2)} + I^2_{(4)}} \quad)$$

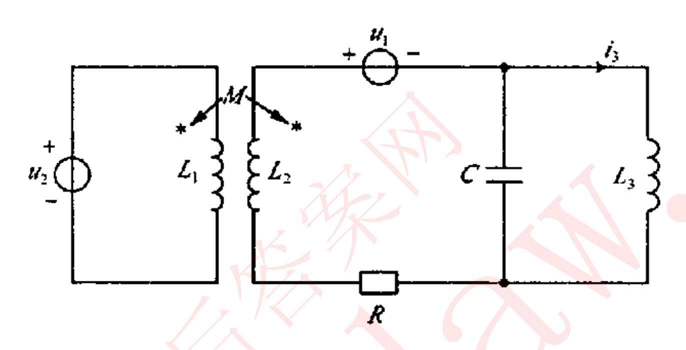
$$=10\left(\sqrt{10^2+0.041^2+(3\times10^{-3})^2}\right)^2$$
$$=1000 \quad W$$

9—6　题 9—6 图示电路中，$u_1(t)=100V$，$u_2(t)=(30\sqrt{2}\sin 3\omega t)V$

$\omega L_1=\omega L_2=\omega M=100\Omega$，$\omega C=\dfrac{1}{18}S$，$\omega L_3=2\Omega$，$R=20\Omega$。试求：

(1)电流 $i_3(t)$ 及其有效值I_3；

(2)电路中电阻 R 所吸收的平均功率 P。

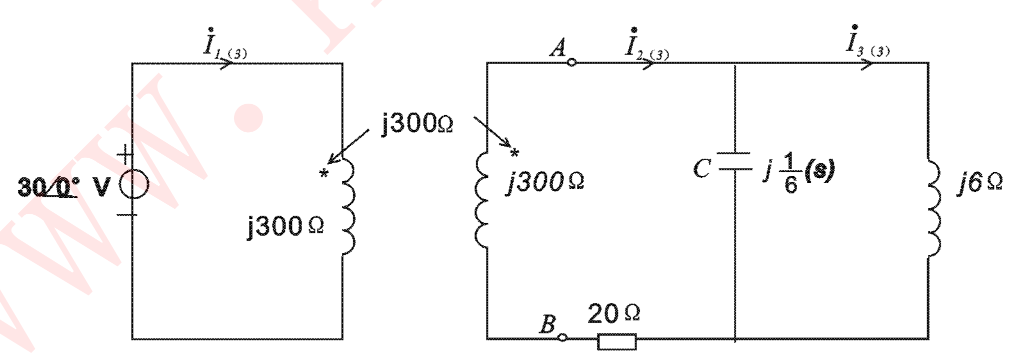


题 9－6 图

解　（1）当u_1（t）＝100V单独作用（直流）

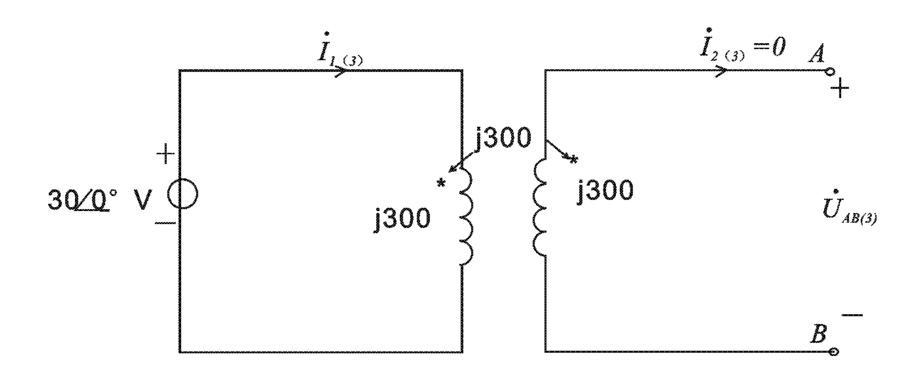
$$i_{3(o)}=-\frac{u_1(t)}{R}=-\frac{100}{20}=-5A$$

（2）u_2（t）＝$30\sqrt{2}\sin(3\omega t)V$ 单独作用



由上图电容与电感并联导纳$Y=Y_C+Y_L=\dfrac{j}{6}-\dfrac{j}{6}=0$

$i_{(3)}$=0，故 2Ω 电阻上电压为 0，电感电压为A、B端口开路电压。



$$\dot{I}_{1(3)}=\frac{30\angle 0^\circ}{j300}=\frac{1}{j10}A \qquad \dot{U}_{AB(3)}=j300\dot{I}_{1(3)}=j300\times\frac{1}{j10}=30\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\therefore \dot{I}_{3(3)}=\frac{\dot{U}_{AB(3)}}{j6}=5\angle -90^\circ \text{ A}$$

$$i_3(t)=-5+5\sqrt{2}\sin(3\omega t-90^\circ)\text{A}$$

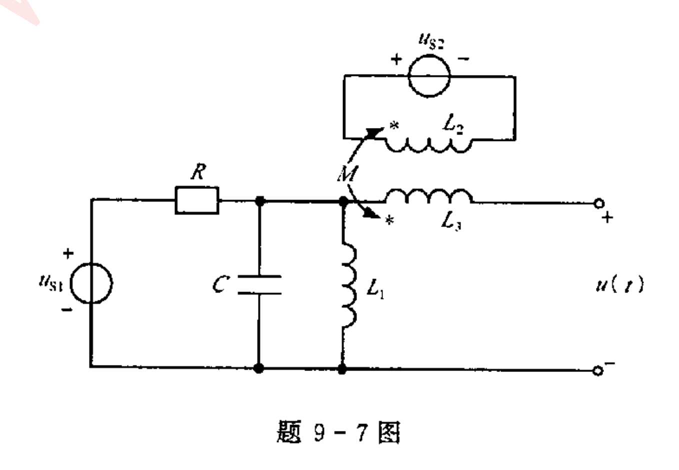
$$I_3=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\text{ A}$$

（3） R 吸收功率 $P=RI^2_{3(0)}+RI^2_{3(3)}=RI^2_3=20\times 50$

$=1000\text{W}$

9—7 题 9—7 图示电路中，$R=10\Omega$，$\omega M=11\Omega$，$\omega L_1=\omega L_2=\dfrac{1}{\omega C}=33\Omega$，$\omega L_3=11\Omega$，$u_{s1}=\left[15+\sqrt{2}10\sin\omega t+\sqrt{2}\times 5\sin 3\omega t\right]\ V$

$u_{s2}=\sqrt{2}\times 9.9\sin(3\omega t+60^\circ)V$，求开路电压 u 及其有效值 U。



题 9－7 图

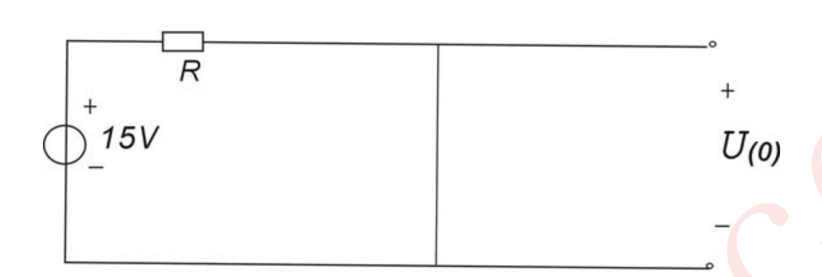
解

（1） 直流分量单独作用

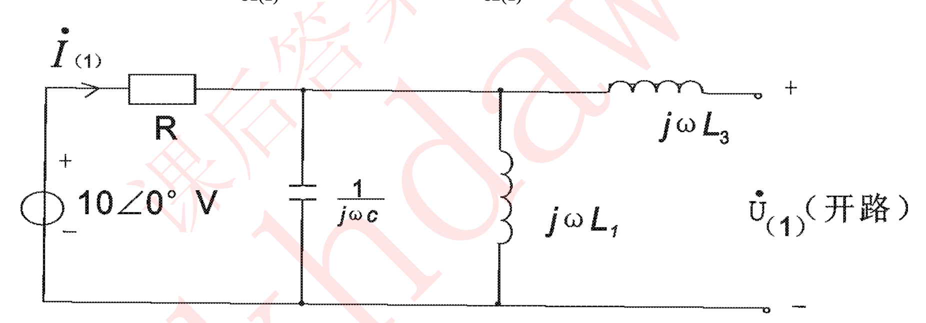
$U_{s1(0)}=15$ V， $U_{s2(0)}=0$ V

$U_{(0)}=0$ V

可知：



（2）一次谐波作用 $\dot{U}_{s1(1)}=10\angle 0^\circ$ V， $\dot{U}_{s2(1)}=0$ V

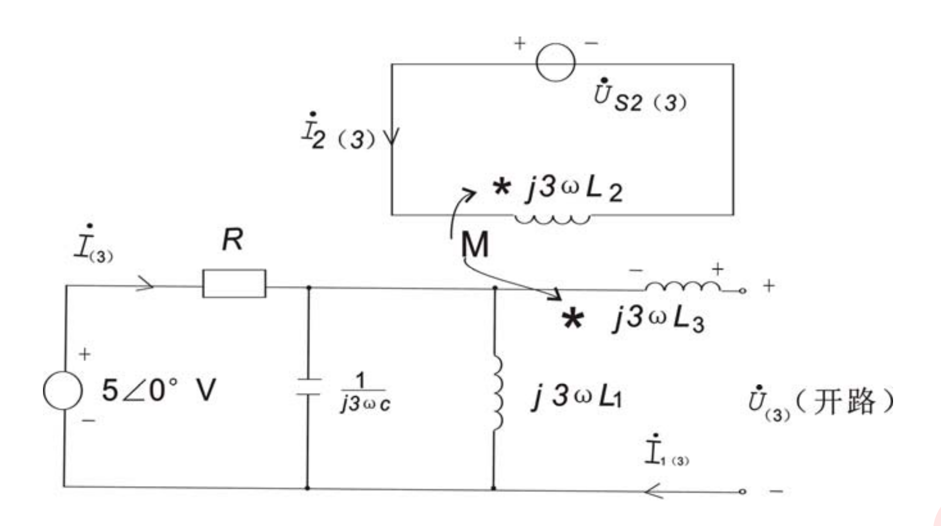


∵ $j\omega c=j\dfrac{1}{33}$ $\dfrac{1}{j\omega L_1}=-j\dfrac{1}{33}$

∴ c 与 L_1 并联复导纳为 0，而阻抗无穷大， $\dot{I}_{(1)}=0A$ 开路电压

$\dot{U}_{(1)}=10\angle 0^\circ$ V

（3）三次谐波作用 $\dot{U}_{s1(3)}=5\angle 0^\circ V$， $\dot{U}_{s2(3)}=9.9\angle 60^\circ V$



其中 $\frac{1}{j3\omega c} = -j11\Omega, \quad j3\omega L_1 = j99\Omega$

$\because \quad \dot{I}_{l(3)} = 0$

$\therefore \quad \dot{I}_{2(3)} = \frac{\dot{U}_{s2(3)}}{j3\omega L_2} = \frac{9.9\angle 60°}{j3\times 33} = 0.1\angle -30° \quad A$

又$\because \quad \dot{I}_{(3)} = \frac{5\angle 0°}{10 + \frac{-j11\times j99}{-j11 + j99}} = \frac{5}{15.9\angle -51.1°}$

$= 0.314\angle 51.1° \qquad A$

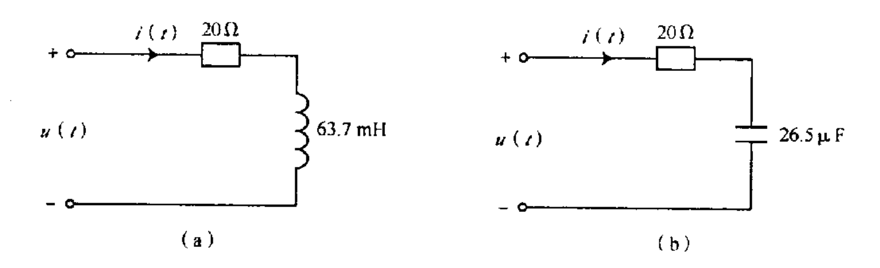
$$
\begin{aligned}
\therefore \quad \dot{U}_{(3)} &= -j3\omega M\dot{I}_{2(3)} - R\dot{I}_{(3)} + 5\angle 0° \\
&= -j33\times 0.1\angle -30° - 10\times 0.314\angle 51.1° + 5 \\
&= -3.3\angle 60° - 3.14\angle 51.1° + 5 \\
&= -1.65 - j2.86 - 2 - j2.44 + 5 \\
&= 1.35 - j5.3 \\
&= 5.47\angle -75.7° \qquad V
\end{aligned}
$$

$\therefore \quad u(t) = \sqrt{2}\times 10\sin\omega t + \sqrt{2}\times 5.47\sin(3\omega t - 75.7°) \qquad V$

有效值

$$
\begin{aligned}
U &= \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2} \\
&= \sqrt{10^2 + 5.47^2} \\
&= 11.4 \qquad V
\end{aligned}
$$

9—8　题 9—8 图示的两个电路中，输入电压均为 $u(t)=[100sin314t+25\sin 3\times 314t+10\sin 5\times 314t]$ V。试求两电路中的电流 $i(t)$ 及有效值和每个电路消耗的功率。



题 9－8 图

解　（a）一、三、五次谐波单独作用，电流复振幅为

$$i_{m(1)}=\frac{100\angle 0^\circ}{20+\text{j}314\times 63.7\times 10^{-3}}=\frac{100}{20+j20}=\frac{100}{20\sqrt{2}\angle 45}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle -45^\circ A$$

$$i_{m(3)}=\frac{25\angle 0^\circ}{20+\text{j}3\times 314\times 63.7\times 10^{-3}}=\frac{25}{20+j60}=\frac{25}{63\angle 71.6^\circ}=0.4\angle -71.6^\circ\text{A}$$

$$i_{m(5)}=\frac{10\angle 0^\circ}{20+\text{j}5\times 314\times 63.7\times 10^{-3}}=\frac{10}{20+j100}=\frac{10}{102\angle 78.7^\circ}=0.1\angle -78.7^\circ\text{A}$$

$$I^2=\left(\frac{5}{\sqrt{2}\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{0.4}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)^2=6.25+0.08+0.005=6.34$$

$$I=\sqrt{6.34}=2.52A$$

$i(t)$=3.5sin(314t－45°)+0.4（942t－71.6°）+0.1sin（1570t－78.7°）A

P=20×I^2=126.8 W

（b）

$$\dot{I}_{m(1)}=\frac{100\ \angle 0^\circ}{20+\dfrac{1}{\text{j}314\times 26.5\times 10^{-6}}}=\frac{100}{20+\dfrac{1}{j8321\times 10^{-6}}}$$

$$=\frac{100}{20-j1.2\times 10^{-4}\times 10^{6}}=\frac{100}{20-j120}$$

$$=\frac{100}{121.7\angle 80.5^\circ}=0.82\ \angle 80.5^\circ\ \ \text{A}$$

$$\dot{I}_{m(3)}=\frac{25\angle 0^\circ}{20-\text{j}40}=\frac{25\angle 0^\circ}{44.7\angle -63.4^\circ}=0.56\angle +63.4^\circ\ \ \text{A}$$

$$\dot{I}_{m(5)}=\frac{10\angle 0°}{20-j24}=\frac{10}{31.2\angle -50.2°}=0.32\angle 50.2° \text{ A}$$

$i(t)=0.82\sin(314t+80.5°)+0.56\sin(942t+63.4°)+0.32\sin(1570t+50.2°)$ A

$$I=\sqrt{(\frac{0.82}{\sqrt{2}})^2+(\frac{0.56}{\sqrt{2}})^2+(\frac{0.32}{\sqrt{2}})^2}$$

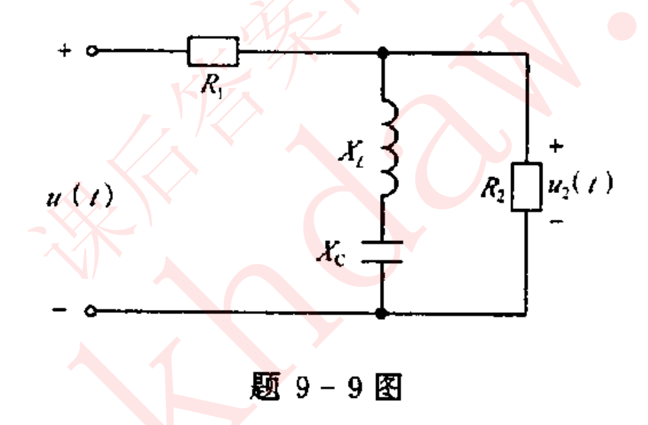
$$=\sqrt{0.34+0.16+0.05}$$

$$=\sqrt{0.55}$$

=0.74A

R吸收功率$P=RI^2=50\times0.55=11$W

9—9 题 9—9 图示电路中，$u(t)=[10+10\sqrt{2}\cos\omega t+10\sqrt{2}\cos 3\omega t]$ V，$R_1=R_2=16\Omega$，对基波的$X_{L(1)}=1\Omega$，$X_{C(1)}=9\Omega$n。求U_2的有效值.



题 9－9 图

（1）$u_{(o)}$=10V直流源作用

$$u_{2(o)}=\frac{u_{(o)}}{R_1+R_2}\times R_2=\frac{10}{2\times16}\times16=5V$$

（2）$u_{(1)}=10\angle 0°$ V 作用

$$u_{(2)}=\frac{\dot{U}_{(1)}/R_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{jx_{L(1)}+-jx_{C(1)}}+\frac{1}{R_2}}=\frac{\frac{10}{16}}{\frac{2}{16}+\frac{1}{-j8}}=\frac{5}{1+j}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle -45° \text{ V}$$

（3）$\dot{U}_{(3)}=10\angle 0°$ 作用

$$\because \quad 3x_{L(1)}=\frac{x_{C(1)}}{3}$$

$$\therefore \quad Z_{Lc} = Z_L + Z_c = j3x_{L(1)} - j\frac{x_{c(1)}}{3} = 0$$

故对本次谐波LC使R_2短路

$$u_{2(3)}(t) = 0$$

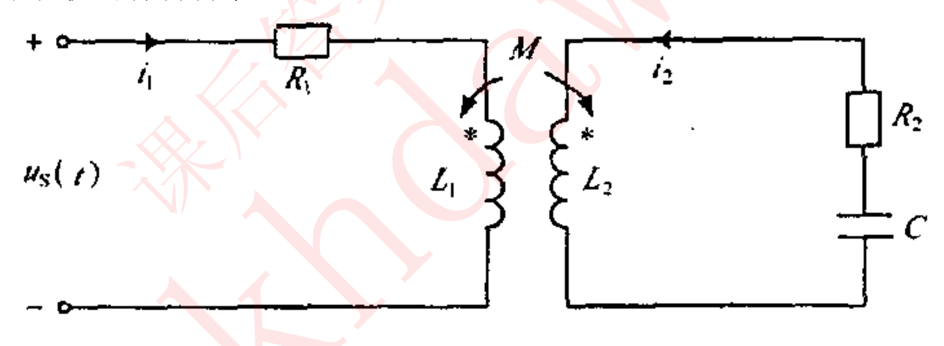
$$\therefore \quad U_2 = \sqrt{U_{2(0)}{}^2 + U_{2(1)}{}^2} = \sqrt{25 + \frac{25}{2}} = 5\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{2} = 6.1\text{V}$$

9—10　已知题 9—l0 图示电路中，$R_1 = R_2 = 2\ \Omega$，$\omega M = 1\Omega$，$\omega L_1 = \omega L_2 = 2\Omega$，

$\frac{1}{\omega C} = 2\Omega$。外接电压 u=[$10 + 10\sqrt{2}\cos\omega t$]V．试求：

(1)电流有效值I_1、I_2；

(2)电路吸收的有功功率．



题 9－10 图

解　（1）$u_{s(0)} = U_{s(0)} = 10V$ 单作用

$$I_{1(o)} = \frac{U_{s(o)}}{R_1} = \frac{10}{2} = 5A \ , \qquad I_{2(o)} = 0A$$

（2）$\dot{U}_{S(1)} = 10\angle 0^\circ$ V 单独作用

$\dot{I}_{1(1)}$：$(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_{1(1)} + j\omega M\dot{I}_{2(1)} = \dot{U}_{s(1)}$

$\dot{I}_{2(1)}$：$j\omega M\dot{I}_{1(1)} + (R_1 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega c})\dot{I}_{2(1)} = 0$

$$\begin{bmatrix} 2+j2 & j \\ j & 2+j2-j2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_{1(1)} \\ \dot{I}_{2(1)} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Delta=$（2+j2）×2－j^2＝4+j4+1＝5+j4＝6.4∠38.7°

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 10 & j \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=20-0=20$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 2+j2 & 10 \\ j & 0 \end{vmatrix}=0-j10=10\angle-90^\circ$$

$$\dot{I}_{1(1)}=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{20}{6.4\angle38.7^\circ}=3.1\angle-38.7^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2(1)}=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{10-90^\circ}{6.4\angle38.7^\circ}=1.6\angle-128.7^\circ \text{ A}$$

$$I_1=\sqrt{I_{1(o)}{}^2+I_{1(1)}{}^2}=\sqrt{25+3.1^2}=5.9A$$

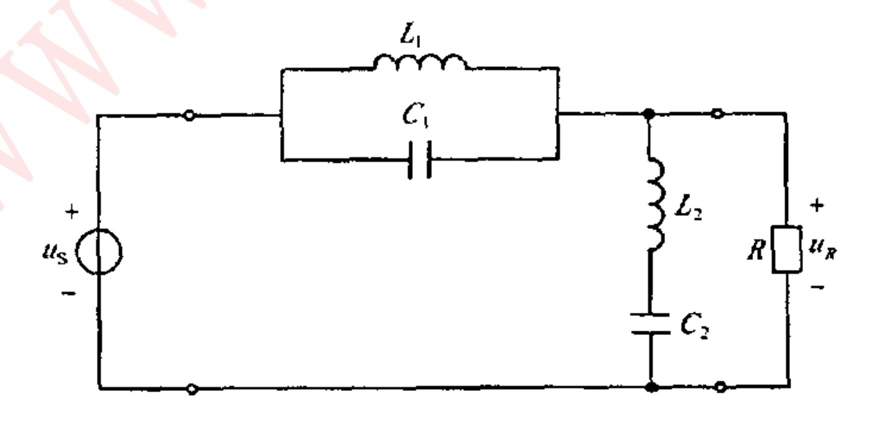
$$I_2=\sqrt{I_{2(o)}{}^2+I_{2(1)}^2}=I_{2(1)}=1.6A$$

(3)电路吸收

$P=U_{s(o)}I_{1(o)}+U_{s(1)}I_{1(1)}\cos(-38.7^\circ)$

=10×5+10×3.1×0.78=50+24.2=74.2W

9—11　题 9—11 图示电路是LC滤波电路，输入电压$u_s=$［$10\sin10^2t+8\sin2\times10^2t+6\sin3\times10^2t$］V，$L_1$＝1H，$L_2$＝2H，欲使$u_R$中没有二次与三次谐波分量，试确定$C_1$、$C_2$值，并求$u_R$（$t$）。



题 9－11 图

解(1)使C_1、L_1对二次谐波导纳为 0$\Rightarrow u_{R(2)}=0$

$$Y=Y_{C1}+Y_{L1}=j2\omega C_1-j\frac{1}{2\omega L_1}=j2\times10^2C_1-j\frac{1}{2\times10^2\times1}=0$$

$$2\times10^2C_1=\frac{1}{2\times10^2}\Rightarrow C_1=\frac{1}{2\times10^2\times2\times10^2}=\frac{1}{4\times10^4}$$
$$=0.25\times10^{-4}=25\mu F$$

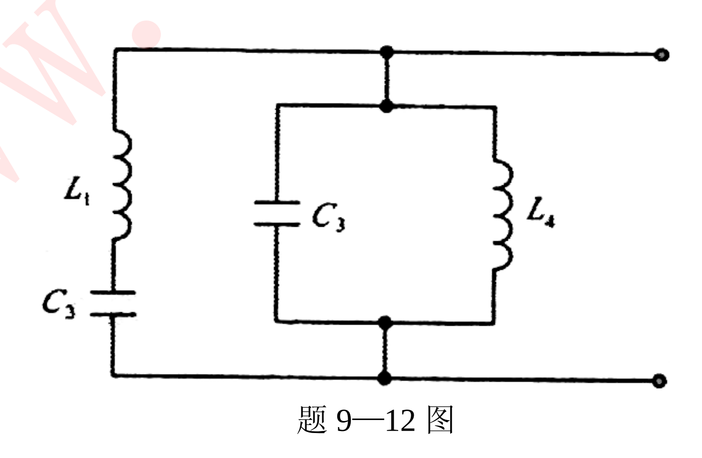
(2)使C_2、L_2串联对三次谐波$Z=0\Rightarrow u_{R(3)}=0$

即 $3\omega L_2-\dfrac{1}{3\omega C_2}=0$

$$\frac{1}{3\omega C_2}=3\omega L_2\Rightarrow 3\,\omega C_2=\frac{1}{3\omega L_2}$$

$$C_2=\frac{1}{(3\omega)^2L_2}=\frac{1}{9\times10^4\times2}$$
$$=\frac{1}{18}\times10^{-4}=0.056\times10^{-4}$$
$$=5.6uF$$

9—12 题 9—12 图所示电路中，已知$X_1=\omega L_1=18\Omega$，整个电路的输入端对基波谐振,而L_1、C_2支路对三次谐波发生串联谐振，C_3、L_4支路对二次谐波发生并联谐振，求C_2、C_3、L_4对基波的电抗值。



题 9—12 图

解　（1）L_1与C_2串对三次谐波谐振，　$X=0$

$$3\omega L_1=\frac{1}{3\omega C_2}\Rightarrow \omega C_2=\frac{1}{x_{C2}}=\frac{1}{162}$$

$$\therefore X_{C2}=\frac{1}{\omega C_2}=162\Omega \qquad ①$$

（2）C_3与L_4并对二次谐波谐振$B=0$

即　$$2\omega c_3=\frac{1}{2\omega L_4}\Rightarrow \omega c_3=\frac{1}{4\omega L_4} \qquad ②$$

（3）全电路基次谐振 $Y=0$（$\because$ 电路中无电阻）

$$\frac{1}{j\omega L_1+\dfrac{1}{j\omega C_2}}+j\omega c_3+\frac{1}{j\omega L_4}=0$$

①式、②式代至上式后整理

$$\frac{1}{144}=\frac{1}{\omega L_4}-\omega C_3=\frac{1}{\omega L_4}-\frac{1}{4\omega L_4}$$

$$\frac{1}{144}=\frac{3}{4}\frac{1}{\omega L_4}$$

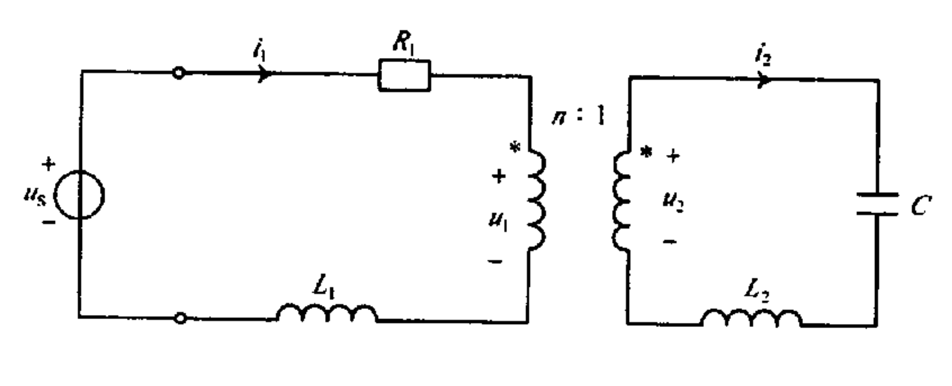
$$144=\frac{4\omega L_4}{3}$$

$$X_{L4}=\omega L_4=\frac{3}{4}\times 144=108\Omega \qquad ③$$

③代至②，求

$$X_{C3}=\frac{1}{\omega C_3}=4\times 108=432\Omega$$

9—13　题 9—13 图示电路中，R_1＝1Ω，L_1＝1H，L_2＝2H，C＝1/8F，理想变压器变比$n=\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{2}$，$u_s=(10+5\sin 2t)V$ 试计算电流i_1与i_2。



题 9－13 图

解 （1） $U_{s(o)}=10$ 单独作用

$$I_{1(o)}=\frac{u_{s(o)}}{R_1}=\frac{10}{1}=10A,\qquad I_{2(o)}=0A$$

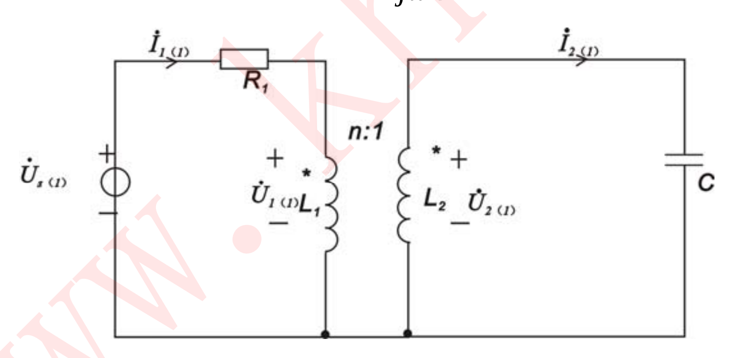
（2）$\dot{U}_{s(1)}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ$ 单独作用

$\dot{I}_{1(1)}$

$$(R_1+j\omega L_1)\dot{I}_{1(1)}+\dot{U}_{1(1)}=\dot{U}_{s(1)} \quad ①$$

$\dot{I}_{2(1)}$

$$-\dot{U}_{2(1)}+(j\omega L_2+\frac{1}{j\omega C})\dot{I}_{2(1)}=0 \quad ②$$



增列：$\dot{U}_{1(1)}=n\dot{U}_{2(1)}$ ⑤

$\dot{I}_{1(1)}=\frac{1}{n}\dot{I}_{2(1)}$ （$\dot{I}_{2(1)}$ 没指向*变号） ⑥

即

$$\begin{bmatrix}1+j2 & 0\\ 0 & j4-j4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_{1(1)}\\ \dot{I}_{2(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ-\dot{U}_{1(1)}\\ \dot{U}_{2(1)}\end{bmatrix} \quad \begin{matrix}③\\ ④\end{matrix}$$

由④ $\dot{U}_{2(1)}=0$，由⑤$\Rightarrow \dot{U}_{1(1)}=0$ ⑦

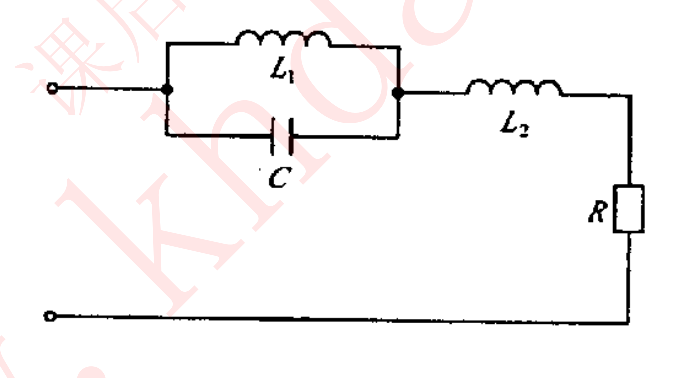
将⑦式代至③：$\dot{I}_{1(1)}=\dfrac{\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ}{1+\mathrm{j}2}=\dfrac{\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ}{\sqrt{5}\angle 63.4^\circ}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\angle -63.4^\circ$ A

由⑥： $\dot{I}_{2(1)}=n\dot{I}_{1(1)}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{5}{2}}\ \angle -63.4^\circ$ A

$$i_{1(t)}=I_{1(o)}+i_{1(1)}=10+\sqrt{5}\sin(2t-63.4°)A$$

$$i_{2(t)}=I_{2(o)}+i_{2(1)}=\frac{\sqrt{5}}{2}\sin(2t-63.4°)A$$

9—14 题 9—14 图示电路中，网络电源的基波频率 $\omega=1000rad/s$，电容C＝0.5 μF，若要求基波电流不得流过负载R，而 4 次谐波电流全部流过负载，试求电感L_1和L_2的值。



题 9—14 图

解：(1) 若使电流基波分量不流过R，可设计c与L_1并联的导纳在基波频率下为 0，即

$$\omega C=\frac{1}{\omega L_1}$$

$$\therefore \quad L_1=\frac{1}{\omega^2 C}=\frac{1}{(10^3)^2\times 0.5\times 10^{-6}}=2H$$

(2) 要使 4 次谐波电流分量全流过负载R尽量大，可设计在 4 次谐波频率下，C、L_1及L_2三元件的等效阻抗为 0，即

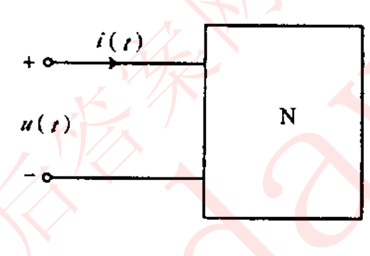
$$\frac{\frac{1}{j4\omega C}\times 4\omega L_1}{\frac{1}{j4\omega C}+j4\omega L_1}+j4\omega L_2=0$$

将（1）的结果L_1＝2H代至上式，可求

$$L_2=\frac{j533}{j4\omega}=\frac{533}{4000}=0.133 \qquad H$$

9—15　题 9—15 图示一端口网络 N，其端口电流、电压分别为 $i=\left[5\cos t+2\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)\right]A$，$u=\left[\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(3t-\frac{\pi}{3}\right)\right]V$。试求：

(1)网络对应各次谐波的输入阻抗；
(2)网络消耗的平均功率。



题 9－15 图

解：

（1）　求输入阻抗

①一次谐波作用 $\dot{I}_{(1)}=\frac{5}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{A}$，　$\dot{U}_{(1)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90° \quad V$

一次谐波输入阻抗 $Z_{(1)}=\frac{\dot{U}_{(1)}}{\dot{I}_{(1)}}=0.2\angle 90° \qquad \Omega$

②二次谐波作用 $Z_{(2)}=\frac{\dot{U}_{(2)}}{\dot{I}_{(2)}}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45°}{\frac{2}{\sqrt{2}}\angle 45°}=0.5\angle -90° \quad \Omega$

③三次谐波作用，　$\dot{I}_{(3)}=0A$，　而 $\dot{U}_{(3)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -60° \qquad V$

∴　　$Z_{(3)}$ 无穷大

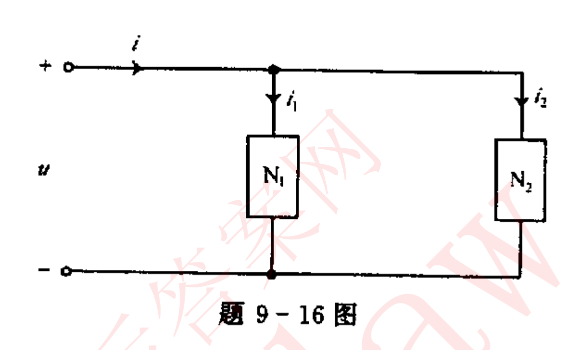
（2）网络消耗有功功率（即平均功率）

$$P = U_{(1)} I_{(1)} \cos\varphi_{(1)} + U_{(2)} I_{(2)} \cos\varphi_{(2)}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{5}{\sqrt{2}} \cos(90° - 0°) + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{2}} \cos(-45° - 45°)$$
$$= 0 \quad W$$

9—16　题 9—16 图示电路，流入网络N_1，N_2的电流分别为

$i_1 = [5 + \sin(\omega t - 45°) + 0.5\sin(3\omega t - 150°)]A$，$i_2 = [6\sin(\omega t + 70°) + 2\sin(3\omega t - 40°)]A$

端口电压u=［$50+100\omega t + 30\sin(3\omega t - 80°)V$］V。试求端口电流$i$的有效值及网络$N_1$，$N_2$各自所吸收的有功功率.



题 9－16 图

解（1）直流分量作用$I_{1(0)}$=5A，$I_{2(0)}$=0A，$U_{(0)}$=50V

$\therefore \quad I_{(0)} = I_{1(0)} + I_{2(0)} = 5A$

$$P_{(0)} = U_{(0)} I_{(0)} = 50 \times 5 = 250 \quad W$$

（2）一次谐波作用 $\dot{I}_{1(1)} = \frac{2}{\sqrt{2}}\angle -45°$，$\dot{I}_{2(1)} = \frac{6}{\sqrt{2}}\angle 70°$，$\dot{U}_{(1)} = \frac{100}{\sqrt{2}}\angle 0°$

$\therefore \quad \dot{I}_{(1)} = \dot{I}_{1(1)} + \dot{I}_{2(1)} = 3.87\angle 50.8° \quad A$

$$P_{(1)} = U_{(1)} I_{(1)} \cos(0° - 50.8°) = 273.7 \times 0.63 = 172.4W$$

（3）三次谐波作用 $\dot{I}_{1(3)} = \frac{0.5}{\sqrt{2}}\angle -150°$，$\dot{I}_{2(3)} = \frac{2}{\sqrt{2}}\angle -40°$

$$\dot{U}_{(3)} = \frac{30}{\sqrt{2}}\angle -80°$$

$\therefore$
$$\dot{I}_{(3)} = \dot{I}_{1(3)} + \dot{I}_{2(3)} = -0.306 - j0.177 + 1.08 - j0.91$$
$$= 0.774 - j1.09$$
$$= 1.34\angle -54.6° \quad A$$

$$P_{(3)}=U_{(3)}I_{(3)}\cos\varphi_{(3)}=\frac{30}{\sqrt{2}}\times1.34\cos[-80°-(-54.6°)]$$
$$=28.4\times0.903$$
$$=25.6 \quad W$$

∴　　端口电流有效值

$$I=\sqrt{I_{(0)}^2+I_{(1)}^2+I_{(3)}^2}=\sqrt{25+15+1.8}$$
$$=6.47A$$

吸收总功率P＝P$_{(0)}$＋P$_{(1)}$+P$_{(3)}$＝448　　W

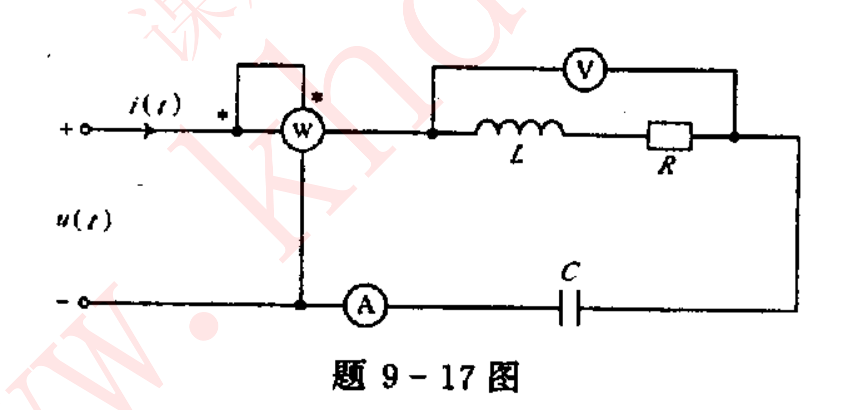
N$_1$吸收功率

$$P_a=U_{(0)}I_{1(0)}+U_{(1)}I_{1(1)}\cos[0°-(-45°)]+U_{(3)}I_{1(3)}\cos[-80°-(-150°)]$$
$$=250+\frac{100}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{30}{\sqrt{2}}\times\frac{0.5}{\sqrt{2}}\times0.342$$
$$=323.3 \quad W$$

∴　　N$_2$吸收功率

P$_b$＝P－P$_a$＝124.7　　W

9—17　已知题 9—17 图示电路中仪表为电动式仪表，R＝6Ω，$\omega L=2\Omega$；$\frac{1}{\omega C}=18\Omega$，u＝［$180\sin(\omega t-30°)+18\sin3\omega t$］V。试求各表读数及电流 $i(t)$。



题 9－17 图

解　（1）一次谐波作用　　$\dot{U}_{(1)}=\frac{180}{\sqrt{2}}\angle-30° \quad V$

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{(1)}}{R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{\frac{180}{\sqrt{2}}\angle-30°}{6+j2-j18}$$
$$=7.4\angle39.4° \quad A$$

$$\dot{U}'_{(1)}=(R+j\omega L)\dot{I}_{(1)}=(6+j2)\times7.4\angle39.4°$$
$$=46.6\angle57.4° \quad V$$

（2）三次谐波作用 $\dot{U}_{(3)}=\frac{18}{\sqrt{2}}\angle 0° \quad V$

$$\dot{I}_{(3)}=\frac{\dot{U}_{(3)}}{R+j3\omega L+\frac{1}{j3\omega C}}=\frac{\frac{18}{\sqrt{2}}}{6+j6-j6}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2}}\angle 0°=2.12\angle 0° \quad A$$

$$\dot{U}'_{(3)}=(R+j3\omega L)\dot{I}_{(3)}=(6+j6)2.12$$
$$=18\angle 45° \quad V$$

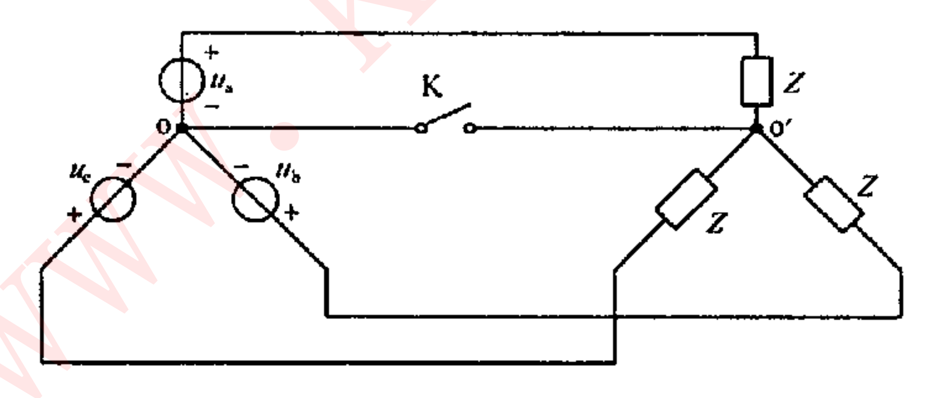
∴ 电压表读数 $U'=\sqrt{(U'_{(1)})^2+(U'_{(3)})^2}=\sqrt{46.6^2+18^2}=50$ V

电流表的读数 $I=\sqrt{(I_{(1)})^2+(I_{(3)})^2}=\sqrt{7.4^2+2.12^2}=7.7$ A

功率表读数 $P=RI^2=6\times(7.7)^2=356$ W

9—18 题 9—18 图示三相电路中，电源相电压 $u_a=(100\sin\omega t+40\sin 3t)V$，负载复阻抗 $Z=R+j\omega L=(6+j8)\Omega$，试求：

(1)k 闭合时负载相电压，线电压、相电流及中线电流有效值；
(2)k 打开时负载相电压、线电压、相电流及两中点间电压的有效值.



题 9－18 图

解 （1）开关 K 闭合，即 $Y—Y$ 系统有中线。

①当 $\dot{U}_{a(1)}$ 电源作用，如下面（2）分析，负载 $\dot{U}_{p(1)}=\dot{U}_{a(1)}=50\sqrt{2}\angle 0°$

$\dot{U}_{l(1)} = 50\sqrt{6}\angle 30°\text{V}$，　　$\dot{I}_{l(1)} = \dot{I}_{p(1)} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -53° A$，$\dot{I}_{o(1)} = 0A$

②当$\dot{U}_{a(3)}$电源作用，负载$\dot{I}_{p(3)} = \frac{\dot{U}_{a(3)}}{R + j3\omega L} = \frac{\frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°}{6 + j18} = \frac{\frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°}{19\angle 71.6°}$

$= 1.49\angle -71.6°$ A

负载$\dot{U}_{p(3)} = \dot{U}_{a(3)} = \frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°$ V

$$\dot{U}_{l(3)} = \dot{U}_{a(3)} - \dot{U}_{b(3)} = \dot{U}_{a(3)} - \dot{U}_{a(3)} = 0$$

（三次谐波是零序分量，$\dot{U}_{a(3)} = \dot{U}_{b(3)}$）

∴ 负载$U_p = \sqrt{(50\sqrt{2})^2 + (20\sqrt{2})^2} = \sqrt{5000 + 800} = 76.2V$

$$U_l = \sqrt{U_{l(1)}^2 + U_{l(3)}^2} = U_{l(1)} = 50\sqrt{6} \quad \text{V}$$

$$I_l = \sqrt{I_{l(1)}^2 + I_{l(3)}^2} = \sqrt{(\frac{10}{\sqrt{2}})^2 + (1.49)^2} = \sqrt{50 + 2.2} = 7.22A$$

$I_p = I_l = 7.22A$　中线电流 $I_o = 3I_{p(3)} = 3\times 1.49 = 4.47A$

（2）K 打开时无中线，线电压，线电流无零序分量（3 次谐波）

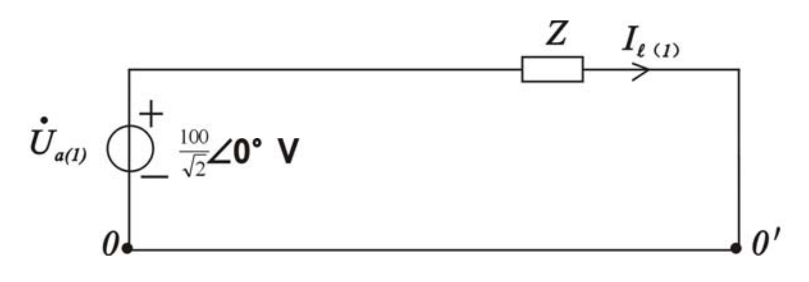
$$\dot{U}_{l(3)} = 0，\ \dot{I}_{l(3)} = 0$$

负载端相电流$\dot{I}_{p(3)} = 0$，中点间电压

$$\dot{U}_{o'o} = \dot{U}_{p(3)\text{电源}} = \frac{40}{\sqrt{2}}\angle 0°$$

当基波作用

$$\dot{I}_{l(1)} = \dot{I}_{p(1)} = \frac{\frac{100}{\sqrt{2}}\angle 0°}{Z} = \frac{\frac{100}{\sqrt{2}}}{10\angle 53°} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -53°\text{ A}$$

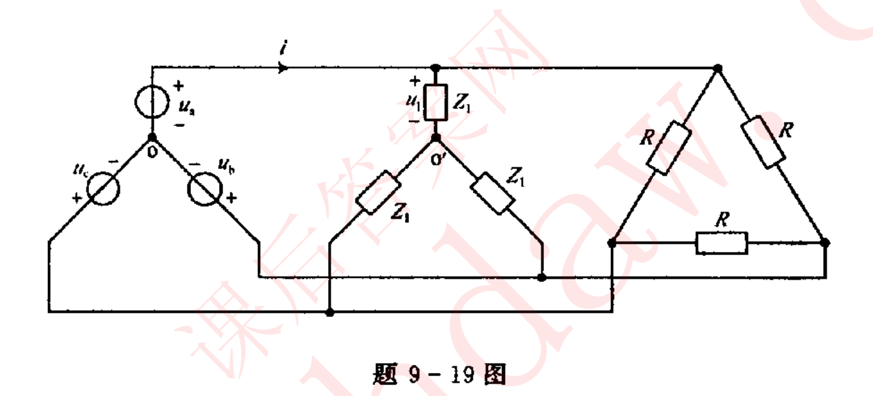


负载$U_p = U_{p(1)} = U_{a(1)} = \dfrac{100}{\sqrt{2}} V$

$U_l = U_{l(1)} = \dfrac{\sqrt{3} \times 100}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

$I_p = I_{p(1)} = \dfrac{10}{\sqrt{2}} A$ $\qquad U_{o'o} = U_{p(3)\text{电源}} = 20\sqrt{2}$ V

9—19　题 9—19 图示电路为非正弦对称三相电压作用下的三相电路，已知 A 相电压$u_a = (\sqrt{2} \times 220\sin\omega t + \sqrt{2} \times 50\sin 3\omega t)V$，$R$＝150Ω，基波复阻抗 Z＝(40+j30)Ω。试求电流i的有效值及电压u_1、$u_{oo'}$的有效值。



题 9－19 图

解　化成 $Y—Y$ 系统

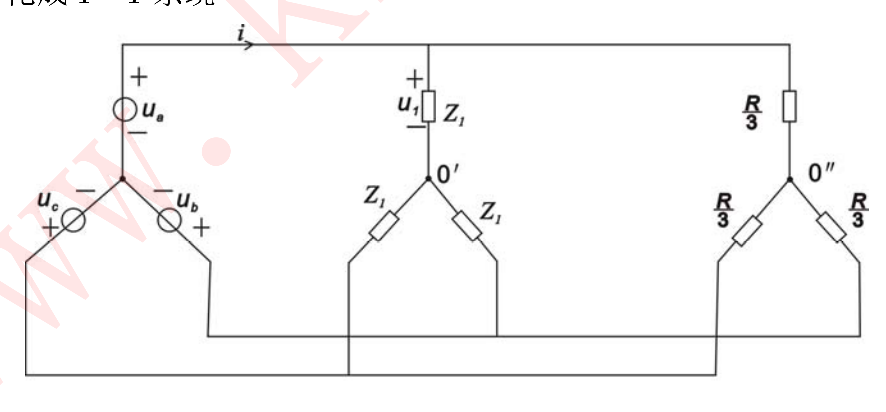
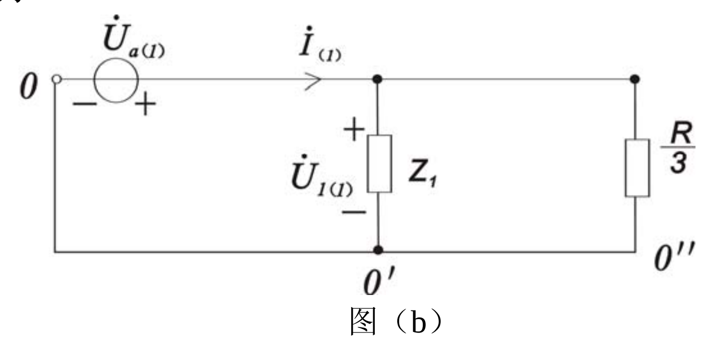


图　(a)

解（1）当　$u_{a(3)} = \sqrt{2} \times 50\sin 3\omega t$ 及$u_{b(3)}$、$u_{c(3)}$作用时，由于是零序分量组，所以$\dot{I}_{(3)} = 0$，$\dot{U}_{oo'(3)} = -\dot{U}_{a(3)} = -50\angle 0°$　，$\dot{U}_{1(3)} = 0$

（2）当$u_{a(1)} = 200\sqrt{2}\sin\omega t$　V 及$u_{b(1)}$、$u_{c(1)}$作用时，构成三相正序分量组。其

单相计算电路为



图（b）

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{a(1)}}{\frac{(Z_1R)/3}{Z_1+R/3}}=\frac{200\angle 0^\circ}{\frac{(40+j30)50}{40+j30+50}}=\frac{200}{\frac{5\times 50\angle 36.9^\circ}{3(3+j)}}$$

$$=\frac{200\times 3\times\sqrt{10}}{250\angle 36.9^\circ}=\frac{220\times 3\times 3.16\angle 18.4^\circ}{250\angle 36.9^\circ}$$

$$=7.58\angle -18.5^\circ$$

$\therefore\quad i_{(1)}=7.58\times\sqrt{2}\sin(\omega t-18.5^\circ)A$

由图（b）已知：

$$U_{oo'(1)}=0\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{1(1)}=\dot{U}_{a(1)}=220\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$\therefore\quad i$ 的有效值：

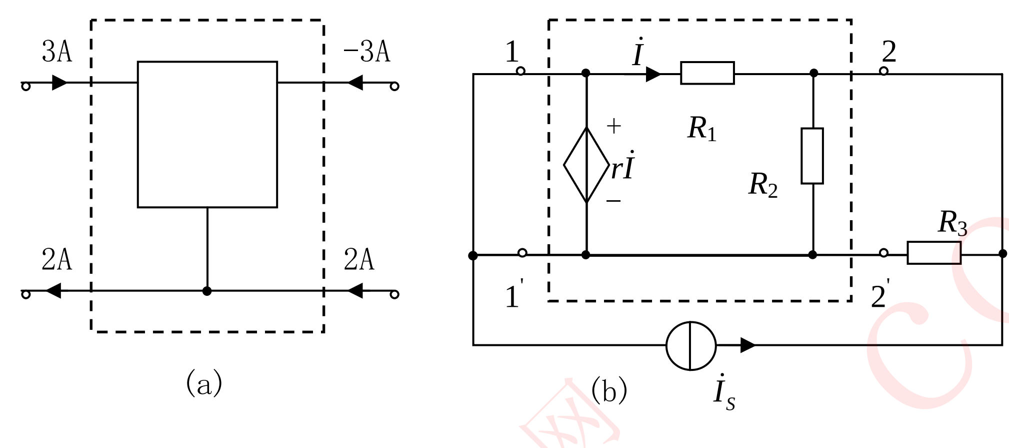
$$\text{I}=\sqrt{I^2{}_{(1)}+I^2{}_{(3)}}=\sqrt{I^2{}_{(1)}}=7.58\text{A}$$

u_1有效值 $U_1=\sqrt{U^2{}_{1(1)}+U^2{}_{1(3)}}=\sqrt{U^2{}_{1(1)}}=200\ \text{V}$

$u_{oo'}$ 有效值 $U_{oo'}=\sqrt{U^2{}_{oo'(1)}+U^2{}_{oo'(3)}}=\sqrt{U^2{}_{oo'(1)}}=50V$

习 题 十

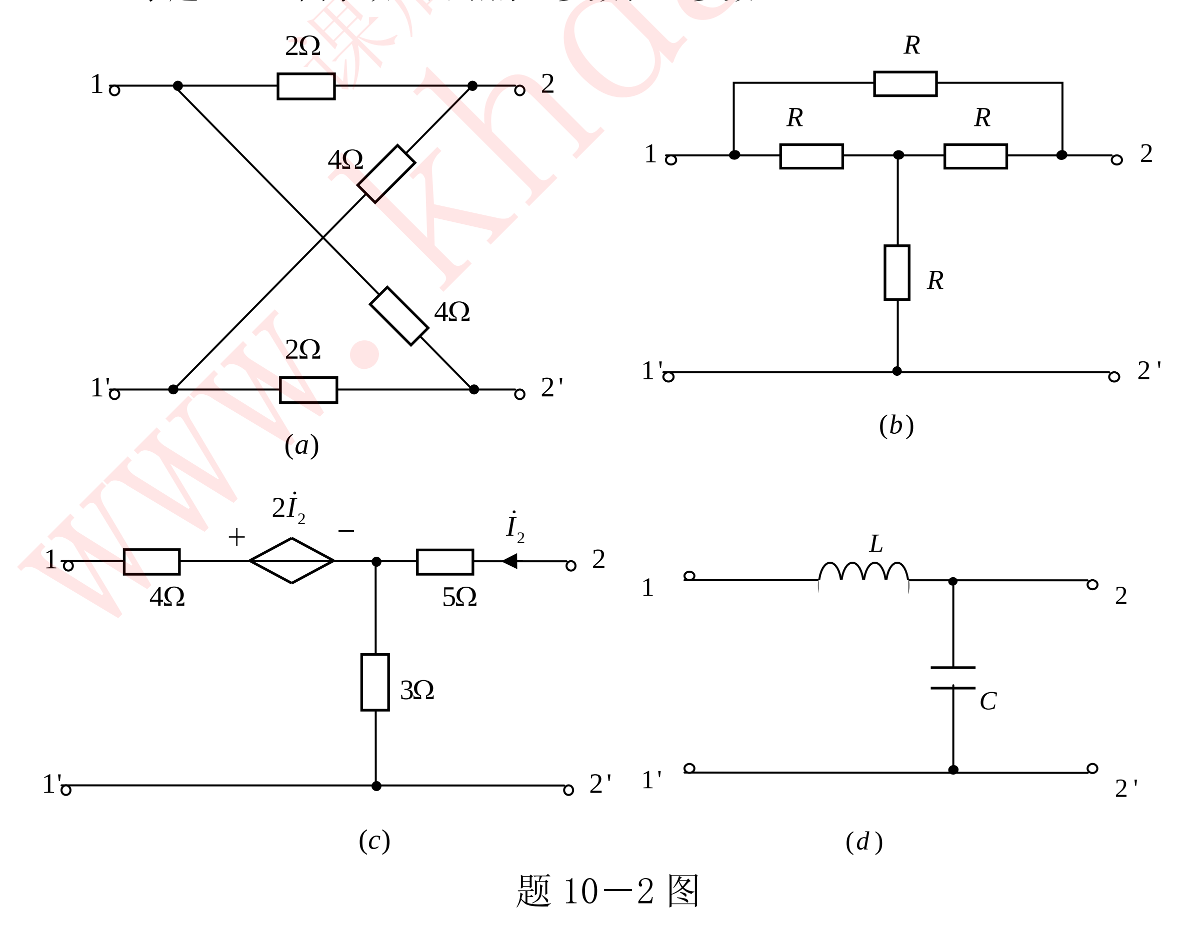
10—1 判别题 10—1 图示虚线框各电路是否为双口网络。



题 10—1 图

解：（略）

10—2 求题 10—2 图示双口网络的 Z 参数和 Y 参数。



题 10—2 图

解： a. $\dot{I}_2=0$时，$\dot{U}_1=\dfrac{(4+2)\times(4+2)}{(4+2)+(4+2)}\times\dot{I}_1=3\dot{I}_1$

$$\dot{U}_2=4\times\frac{\dot{I}_1}{2}-2\times\frac{\dot{I}_1}{2}=\dot{I}_1$$

$$\therefore\quad Z_{11}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}=3\Omega\ ;\qquad Z_{21}=\left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}=1\Omega$$

由互易性：$Z_{12}=Z_{21}=1\Omega$ 由对称性：$Z_{22}=Z_{11}=3\Omega$

$$\therefore\quad Z=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & 3\end{bmatrix}(\Omega)$$

$$Y=Z^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{3}{8} & -\frac{1}{8}\\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}(s)$$

b. $Z_{11}=Z_{22}=R+\dfrac{2}{3}R=\dfrac{5}{3}R$

$$Z_{12}=Z_{21}=R+\frac{1}{3}R=\frac{4}{3}R$$

$$\therefore\quad Z=\begin{bmatrix}\frac{5}{3}R & \frac{4}{3}R\\ \frac{4}{3}R & \frac{5}{3}R\end{bmatrix}(\Omega)\qquad Y=Z^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{5}{3R} & -\frac{4}{3R}\\ -\frac{4}{3R} & \frac{5}{3R}\end{bmatrix}(s)$$

c. $\dot{U}_1=4\dot{I}_1+2\dot{I}_2+3(\dot{I}_1+\dot{I}_2)=7\dot{I}_1+5\dot{I}_2$

$$\dot{U}_2=5\dot{I}_2+3(\dot{I}_1+\dot{I}_2)=3\dot{I}_1+8\dot{I}_2$$

$$\therefore\quad Z=\begin{bmatrix}7 & 5\\ 3 & 8\end{bmatrix}(\Omega)\qquad Y=Z^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{8}{41} & -\frac{5}{41}\\ -\frac{3}{41} & \frac{7}{41}\end{bmatrix}(s)$$

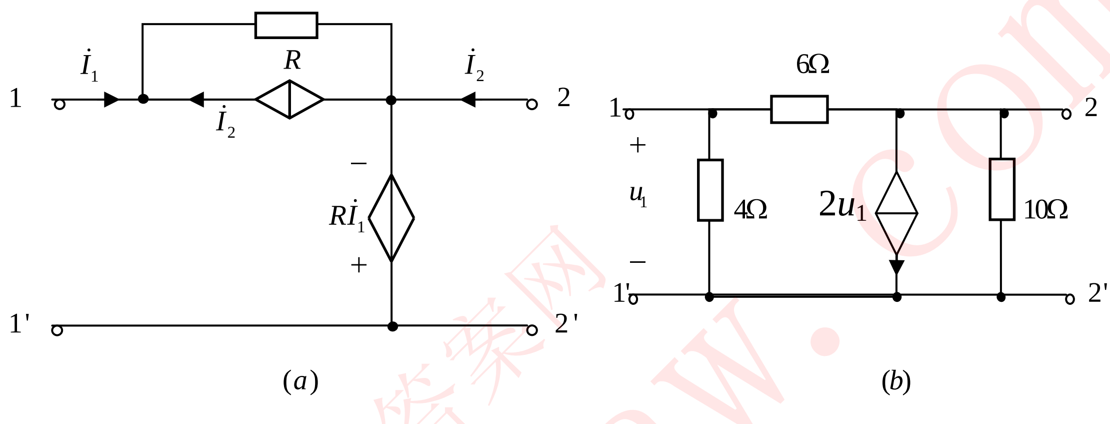
d. $\dot{U}_1=j\omega L\dot{I}_1-j\dfrac{1}{\omega c}(\dot{I}_1+\dot{I}_2)$ ， $\dot{U}_2=-j\dfrac{1}{\omega c}\dot{I}_1-j\dfrac{1}{\omega c}\dot{I}_2$

$$\therefore\quad Z=\begin{bmatrix}j(\omega L-\frac{1}{\omega c}) & -j\frac{1}{\omega c}\\ -j\frac{1}{\omega c} & -j\frac{1}{\omega c}\end{bmatrix}(\Omega);$$

$$\dot{I}_1 = -j\frac{1}{\omega L}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \qquad \dot{I}_2 = j\omega c\dot{U}_2 - j\frac{1}{\omega L}(\dot{U}_2 - \dot{U}_1)$$

$$\therefore \ Y = \begin{bmatrix} -j\frac{1}{\omega L} & j\frac{1}{\omega L} \\ j\frac{1}{\omega L} & j(\omega c - \frac{1}{\omega L}) \end{bmatrix}(s)$$

10—3 求题 10—3 图(a)电路的 Z 参数、图(b)电路的 Y 参数。



题 10—3 图

解： a. 令 $\dot{I}_2 = 0$. $\dot{U}_1 = R\dot{I}_1 - R\dot{I}_1 = 0$; $Z_{11} = 0$

$\dot{U}_2 = -R\dot{I}_1$ $\qquad Z_{21} = -R$

令 $\dot{I}_1 = 0$. $\dot{U}_2 = 0$ $\qquad Z_{22} = 0$

$\dot{U}_1 = R\dot{I}_2$ $\qquad Z_{12} = R$

$$\therefore \ Z = \begin{bmatrix} 0 & R \\ -R & 0 \end{bmatrix}$$

b. 令 $\dot{U}_2 = 0$. $\dot{I}_1 = (\frac{1}{4} + \frac{1}{6})\dot{U}_1$, $Y_{11} = \frac{5}{12}s$

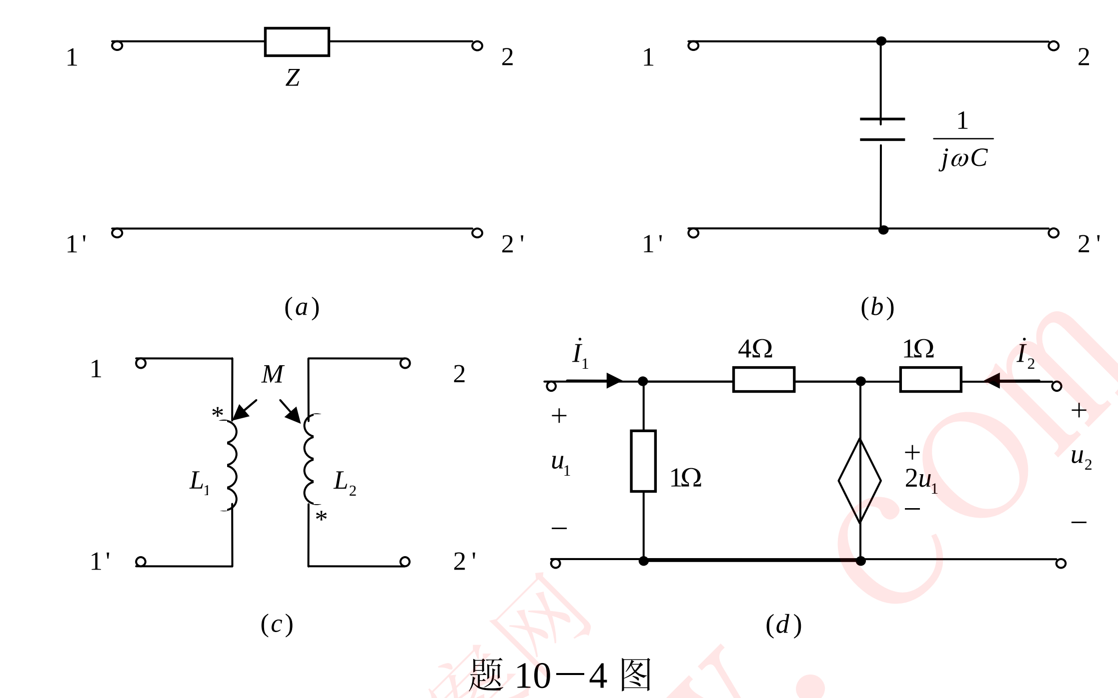
$\dot{I}_2 = -\frac{1}{6}\dot{U}_1 + 2\dot{U}_1 = \frac{11}{6}\dot{U}_1$, $Y_{21} = \frac{11}{6}s$

令 $\dot{U}_1 = 0$. $\dot{I}_2 = (\frac{1}{10} + \frac{1}{6})\dot{U}_2 = \frac{16}{60}\dot{U}_2$, $Y_{22} = \frac{4}{15}s$

$\dot{I}_1 = -\frac{1}{6}\dot{U}_2$, $Y_{12} = -\frac{1}{6}s$

$$\therefore \ Y = \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & -\frac{1}{6} \\ \frac{11}{6} & \frac{4}{15} \end{bmatrix}(s)$$

10—4 求题 10—4 图示电路的 T 参数和 H 参数。



题 10—4 图

解：

$$a.\begin{cases}\dot{U}_1=\dot{U}_2-Z\dot{I}_2\\ \dot{I}_1=-\dot{I}_2\end{cases}\qquad \therefore\ T=\begin{bmatrix}1 & Z\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad H=\begin{bmatrix}Z & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$$

$$b.\begin{cases}\dot{U}_1=\dot{U}_2\\ \dot{I}_1=j\omega c\dot{U}_2-\dot{I}_2\end{cases}\qquad \therefore\ T=\begin{bmatrix}1 & 0\\ j\omega c & 1\end{bmatrix},\quad H=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & j\omega c\end{bmatrix}$$

$$c.\begin{cases}\dot{U}_1=j\omega L_1\dot{I}_1-j\omega M\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=-j\omega M\dot{I}_1+j\omega L_2\dot{I}_2\end{cases}\qquad \text{变形为：}\begin{cases}\dot{U}_1=-\frac{L_1}{M}\dot{U}_2+j\omega(\frac{L_1L_2}{M}-M)\dot{I}_2\\ \dot{I}_1=j\frac{1}{\omega M}\dot{U}_2+\frac{L_2}{M}\dot{I}_2\end{cases}$$

$$\therefore\ T=-\frac{1}{M}\begin{bmatrix}L_1 & j\omega(L_1L_2-M^2)\\ \frac{1}{j\omega} & L_2\end{bmatrix}$$

$$H=\frac{1}{L_2}\begin{bmatrix}j\omega(L_1L_2-M^2) & -M\\ M & \frac{1}{j\omega}\end{bmatrix}$$

$$d.\begin{cases}2\dot{U}_1=\dot{U}_2-\dot{I}_2\\ \dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{1}+\frac{\dot{U}_1-2\dot{U}_1}{4}=\frac{3}{4}\dot{U}_1\end{cases}\qquad \text{整理，得：}\begin{cases}\dot{U}_1=\frac{1}{2}\dot{U}_2-\frac{1}{2}\dot{I}_2\\ \dot{I}_1=\frac{3}{8}\dot{U}_2-\frac{3}{8}\dot{I}_2\end{cases}$$

$$\therefore \quad T=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{3}{8} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}, \qquad H=\begin{bmatrix}\frac{4}{3} & 0\\ -\frac{8}{3} & 1\end{bmatrix}$$

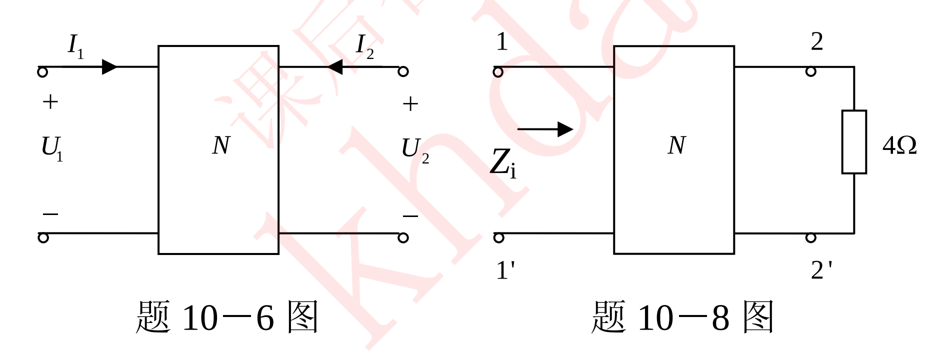
10—5 判别下列参数所对应的双口网络是否互易？根据是什么？

(1) $Y=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -10 & 6\end{bmatrix}$; (2) $T=\begin{bmatrix}1 & j\omega L\\ 0 & 1\end{bmatrix}$;

(3) $Z=\begin{bmatrix}5 & -4\\ -4 & 6\end{bmatrix}$; (4) $H=\begin{bmatrix}3 & 6\\ -6 & 2\end{bmatrix}$。

解：（略）

10—6 题 10—6 图中，网络 N 中没有独立电源，将 $U_1=100$ V 电源加在端口 $1-1'$，测得 $I_1=2.5\text{A}, U_2=60\text{V}$；若将 $U_2=100$ V 加在端口 $2-2'$，测得 $I_2=2\text{A}, U_1=48\text{V}$。求双口网络 N 的 T 参数。



题 10—6 图　　题 10—8 图

解：$\begin{cases}U_1=AU_2-BI_2\\ I_1=CU_2-DI_2\end{cases}$

当 $U_1=100V$ 加在 $1-1'$，$U_2=60V$ 而 $I_2=0$，且 $I_1=2.5A$

可得 $A=\dfrac{U_1}{U_2}=\dfrac{100}{60}=\dfrac{5}{3}$

$$C=\frac{I_1}{U_2}=\frac{2.5}{60}=\frac{1}{24}$$

当 $U_2=100V$ 加在 $2-2'$，$I_2=2A$

则 $U_1=48=AU_2-BI_2=\dfrac{5}{3}\times 100-2B$

$$B=\frac{5\times100}{2\times3}-24=\frac{5\times50-3\times24}{3}=\frac{178}{3}$$

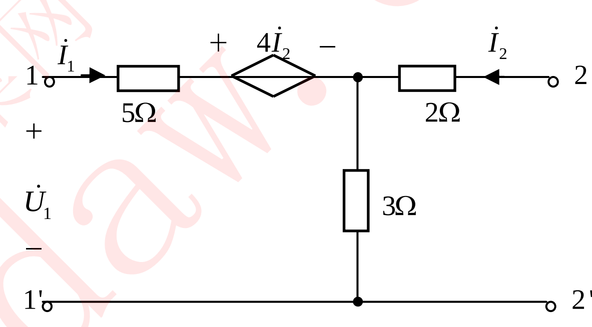
$$I_1=0=CU_2-DI_2=\frac{100}{24}-2D$$

$$D=\frac{100}{48}=\frac{25}{12}$$

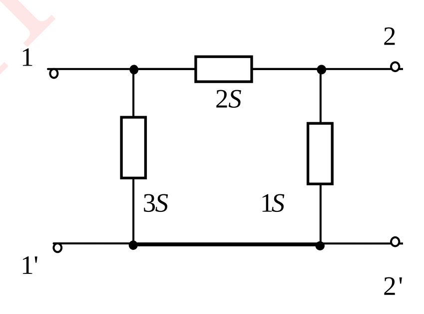
$$\therefore\ T=\begin{bmatrix}\frac{5}{3} & \frac{178}{3}\\ \frac{1}{24} & \frac{25}{12}\end{bmatrix}$$

10—7 双口网络的参数矩阵为 $Z=\begin{bmatrix}8 & 7\\ 3 & 5\end{bmatrix}\Omega$、$Y=\begin{bmatrix}5 & -2\\ -2 & 3\end{bmatrix}S$。试画出它们的 T 形和 Π 形等效电路。

解： $Z=\begin{bmatrix}8 & 7\\ 3 & 5\end{bmatrix}\Omega$ ， 等效电路为：



$Y=\begin{bmatrix}5 & -2\\ -2 & 3\end{bmatrix}$，等效电路为：

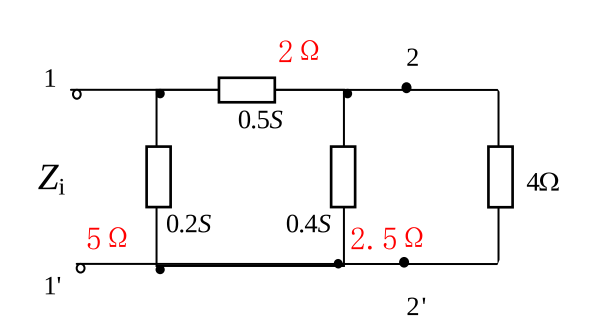


10—8 题 10—8 图示电路中，已知双口网络的 Y 参数矩阵为 $\begin{bmatrix}0.7 & -0.5\\ -0.5 & 0.9\end{bmatrix}S$，求输入阻抗 Z_i。

解： 作出二端口网络Π型等效电路：

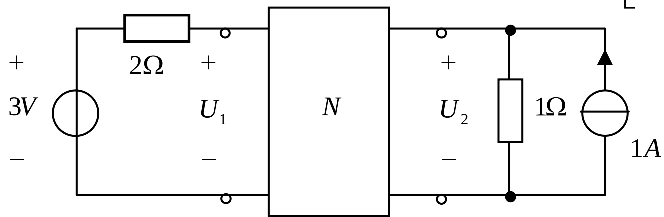
$$2+\frac{2.5\times4}{2.5+4}=2+\frac{10}{6.5}$$

$$=\frac{46}{13}=3.54\Omega$$



$$\therefore \quad Z_i = \frac{5\times 3.54}{5+3.54} = 2.07(\Omega)$$

10—9 题 10—9 图示电路中，已知双口网络 N 的 Z 参数为$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\Omega$，求$U_1$和$U_2$。



题 10—9 图

解： 列方程组：
$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{3-U_1}{2} \\ I_2 = 1 - \dfrac{U_2}{1} \\ U_1 = 4I_1 + 3I_2 \\ U_2 = 3I_1 + I_2 \end{cases}$$

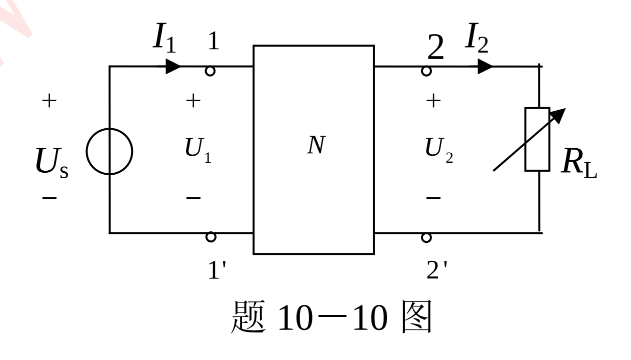
联立解得：$U_1 = 1V$， $U_2 = 2V$

注： 也可以用 T 型等效电路及结点法求解。

10—10 题 10—10 图中双口网络 N 互易，电源$U_s = 6\text{V}$，负载R_L可调。当$R_L = \infty$时，测得$U_2 = 3\text{V}, I_1 = 0.3\text{A}$；当$R_L = 0$时， 测得$I_2 = 0.2\text{A}$，求：

(1)网络 N 的传输参数；

(2)当$R_L = 8\Omega$时，$U_2 = ?$



题 10—10 图

解：(1)、当$R_L = \infty$时， $I_2 = 0$

此时，有： $A = \dfrac{U_1}{U_2} = 2$ $\quad C = \dfrac{I_1}{U_2} = 0.1$

当 $R_L=0$ 时，$U_2=0$ 有：$B=\dfrac{U_1}{I_2}=30$

且 N 为互易网络，有：$AD-BC=1$

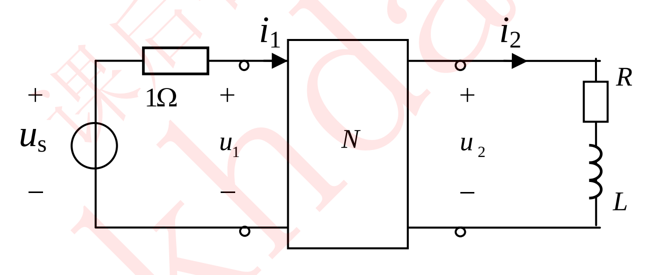
$\therefore\ D=\dfrac{1+BC}{A}=2$

$\therefore\ T=\begin{bmatrix}2 & 30\\ 0.1 & 2\end{bmatrix}$

(2)、$\begin{cases}U_1=2U_2+30I_2\\ I_1=0.1U_2+2I_2\\ U_1=6\\ U_2=8I_2\end{cases}$ 联立解得：$U_2=\dfrac{24}{23}=1.043V$

注：也可用 T 型等效电路求解。

10－11 题 10－11 图示电路中，已知双口网络 N 的 T 参数为$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$，电源 $u_s=8\sqrt{2}\cos(2t)$ V，弱使 $i_2=10\sqrt{2}\cos(2t-30^\circ)$A，求负载的等效参数 R、L。



题 10－11 图

解： 令 $\dot{U}_s=8\angle 0^\circ V$． $\dot{I}_2=10\angle -30^\circ(A)$

传输方程：$\begin{cases}\dot{U}_1=\dot{U}_2+\dot{I}_2=\dot{U}_2+10\angle-30^\circ=8-\dot{I}_1 & ①\\ \dot{I}_1=2\dot{U}_2-2\dot{I}_2=2\dot{U}_2-20\angle-30^\circ & ②\end{cases}$

联立求解：$\dot{U}_2+10\angle-30^\circ=8-2\dot{U}_2+20\angle-30^\circ$

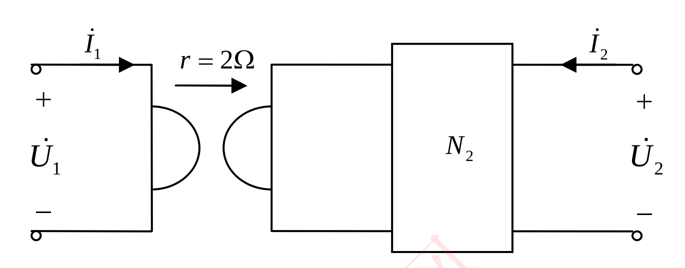
$\dot{U}_2=\dfrac{8}{3}+\dfrac{10}{3}\angle-30^\circ$

$Z_L=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}=\dfrac{8}{30}\angle30^\circ+\dfrac{1}{3}=0.564+j0.133$

$\therefore\ R=0.564\Omega.\qquad X_L=0.133\Omega$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{0.133}{2} = 0.0667H = 66.7mH$$

10－12 题 10－12 图示电路中，网络 N_2 的 T 参数为 $\begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{10}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$, 求图示回转器与网络 N_2 相连后的双口网络的 T 参数。

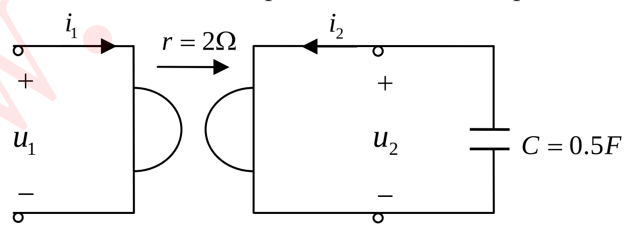


题 10－12 图

解： 回转器传输参数为 $T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

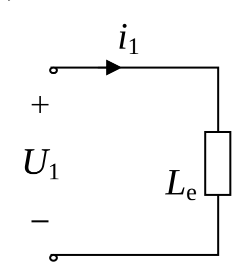
级联 $T = T_1 T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{10}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$

10－13 题 10－13 图示电路，已知 $i_1 = (1 + 3e^{-2t})A$, 求 u_1。



题 10－13 图

解： 将电容等效折算到第一端口，为一个电感 L_e

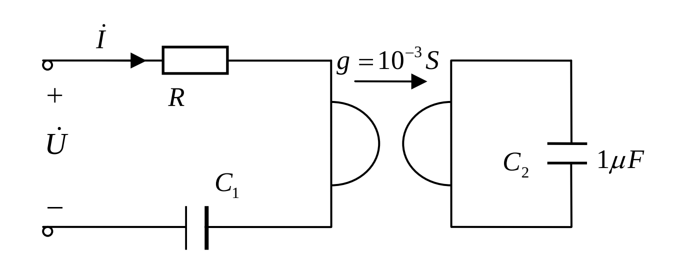


$$L_e = r^2 C = 4 \times 0.5 = 2H$$

则 $u_1 = L_e \frac{di_1}{dt} = 2\times\frac{d}{dt}(1+3e^{-2t}) = -12e^{-2t}V$

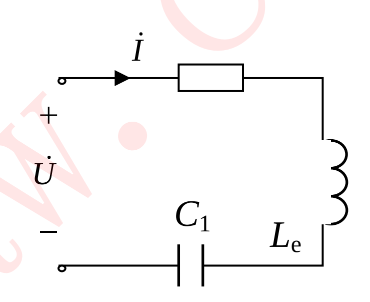
注：也可用叠加定理与回转器电压、电流关系求解。

10－14 已知题 10－14 图示电路的电源频率 $f=10^2 Hz$, 当 C_1 取何值时端口处 $\dot{U}$ 与 $\dot{I}$ 同相位？



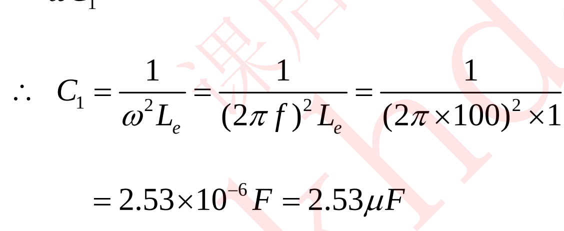
题 10－14 图

解：电路等效为：



$L_e = \frac{1}{g^2}C_1 = \frac{1}{10^{-6}}\times1\times10^{-6} = 1H$

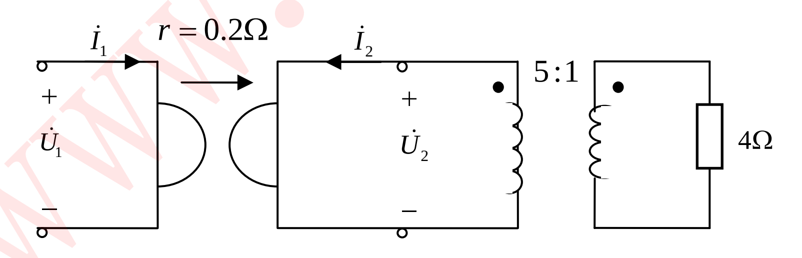
当 $\frac{1}{\omega C_1} = \omega L_e$ 时，电路谐振，$\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相



$\therefore\ C_1 = \frac{1}{\omega^2 L_e} = \frac{1}{(2\pi f)^2 L_e} = \frac{1}{(2\pi\times100)^2\times1}$

$= 2.53\times10^{-6}F = 2.53\mu F$

10－15 题 10－15 图示电路，已知 $\dot{U}_1 = 10\angle0^\circ$ V, 求 $\dot{I}_1$。

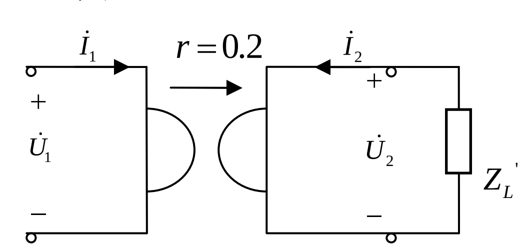


题 10－15 图

解：电路可等效为：

$Z_L{}' = n^2 Z_L$

$= 5^2\times4 = 100\Omega$

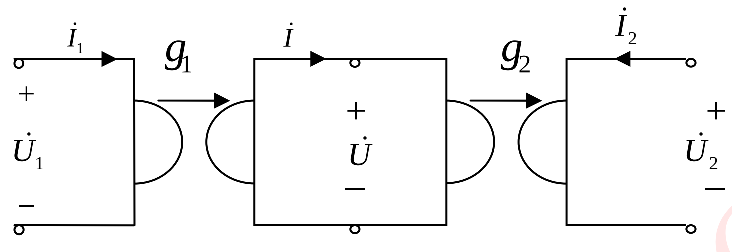


回转器方程：$\dot{U}_1 = -0.2\dot{I}_2 = 0.2\times\frac{\dot{U}_2}{Z_L^{'}} = 0.2\times\frac{0.2\dot{I}_1}{Z_L^{'}} = \frac{0.04\dot{I}_1}{100}$

$$\therefore\ \dot{I}_1 = 2500\dot{U}_1 = 25000\angle 0^\circ(A)$$

10－16 证明两个链联的回转器等效于一个理想变压器，并计算出该变压器的匝数比。

解： 如图：



传输矩阵：$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{g_1} \\ g_1 & 0 \end{bmatrix}$， $T_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{g_2} \\ g_2 & 0 \end{bmatrix}$

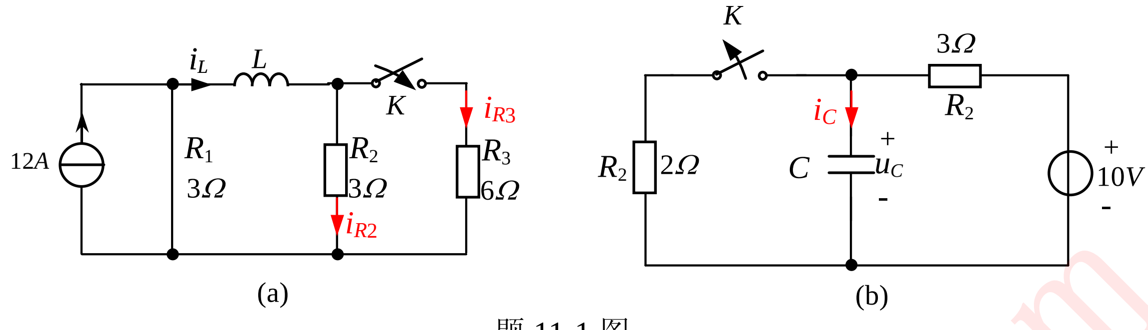
链联总传输矩阵：$T = T_1 T_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{g_1} \\ g_1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{g_2} \\ g_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_2}{g_1} & 0 \\ 0 & \frac{g_1}{g_2} \end{bmatrix}$

即：$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{g_2}{g_1}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -\frac{g_1}{g_2}\dot{I}_2 \end{cases}$ 令 $n = \frac{g_2}{g_1}$

有：$\begin{cases} \dot{U}_1 = n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -\frac{1}{n}\dot{I}_2 \end{cases}$ 为一变压器方程。 变比 $n = \frac{g_2}{g_1}$

匝数比为：$N_1 : N_2 = g_2 : g_1$

11-1 题 11-1 图示电路原已达到稳态，当 t=0 时开关 K 动作，求t=0+时各元件的电流和电压。



题 11-1 图

解：(a) $i_L(0_-) = 6A$，$i_L(0_+) = i_L(0_-)= 6A$

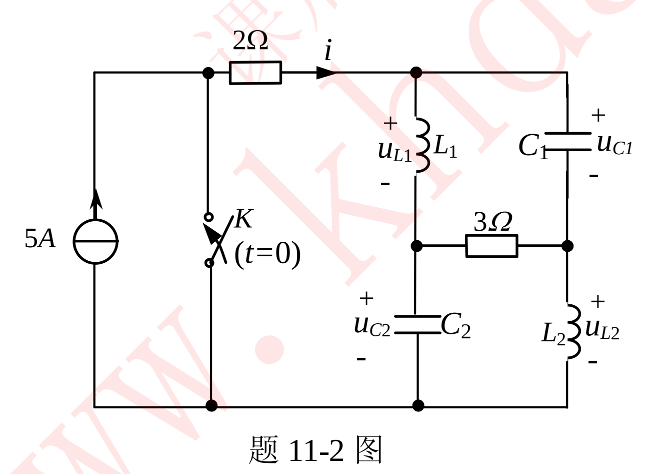
$$i_{R2}(0+) = \frac{6}{3+6}\times 6 = \frac{6}{9}\times 6 = 4A, \qquad i_{R3}(0_+) = 2A$$

$i_{R1}(0_+) = 12$ $\quad i_L(0_+)= 6A$

(b) $u_C(0-) = \frac{2}{5}\times 10 = 4V$， $\quad u_C(0_+) = 4V$

$$i_C(0_+) = \frac{10-4}{3} = 2A \quad (R_2\text{与}u_C\text{串联})$$

11-2 题 11-2 图示电路原处于稳态，t=0 时开关 K 闭合，求$u_{C1}(0_+)$、$u_{C2}(0_+)$、$u_{L1}(0_+)$、$u_{L2}(0_+)$、$i(0_+)$。

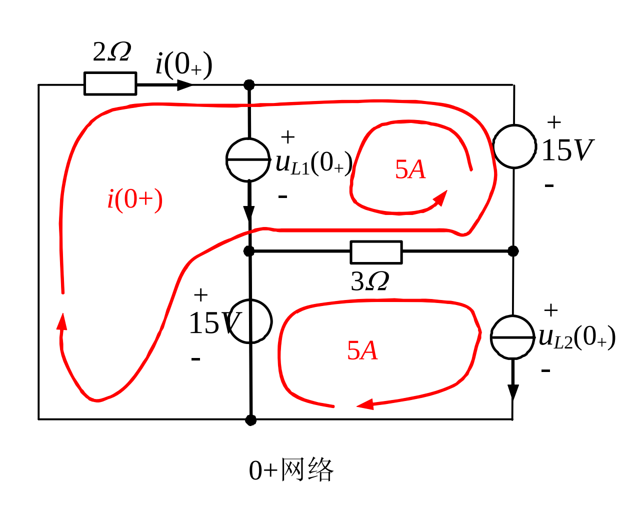


题 11-2 图

解: $u_{C1}(0_-) = u_{C2}(0_-) = 5\times 3 = 15V$， $\quad i_{L1}(0_-) = i_{L2}(0_-)=5A$

由换路定则，有$u_{C1}(0_+) = u_{C1}(0_-)=15V$，

$u_{C2}(0_+) = u_{C2}(0_-) =15V$



0+网络

列网孔电流 $i(0+)$方程:

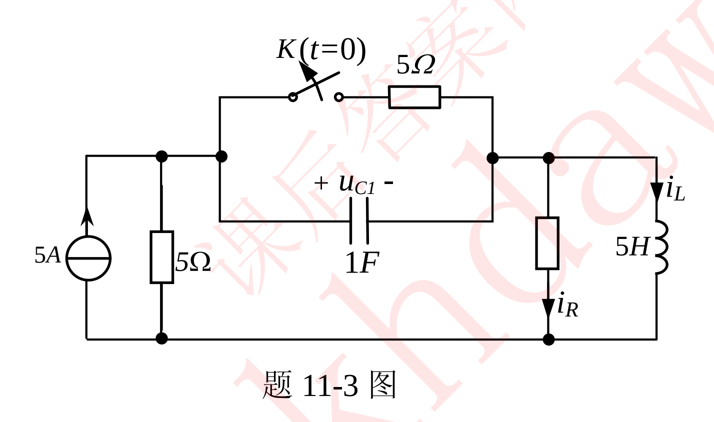
$5\,i\,(0_+)\quad+3\,(-5-5\,)\quad=30$

$i\,(0_+)=0$

$$u_{L_1}(0_+)=15-3*(-5-5)=-15V$$

$$u_{L2}(0_+)=15V$$

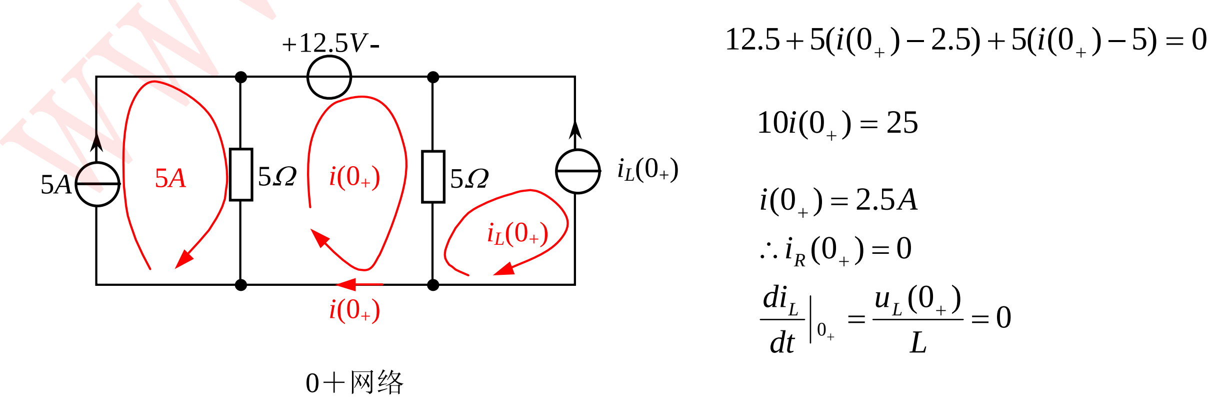
11-3　求题 11-3 图示电路的初始值$u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$、$i_R(0_+)$、$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{0_+}$。开关$K$打开前电路处于稳态。



题 11-3 图

解：$i_L(0_)=2.5A$，$u_C(0_)=5\times2.5=12.5V$

由换路定则，有 $i_L(0_+)=2.5A$，$u_C(0_+)=12.5V$



0＋网络

$$12.5+5(i(0_+)-2.5)+5(i(0_+)-5)=0$$

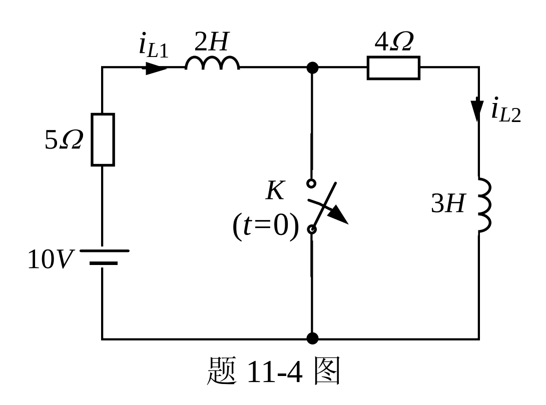
$$10i(0_+)=25$$

$$i(0_+)=2.5A$$

$$\therefore i_R(0_+)=0$$

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{0_+}=\frac{u_L(0_+)}{L}=0$$

11-4　题 11-4 图示电路原处于稳态，求开关开打开后瞬间的$i_{L1}(0_+)$、$i_{L2}(0_+)$。



题 11-4 图

解：$i_{L1}(0_-)=2A$，$i_{L2}(0_-)=0$

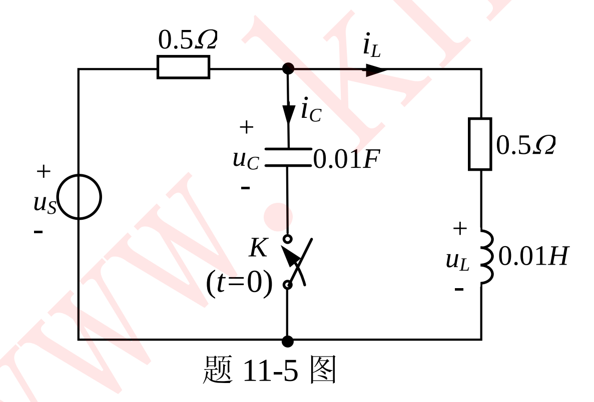
换路时满足磁链守恒

$$\begin{cases}2i_{L1}(0-)+3i_{L2}(0-)=2i_{L1}(0+)+3i_{L2}(0+)\\ i_{L1}(0_+)=i_{L2}(0_+)\end{cases}$$

即 $2i_{L1}(0_+)+3i_{L1}(0_+)=4$

$$i_{L1}(0_+)=\frac{4}{5}=0.8A$$
$$i_{L2}(0_+)=0.8A$$

11-5 题 11-5 图示电路原处于稳态且$u_C(0_-)=5V$、$u_S=10\sin(100t+30^\circ)V$， $t=0$ 时开关K闭合，求开关K闭合后的$i_L(0_+)$、$u_L(0_+)$和$i_C(0_+)$。



题 11-5 图

解：K 闭合前，电路处于正弦稳态，用相量法求电感电流

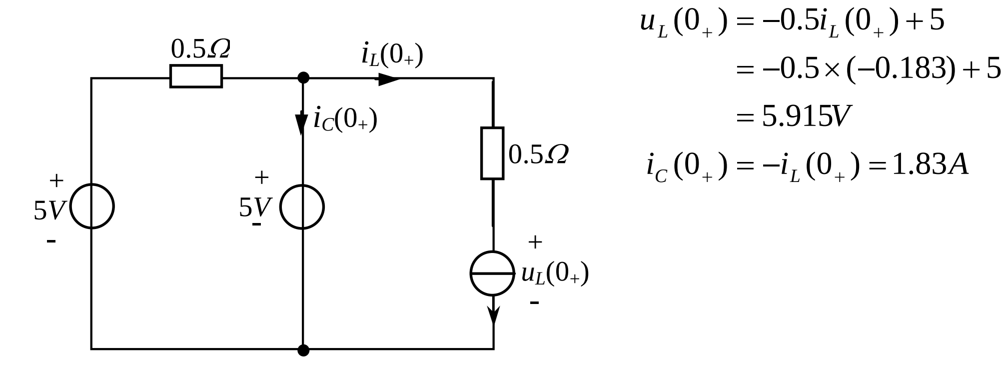
$$\dot{I}_{LM}=\frac{10\angle 30^\circ}{0.5+0.5+j}=\frac{10\angle 30^\circ}{1+j}=\frac{10}{\sqrt{2}}\angle -15^\circ=2.5\sqrt{2}\angle -15^\circ$$

t<0 时，$i_L(t)=2.5\sqrt{2}\sin(100t-15^\circ)$

$$\therefore i_L(0_-)=2.5\sqrt{2}\sin(-15^\circ)=-1.83A$$

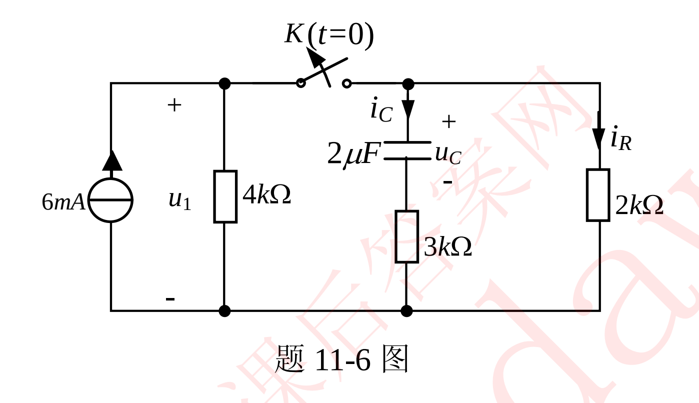
由换路定则，有$i_L(0+)=i_L(0-)=-1.83A$

0_+等效电路：



$$u_L(0_+) = -0.5 i_L(0_+) + 5$$
$$= -0.5 \times (-0.183) + 5$$
$$= 5.915V$$
$$i_C(0_+) = -i_L(0_+) = 1.83A$$

11-6　题 11-6 图示电路，开关 K 在 t=0 时打开，开关打开前电路为稳态。求$t \geq 0$ 时的u_C、i_C、i_R和u_1。



题 11-6 图

解：　属于零输入响应

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{2\times 4}{2+4}\times 6 = 4V$$

$$\tau = RC = 5\times 10^3 \times 2\times 10^{-6} = 10^{-2}s$$

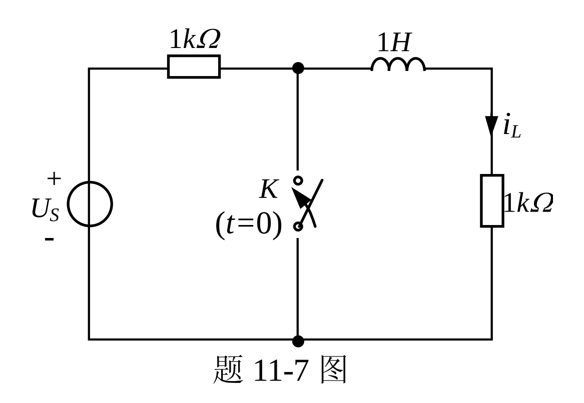
$$u_C(t) = u_C(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} = 4e^{-100t}V \qquad t \geq 0\,.$$

$$i_R(t) = \frac{1}{5\times 10^3}4e^{-100t} = 0.8\times 10^{-3}e^{-100t}A = 0.8e^{-100t}mA \qquad t \geq 0\,.$$

$$i_C(t) = -i_R(t) = -0.8e^{-100t}mA \qquad t \geq 0\,.$$

$$u_1(t) = 6mA \times 4K\Omega = 24V \qquad t \geq 0\,.$$

11-7　题 11-7 图示电路。t<0 时电路已处于稳态，t=0 时开关 K 闭合。求使$i_L(0.003)$=0.001A的电源电压U_S的值。



题 11-7 图

解：属于零输入响应

$$i_L(0_-)=\frac{U_S}{2\times10^3}$$

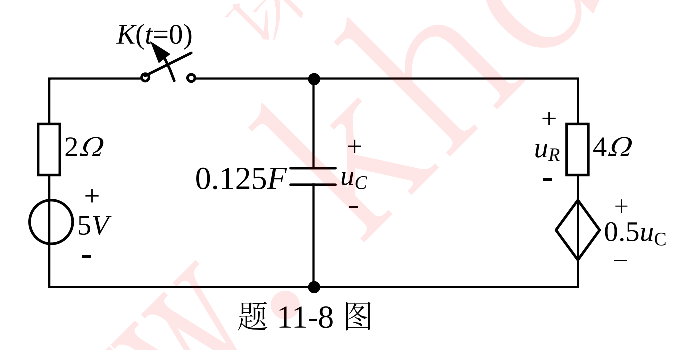
$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0.5\times10^{-3}U_S \qquad \tau=\frac{L}{R}=10^{-3}s$$

$$i_L(t)=0.5\times10^{-3}U_S e^{-10^3 t}$$

$$0.5\times10^{-3}U_S e^{-10^3\times0.003}=0.001$$

解得：$U_S=40.17V$.

11-8　题 11-8 图示电路，开关 K 闭合已很久，t=0 时开关 K 打开，求$t\geq0$ 时的$u_C(t)$和$U_R(t)$。



题 11-8 图

解：求$u_C(0_-)$

$$\begin{cases}6i_R(0_-)+0.5u_C(0_-)=5\\ u_C(0_-)=4i_R(0_-)+0.5u_C(0_-)\end{cases}$$

$$i_R(0_-)=\frac{0.5u_C(0_-)}{4}=\frac{1}{8}u_C(0_-)$$

$$\frac{6}{8}u_C(0_-)+0.5u_C(0_-)=5$$

$$u_C(0_-)=\frac{5}{0.75+0.5}=\frac{5}{1.25}=4V$$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4V$$

$$u=4i+0.5u$$

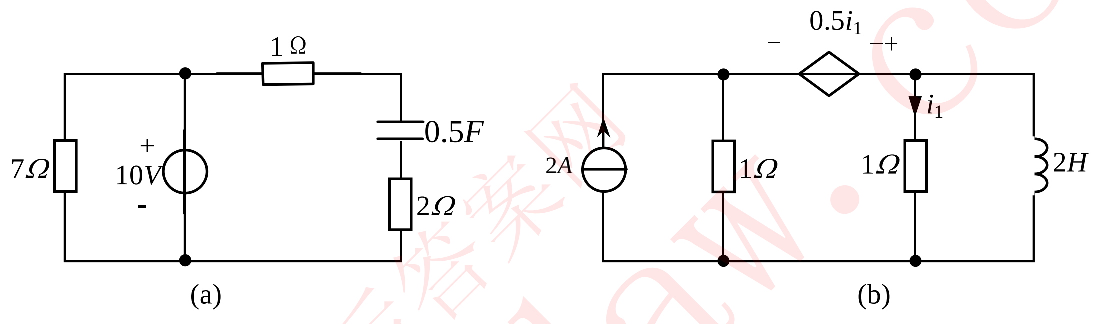
$$0.5u=4i \qquad \therefore R_0=8\Omega$$

$$\tau=RC=1.25\times 8=1s$$

$$\therefore u_C(t)=4e^{-t}V \qquad t\geq 0.$$

$$u_R(t)=0.5u_C(t)-u_C(t)=-0.5u_C(t)=-2e^{-t}V \qquad t\geq 0.$$

11-9　求题 11-9 图示电路的时间常数τ。

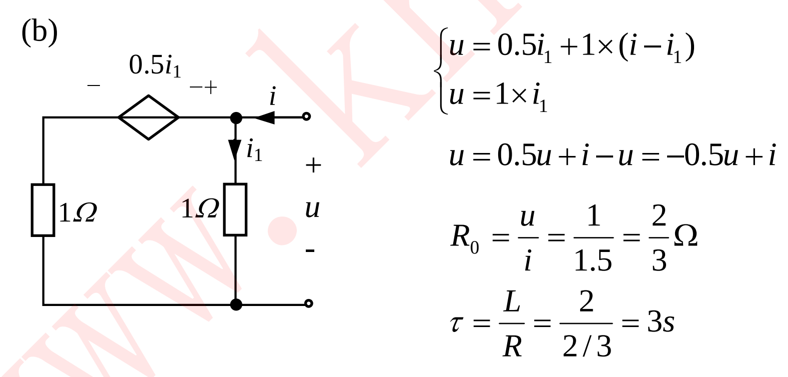


题 11-9 图

解：(a)　$R=1+2=3(\Omega),C=0.5(F)$

$$\therefore \tau=RC=3\times 0.5=1.5s.$$

(b)



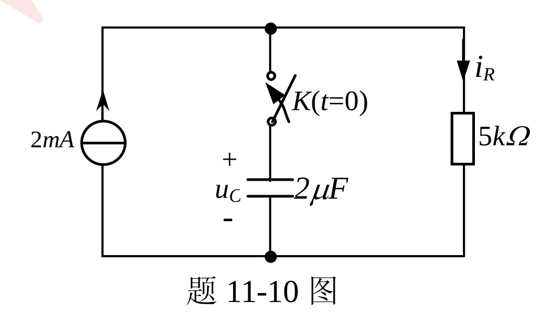
$$\begin{cases}u=0.5i_1+1\times(i-i_1)\\ u=1\times i_1\end{cases}$$

$$u=0.5u+i-u=-0.5u+i$$

$$R_0=\frac{u}{i}=\frac{1}{1.5}=\frac{2}{3}\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{2}{2/3}=3s$$

11-10　题 11-10 图示电路。$t<0$ 时电容上无电荷，求开关闭合后的u_C、i_R。



题 11-10 图

解：属于零状态响应

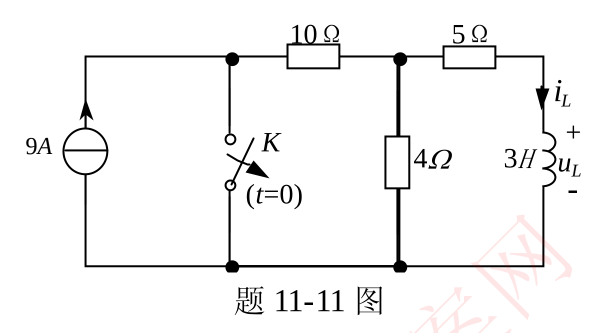
$$u_C(\infty)=5\times2=10V$$

$$\tau=RC==5\times10^3\times2\times10^{-6}=10^{-2}s$$

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=10(1-e^{-100t})V,t\geq0.$$

$$i_R(t)=\frac{u_C(t)}{5K}=2(1-e^{-100t})mA,t\geq0.$$

11-11 题 11-11 图示电路原处于稳态，求$t\geq0$ 时的i_C和u_L。



题 11-11 图

解：属于零状态响应

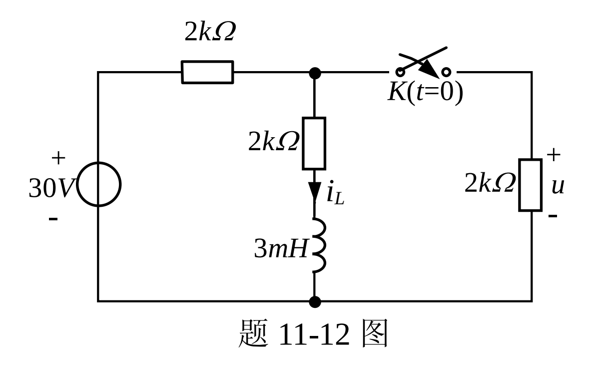
$$i_L(\infty)=\frac{4}{4+5}\times9=4A$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}s$$

$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=4(1-e^{-3t})A,t\geq0.$$

$$u_L(t)=L\frac{di_L}{dt}=36e^{-3t}V,t\geq0.$$

11-12　题 11-12 图示电路原为稳态，$t=0$ 时K闭合，求$t\geq 0$ 时的$i_L(t)$和$u(t)$。



题 11-12 图

解：t<0-时　$i_L(0_-)=\dfrac{30}{4}=7.5mA$

求初值　$i_L(0_+)=i_L(0_-)=7.5mA$

求稳态值

$$i_L(\infty)=\frac{1}{2}\times\frac{30}{3\times10^3}=5\times10^{-3}A=5mA$$

求时间常数

$$R_0=2k\Omega+2k\Omega//2k\Omega=3k\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{3\times10^{-3}}{3\times10^3}=10^{-6}s$$

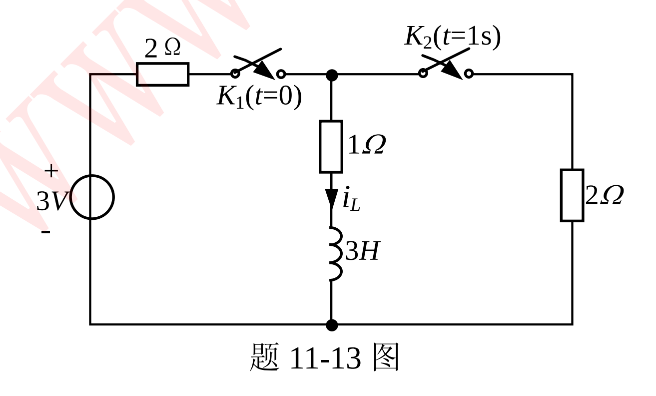
结果　$i_L(t)=5+(7.5-5)e^{-10^{-6}t}=5+2.5e^{-10^{-6}t}mA,t\geq 0.$

$$u(t)=2\times10^3 i_L+3\times10^{-3}\frac{di_L}{dt}$$

$$=10+5\times10^3 e^{-10^{-6}t}+3\times10^{-3}[2.5\times(-10^6)e^{-10^{-6}t}\times10^{-3}]$$

$$u(t)=10-2.5e^{-10^{-6}t}V,t\geq 0$$

11-13　题 11-13 图示电路，$t=0$ 时开关K_1闭合，$t=1s$时开关K_2闭合，求$t\geq 0$ 时的电感电流i_L，并给出i_L的曲线。



题 11-13 图

解：1、$t<0$ 时　$i_L(0-)=0$

2、$0\leq t<1s$ 时

初值　$i_L(0+)=i_L(0-)=0$

稳态值 $i_L(\infty)=1\text{A}$

时间常数 $\tau_1=\dfrac{L}{R_1}=\dfrac{3}{3}=1s$

结果 $i_L(t)=1-e^{-t}A$

3、t>1s 时

初值 $i_L(1_+)=i_L(1_-)=1-e^{-1}=0.632A$

稳态值 $i_L(\infty)=\dfrac{3}{2+2/3}\times\dfrac{2}{1+2}=\dfrac{9}{8}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{3}{4}=0.75A$

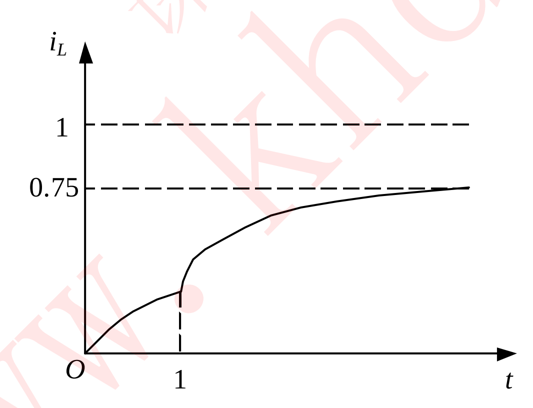
时间常数 $\tau_2=\dfrac{L}{R_2}=\dfrac{3}{2}s$

结果 $i_L(t)=0.75+[0.632-0.75]e^{-\frac{2}{3}(t-1)}=0.75-0.118e^{-\frac{2}{3}(t-1)}$

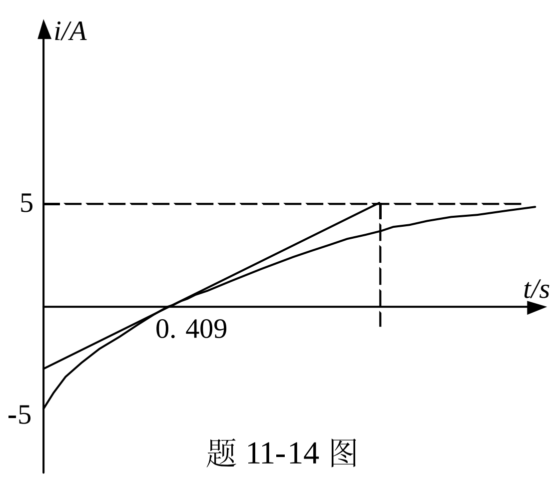
4、结果

$$i_L(t)=\begin{cases}1-e^{-t}A & 0\le t<1s\\ 0.75-0.118e^{-\frac{2}{3}(t-1)}A & t\ge 1s\end{cases}$$

i_L的波形如下:



11-14 某一阶电路的电流响应 $i(t)$题 11-14 图所示，写出它的数学表达式。



题 11-14 图

解：由 $i(t)$的波形可知，$i(t)$的初值 $i(0+)$= -5A，稳态值 $i(\infty)$＝5A

由三要素公式可知，$i(t)$的表达式是 $i(t)=i(\infty)+[i(0_+)-i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

代入初始值和稳态值有 $i(t)=5+[-5-5]e^{-\frac{t}{\tau}}=5-10e^{-\frac{t}{\tau}}$ (1)

点(0.409，0)在 $i(t)$的曲线上，代入(1)式得:

$$0=5-10e^{-\frac{0.409}{\tau}}$$

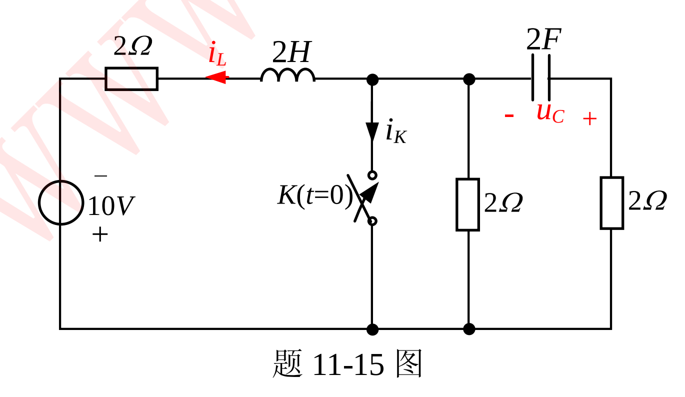
$$e^{-\frac{0.409}{\tau}}=0.5$$

$$-\frac{0.409}{\tau}=\ln 0.5=-0.69$$

$$\tau=-\frac{0.409}{\ln 0.5}=0.59$$

所以 $i(t)$的表达式为：$i(t)=5-10e^{-\frac{t}{0.59}}A \qquad t>0$

11-15 题 11-15 图示电路。t<0 时电路已处于稳态，t＝0 时开关 K 闭合，求$t\geq 0$ 时的i_K。



题 11-15 图

解：t<0-时 $i_L(0_-)=\frac{10}{4}=2.5A \qquad u_C(0_-)=2i_L(0_-)=5V$

求初值 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=2.5A \qquad u_C(0_+)=u_C(0_-)=5V$

求稳态值 $i_L(\infty)=\frac{10}{2}=5A \qquad u_C(\infty)=0$

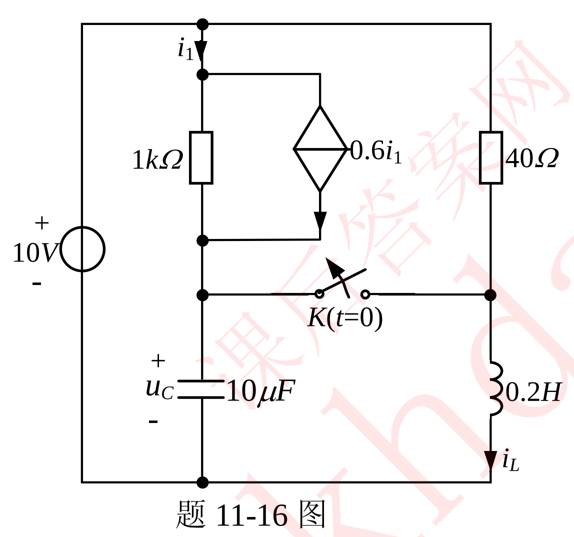
求时间常数 $\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{2}{2}=1s$

结果 $i_L(t)=5+(2.5-5)e^{-t}=5-2.5e^{-t}A \qquad t\ge 0$

$u_C(t)=5e^{-\frac{t}{4}}V \qquad t\ge 0$

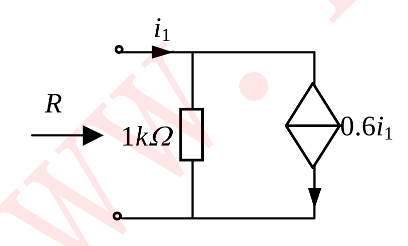
$i_K(t)=-i_L(t)-\frac{u_C}{2}=-5+2.5e^{-t}-2.5e^{\frac{t}{4}}A \qquad t\ge 0$

11-16　题 11-16 图示电路原处于稳态，t=0 时开关 K 打开，用时域法求图中标出的u_C、$i_L(t\ge 0)$。



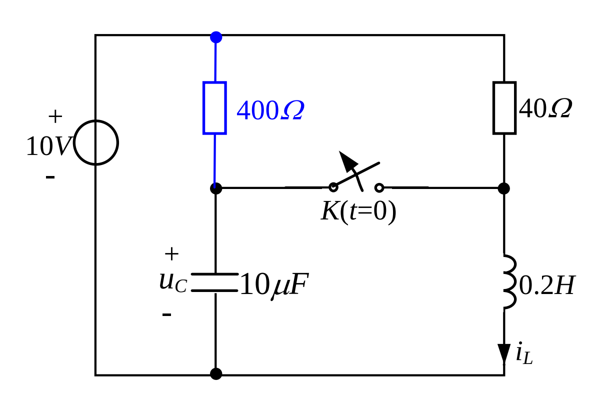
题 11-16 图

解：求下图的输入电阻 R



$$R=\frac{1k\times(i_1-0.6i_1)}{i_1}=\frac{0.4k}{1}=0.4K=400\Omega$$

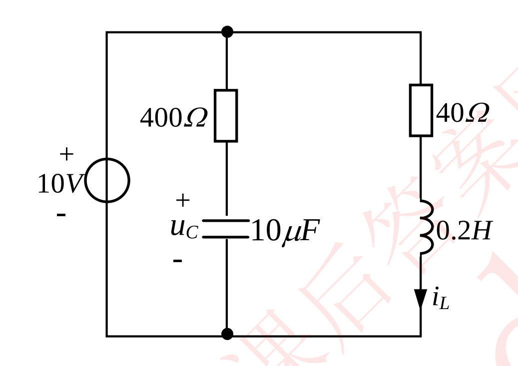
原电路等效为:

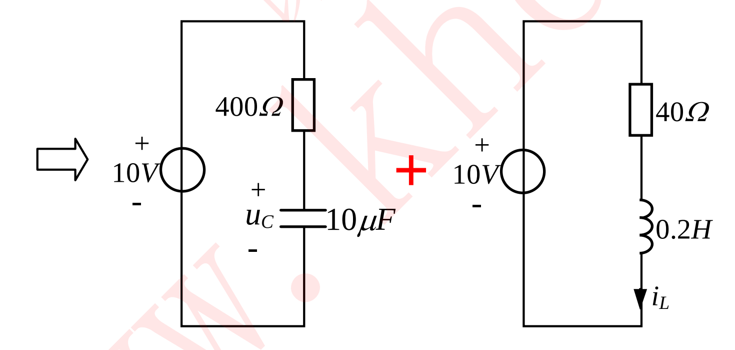


题 11-16 图等效电路

t<0-时　u_C(0-)=0　　$i_L(0_-)=\dfrac{10}{400//40}=\dfrac{10\times440}{400\times40}=0.275A$

开关闭合后的等效电路：





求初值　u_C(0+)= u_C(0-)=0　　i_L(0+)= i_L(0-)=0.275A

求稳态值

$u_C(\infty)$=10V　　$i_L(\infty)$=0.25A

求时间常数

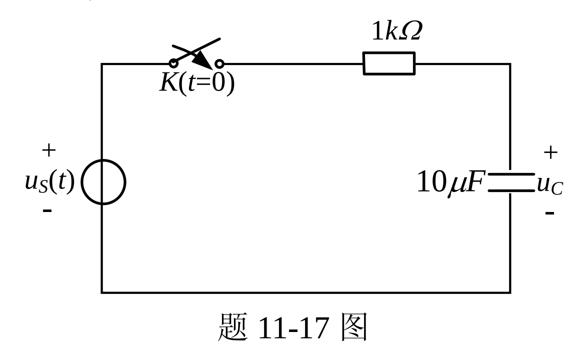
$$\tau_C=400\times10\times10^{-6}=4\times10^{-3}s$$

$$\tau_L=\frac{0.2}{40}=\frac{1}{200}s$$

结果　$i_L(t)=0.25+[0.275-0.25]e^{-200t}=0.25+0.025e^{-200t}A, t\geq0$

$$u_C(t)=10-10e^{-250t}V, t\geq0$$

11-17　题 11-17 图示电路，已知$u_C(0_-)=0$，$u_S=10sin(100t+\varphi)V$，当φ取何值时电路立即进入稳态？



题 11-17 图

解：t<0-时　$u_C(0\text{-})=0$

求初值　$u_C(0+)= u_C(0\text{-})=0$

求时间常数　$\tau = RC = 1k\times10\times10^{-6} = 10^{-2}s$

求稳态值（用相量法）

$$\dot{U}_{cpm} = \frac{-j\times10^3}{10^3+\dfrac{1}{j\times10^{-3}}}\times10\angle\varphi = \frac{-j}{1-j}\times10\angle\varphi = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle-45^\circ+\varphi$$

即：$u_{cp}(t) = \dfrac{10}{\sqrt{2}}\sin(10^3 t+\varphi-45^\circ)$

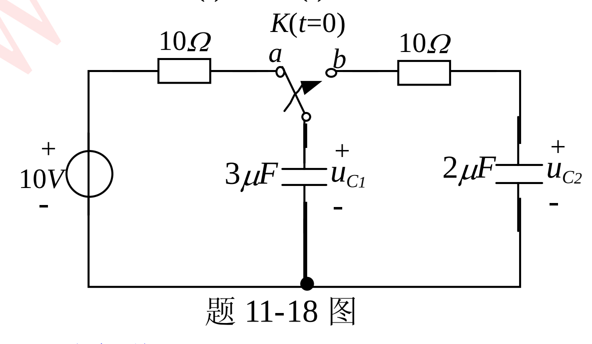
$$u_{cp}(0_+) = \frac{10}{\sqrt{2}}\sin(\varphi-45^\circ)$$

结果　$u_C(t) = u_{cp}(t) + [u_C(0_+) - u_{cp}(0_+)]e^{-100t}$

当$u_C(0_+) - u_{cp}(0_+) = 0$，即$0 = \dfrac{10}{\sqrt{2}}\sin(\varphi-45^\circ)$

$\varphi = 45^\circ$ 电路可直接进入稳态。

11-18　题 11-18 图示电路，t<0 时电路为稳态，$u_{C2}(0_-)=0$，t=0 时开关K由a投到b，求$t\geq0$ 时的$u_{C1}(t)$和$u_{C2}(t)$。



题 11-18 图

解：1、求初值

$u_{C1}(0_)=10V, u_{C2}(0_)=0$

由换路定则有，$u_{C1}(0+)= u_{C1}(0-)=10V$，$u_{C2}(0+)= u_{C2}(0-)=0V$

2、求稳态值

t→∞时，$u_{C1}(t)= u_{C2}(t)$，即$u_{C1}(\infty)= u_{C2}(\infty)$

根据电荷守恒，有:$C_1u_{C1}(\infty)+C_2u_{C2}(\infty)=C_1u_{C1}(0+)+C_2u_{C2}(0+)$

即：$3u_{C1}(\infty)+2u_{C1}(\infty)=3\times10+2\times0$

$u_{C1}(\infty)=u_{C2}(\infty)=6V$

3、求时间常数

总电容$C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}=1.2\mu F$

$\tau=RC=10\times1.2\times10^{-6}=12\times10^{-6}s$

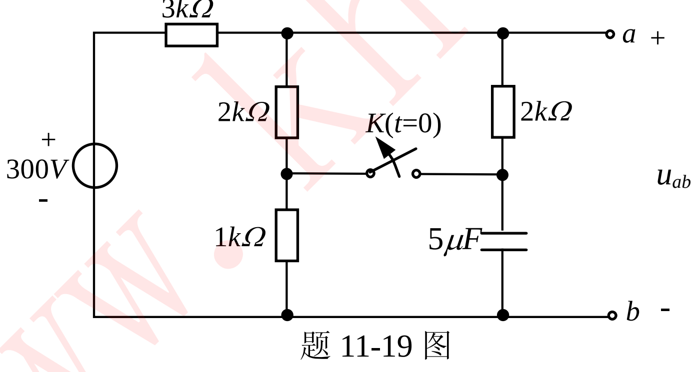
4、结果

由三要素公式有：

$u_{C1}(t)=6+4e^{-\frac{10^6}{12}t}V \qquad t>0$

$u_{C2}(t)==6-6e^{-\frac{10^6}{12}t}V \qquad t>0$

11-19　题 11-19 图示电路原处于稳态，t=0 时开关 K 打开，用三要素法求$t\geq0$ 时的u_{ab}。



题 11-19 图

解：t<0-时　$u_C(0_)=\dfrac{300}{5}=60V$

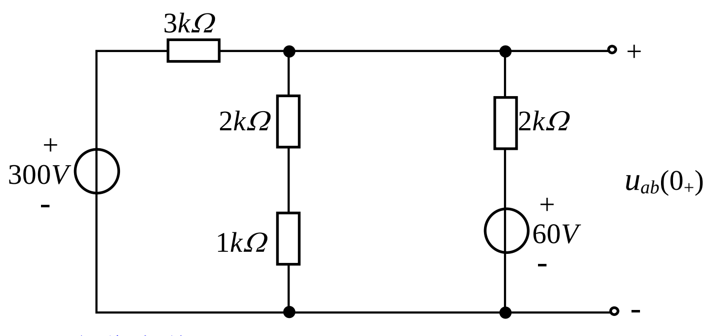
求初值　$u_C(0+)= u_C(0-)=60V$

画 0＋网络

$$(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2})u_{ab}(0_+)=\frac{300}{3}+\frac{60}{2}$$

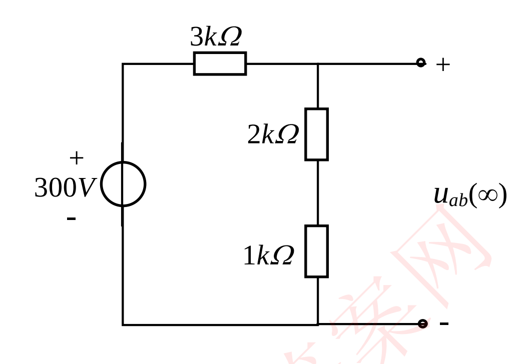
$$\frac{4+3}{6}u_{ab}(0_+)=130$$

$$u_{ab}(0_+)=\frac{6}{7}\times130=111.43V$$



求稳态值

t→∞时的电路为



$u_{ab}(\infty)$=150V

求时间常数

$$\tau = 5\times10^{-6}\times3.5\times10^{3} = 17.5\times10^{-3}s = \frac{1}{57.14}s$$

结果 $u_{ab}(t) = u_{ab}(\infty) + (u_{ab}(0+) - u_{ab}(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} = 150 - 38.57e^{-57.14t}V, t \geq 0$

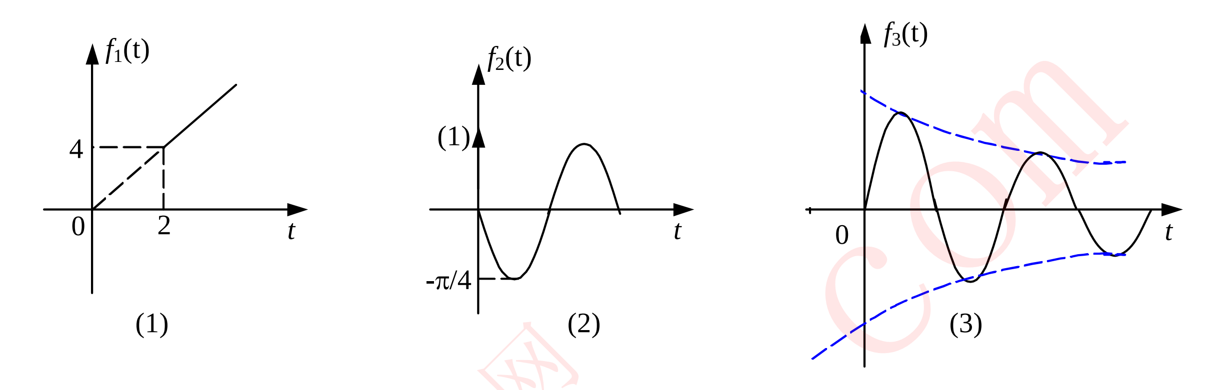
11-20　画出下列函数所表示的波形:

(1) $f_1(t)=2t\cdot\varepsilon(t-2)$;

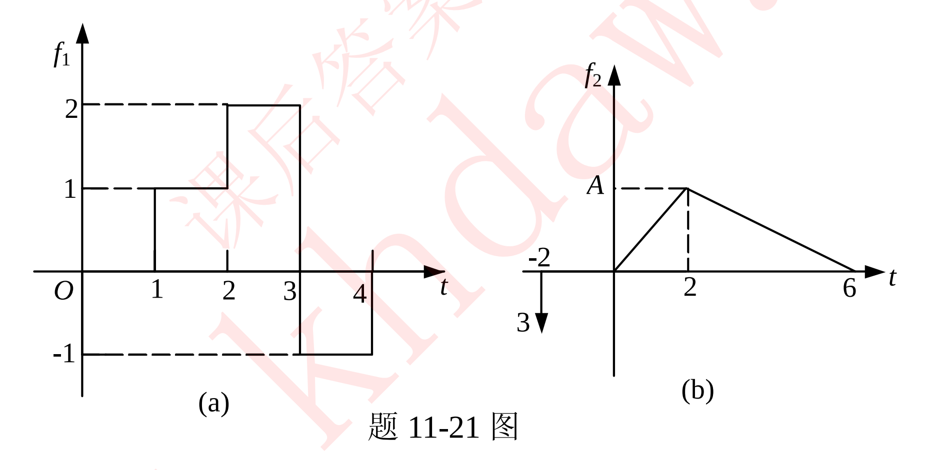
(2) $f_2(t)=\dfrac{d}{dt}[\cos\dfrac{\pi}{4}t\cdot\varepsilon(t)]$;

(3) $f_3(t)=e^{-2t}\sin 4t\cdot\varepsilon(t)$。

解:



11-21　用奇异函数描述题 11-21 图示各波形。



题 11-21 图

解:(a) $\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)-3\varepsilon(t-3)+\varepsilon(t-4)$

(b) $-3\delta(t+2)+\dfrac{A}{2}[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]+(-\dfrac{A}{4}t+\dfrac{3}{2}A)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-6)]$

11-22　求解下列各式:

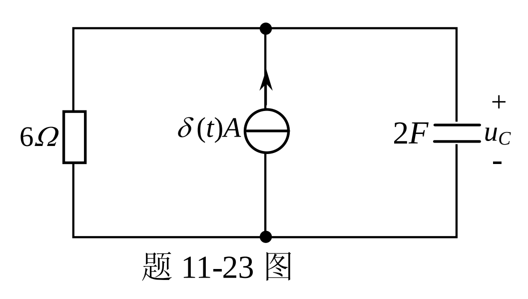
(1) $(t^2+5)\delta(t-1)=?$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+5)\delta(t-1)dt=?$

解:(1) $(t^2+5)\delta(t-1)=t^2\delta(t-1)+5\delta(t-1)=6\delta(t-1)$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+5)\delta(t-1)dt=\int_{-\infty}^{\infty}6\delta(t-1)dt=6$

11-23　题 11-23 图示电路中 $u_C(0_-)=2V$,求 $u_C(0_+)$。



题 11-23 图

解：列写以$u_C(t)$为变量的一阶微分方程

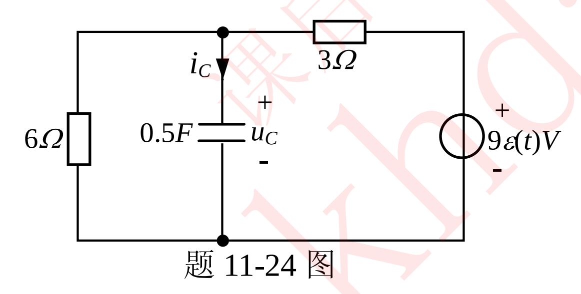
$$2\frac{du_C}{dt}+\frac{u_C}{6}=\delta(t).$$

对两边取[0-，0+]积分，有：$\int_{0-}^{0+}2\frac{du_C(\tau)}{dt}dt+\int_{0-}^{0+}\frac{u_C(t)}{6}dt=\int_{0-}^{0+}\delta(t)dt.$

$$2[u_C(0_+)-u_C(0_-)]=1$$

$$\therefore u_C(0_+)=\frac{1+2u_C(0_-)}{2}=\frac{1+4}{2}=2.5V$$

11-24　题 11-24 图示电路中$u_C(0_-)=0$。求 t≥0 时的$u_C(t)$和$i_C(t)$。



题 11-24 图

解：三要素法求$u_C(t)$

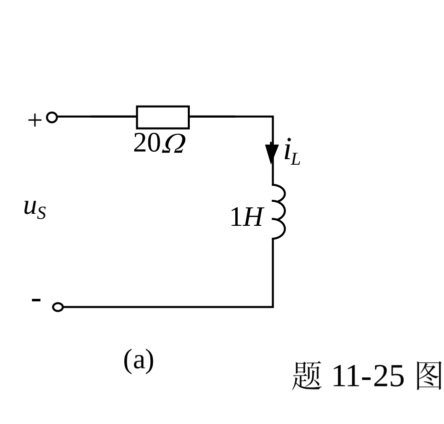
初值$u_C(0+)= u_C(0-)=0$　　　　稳态值$u_C(\infty)=6V$

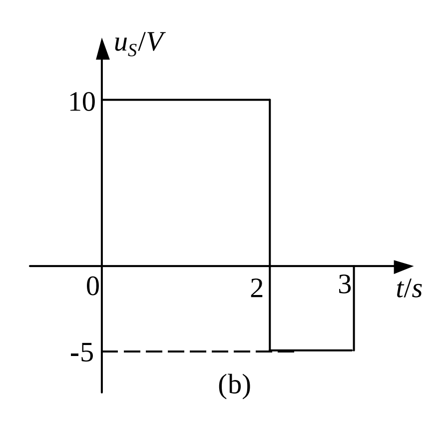
时间常数　$\tau=0.5\times\frac{6\times3}{6+3}=1s$

所以　$u_C(t)=6-6e^{-t}V, t\geq0$　　或　　$u_C(t)=6(1-e^{-t})\cdot\varepsilon(t)V$

$$i_C(t)=C\frac{du_C}{dt}=3e^{-t}\varepsilon(t)A$$

11-25　零状态电路如题 11-25 图(a)所示，图(b)是电源u_S的波形，求电感电流i_L（分别用线段形式和一个表达式来描述）。





题 11-25 图

解：当$u_S=\varepsilon(t)$时

$$\text{电感电流 } s(t)=i_L(t)=\frac{1}{20}(1-e^{-20t})\varepsilon(t)A.$$

图(b)中u_s的表达式为:

$$u_S=10[\varepsilon(t)+\varepsilon(t-2)]-5[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$$
$$=10\varepsilon(t)-15\varepsilon(t-2)+5\varepsilon(t-3)$$

由线性电路的延时性，可知电感电流的表达式为:

$$i_L(t)=0.5(1-e^{-20t})\varepsilon(t)-0.75(1-e^{-20(t-2)})\varepsilon(t-2)+0.25(1-e^{-20(t-3)})\varepsilon(t-3)A$$

分段：$0\le t<2s$ 时

$$i_L=0.5(1-e^{-20t})A \qquad i_L(2\text{-})=0.5A$$

$2s\le t<3s$时　　$i_L(2+)=i_L(2-)=0.5A$　　$i_L(\infty)=-0.25A$

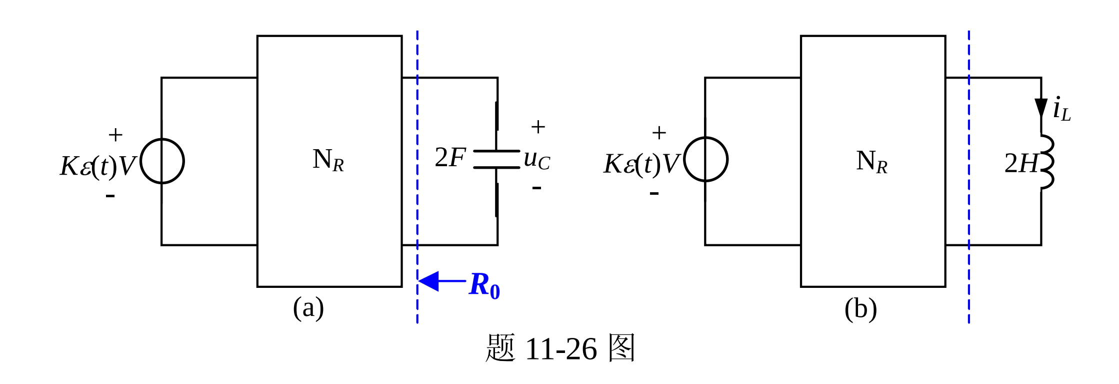
$$i_L(t)=-0.25+(0.5+0.25)e^{-20(t-2)}=-0.25+0.75e^{-20(t-2)}A$$

$t\ge 3s$ 时

$i_L(3+)=i_L(3-)=-0.25A$　　$i_L(t)=-0.25e^{-20(t-3)}A$

$$\therefore i_L(t)=\begin{cases}0.5(1-e^{-20t})A & 0\le t<2s\\ -0.25+0.75e^{-20(t-2)}A & 2s\le t<3s\\ -0.25e^{-20(t-3)}A & t\ge 3s\end{cases}$$

11-26　题 11-26 图(a)电路中N_R纯电阻网络，其零状态响应$u_C=(4-4e^{-0.25t})V$。如用L=2H的电感代替电容，如图(b)所示，求零状态响应i_L。



题 11-26 图

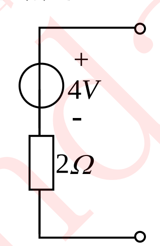
解：图(a)电路中N_R纯电阻网络，其零状态响应$u_C=(4-4e^{-0.25t})V$

由以上条件可知：

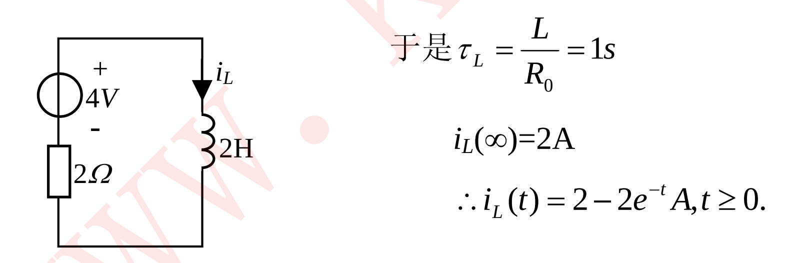
电容处的开路电压为 4V，时间常数$\tau=\dfrac{1}{0.25}=4s$

从电容向左看的等效电阻$R_0=\dfrac{\tau}{C}=\dfrac{4}{2}=2\Omega$

因此虚线以左的戴维南等效电路是：



图(b)的电路等效为图示

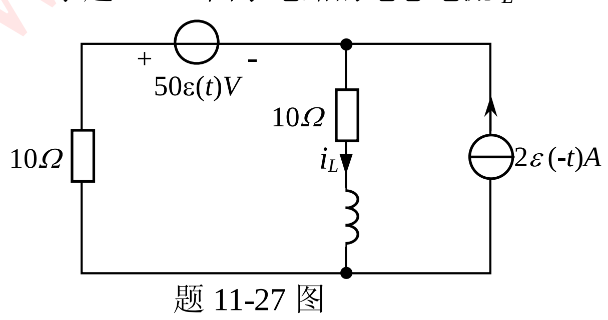


于是$\tau_L=\dfrac{L}{R_0}=1s$

$i_L(\infty)$=2A

$\therefore i_L(t)=2-2e^{-t}A, t\geq 0.$

11-27　求题 11-27 图示电路的电感电流i_L。



题 11-27 图

解：$t<0$ 时，$i_L=1A$.

所以 $i_L(0+)= i_L(0-)=1A$

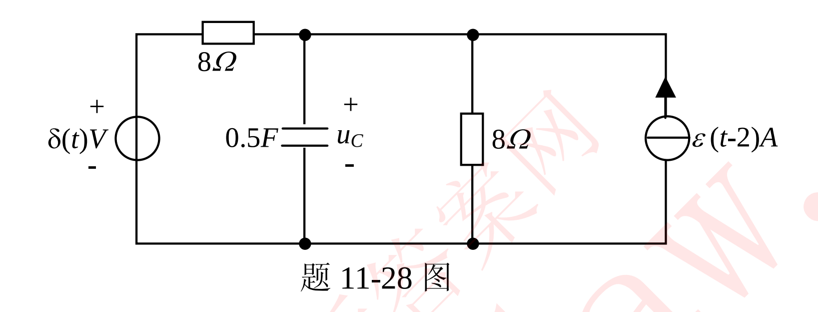
$$i_L(\infty)=-\frac{50}{20}=-2.5A$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{0.2}{20}=\frac{1}{100}s$$

$$\therefore i_L(t)=-2.5+(1+2.5)e^{-100t}=-2.5+3.5e^{-100t}A \qquad t>0$$

$$故\ i_L(t)=\varepsilon(-t)+(-2.5+3.5e^{-100t})\varepsilon(t)A$$

11-28　题 11-28 图示电路，已知 $u_C(0_+)=0$，求 $u_C(t)$。



题 11-28 图

解：用叠加定理求

1、电压源δ(t)单独作用时，电容电压为$u'_C(t)$，

列写以$u'_C(t)$为变量的一阶微分方程

$$0.5\frac{du'_C}{dt}+\frac{u'_C}{8}+\frac{u'_C-\delta(t)}{8}=0$$

$$0.5\frac{du'_C}{dt}+\frac{u'_C}{4}=\frac{\delta(t)}{8}$$

方程两边取 $0_+\sim 0_-$ 积分，有：

$$\int_{0-}^{0+}0.5\frac{du'_C(\tau)}{dt}dt+\int_{0-}^{0+}\frac{u'_C}{4}dt=\int_{0-}^{0+}\frac{\delta(t)}{8}dt$$

$$0.5u'_C(0_+)=\frac{1}{8}$$

$$\therefore u'_C(0_+)=\frac{1}{4}e^{-\frac{t}{2}}\varepsilon(t)V$$

2、电流源单独作用时，电容电压为 u''_C

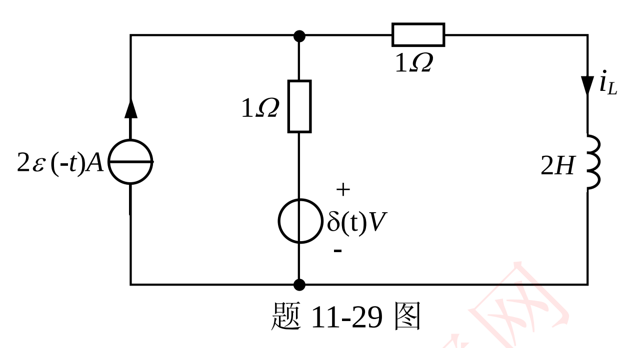
$$u''_C(t)=4(1-e^{-\frac{(t-2)}{2}}) \quad t\geq 2s$$

$$=4(1-e^{-\frac{(t-2)}{2}})\varepsilon(t-2)V$$

3、结果

$$u_C(t)=u'_C(t)+u''_C(t)=0.25e^{-0.5t}\varepsilon(t)+4(1-e^{-0.5(t-2)})\varepsilon(t-2)V.$$

11-29　求题 11-29 图示电路的电感电流 $i_L(t)$ 和电阻电压 $u_R(t)$。



题 11-29 图

解：$i_L(0\text{-})=1A$

$t\geq 0$ 时，列写以$i_L(t)$为变量的一阶微分方程

$$2\frac{di_L}{dt}+2i_L=\delta(t).$$

方程两边取 $0_+\sim 0_-$ 积分，有：

$$\int_{0-}^{0+}2\frac{di_L(\tau)}{dt}dt+\int_{0-}^{0+}2i_L dt=\int_{0-}^{0+}\delta(t)dt.$$

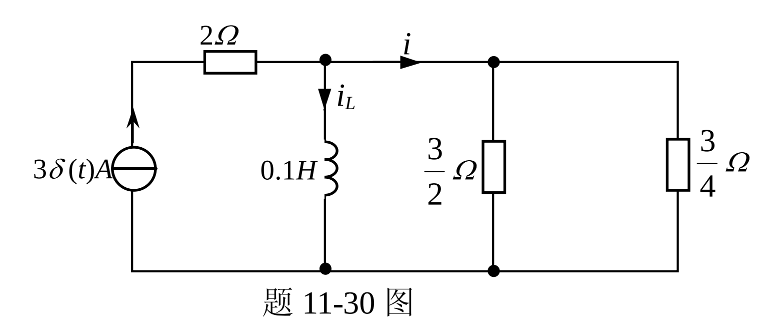
$$2[i_L(0_+)-i_L(0_-)]=1$$

$$i_L(0_+)=\frac{1+2}{2}=1.5A.$$

所以 $i_L(t)=1.5e^{-t}A.$.

结果：$i_L(t)=\varepsilon(-t)+1.5e^{-t}\varepsilon(t)A.$　　$u_R(t)==-1\times i_L(t)=\varepsilon(-t)-1.5e^{-t}\varepsilon(t)V.$

11-30　求题 11-30 图示电路的零状态响应$i_L(t)$和$i(t)$。



题 11-30 图

解：1、当电流源为$\varepsilon(t)$时，求解对应量的响应分别为$s_1(t)$、$s_2(t)$

$$R_0=\frac{1}{2/3+4/3}=\frac{1}{6/3}=\frac{1}{2}\Omega.$$

$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{0.1}{0.5}=\frac{1}{5}s$$

初值　$s_1(0+)=0$，$s_2(0-)=1A$

稳态值　$s_1(\infty)=1A$，$s_2(\infty)=0$

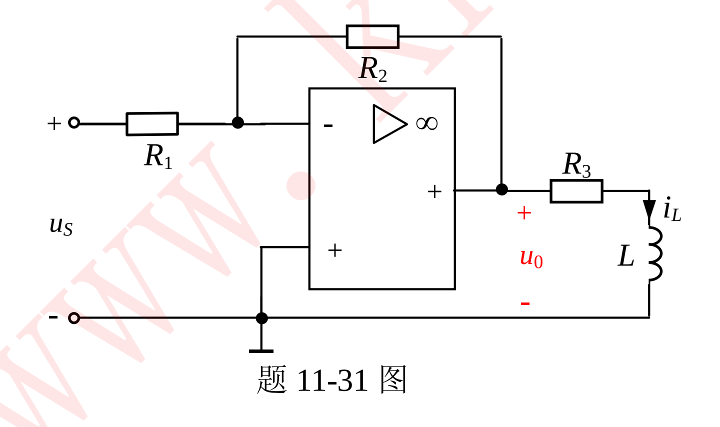
$$\therefore s_1(t)=(1-e^{-5t})\varepsilon(t)A \qquad s_2(t)=e^{-5t}\varepsilon(t)A.$$

2、当电流源为 3δ(t)A 时

$$i_L(t)=3\frac{ds_1}{dt}=15e^{-5t}\varepsilon(t)A$$

$$i(t)=3\frac{ds_2}{dt}=-15e^{-5t}\varepsilon(t)+3\delta(t)A$$

11-31　题 11-31 图示电路。求零状态响应$i_L(t)$。已知输入$u_S=\varepsilon(t)V$。



题 11-31 图

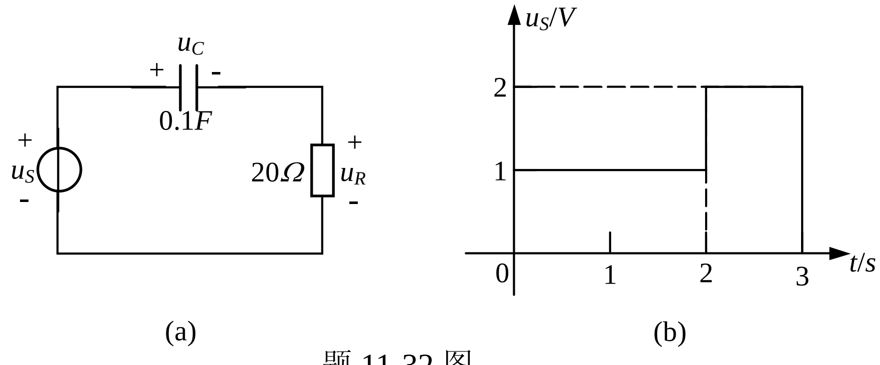
解：　$$u_O=-\frac{R_2}{R_1}u_S$$

$$i_L(t)=[-\frac{R_2}{R_1R_3}+\frac{R_2}{R_1R_3}e^{-(R_3/L)t}]\varepsilon(t)A$$

11-32　电路如题 11-32 图(a)所示，求：

(1) 电阻电压的单位冲击响应 $h(t)$；

(2) 如果u_S的波形如图(b)所示，用卷积积分法求零状态响应$u_R(t)$。



题 11-32 图

解：(1) 列写以u_C(t)为变量的一阶微分方程

$$u_C + 20\times 0.1\times \frac{du_C}{dt} = \delta(t)$$

$$2\frac{du_C}{dt} + u_C = \delta(t)$$

由方程的系数可知：$u_C(0+) = \frac{1}{2}$

而 $\tau = 20\times 0.1 = 2s$

$$\therefore u_C(t) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}\varepsilon(t)V$$

$$u_C(t) + h(t) = \delta(t)\,,\quad \therefore h(t) = \delta(t) - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}\varepsilon(t)$$

(2) $u_S = \varepsilon(t) + \varepsilon(t-2) - 2\varepsilon(t-3) = f(t)$

$$h(t) = \delta(t) - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}\varepsilon(t)$$

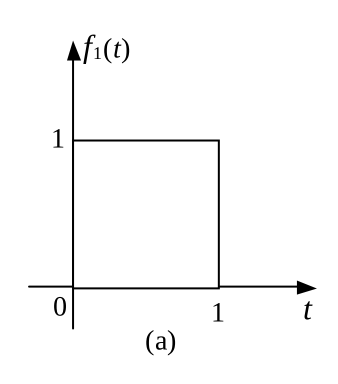
$$\therefore u_R(t) = f(t) * h(t)$$

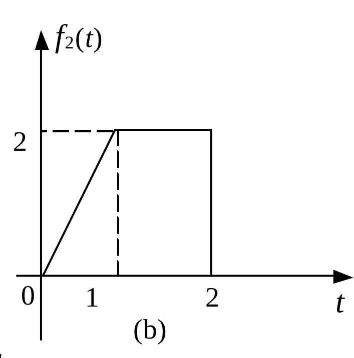
而 $h(t)*\varepsilon(t) = \int_{0_-}^{t}(\delta(t) - \frac{1}{2}e^{-\frac{\tau}{2}})d\tau \times \varepsilon(t) = [1 + (1 - e^{-\frac{t}{2}})]\varepsilon(t) = (2 - e^{-\frac{t}{2}})\varepsilon(t)$

由卷积延时性质可得：

$$u_R(t) = h(t) * f(t) = (2 - e^{-\frac{t}{2}})\varepsilon(t) + (2 - e^{-\frac{t-2}{2}})\varepsilon(t-2) - 2(2 - e^{-\frac{t-3}{2}})\varepsilon(t-3)V$$

11-33 $f_1(t)$、$f_2(t)$的波形如题 11-33 图所示，用图解法求$f_1(t)*f_2(t)$。

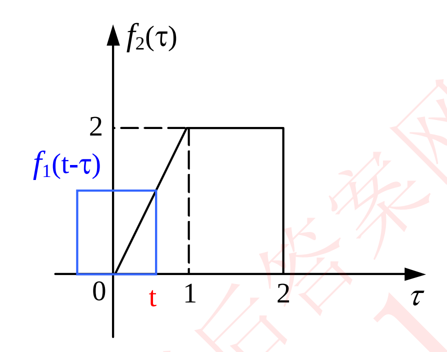




题 11-33 图

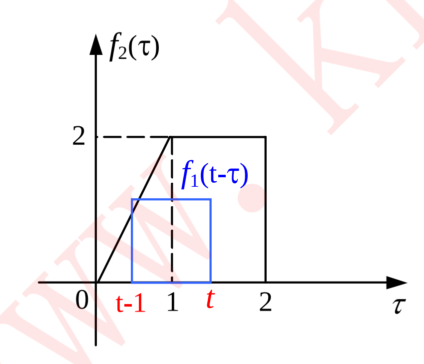
解：$f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau$

$0\le t<1s$ 时



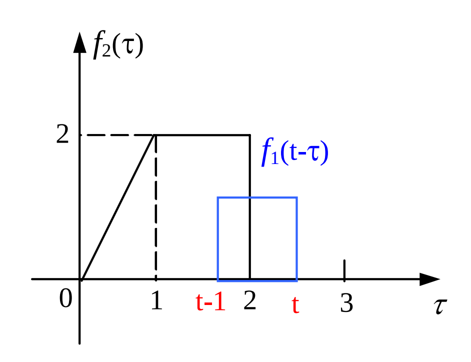
$$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t 2\tau d\tau=\tau^2\mid_0^t=t^2$$

$1s\le t<2s$ 时



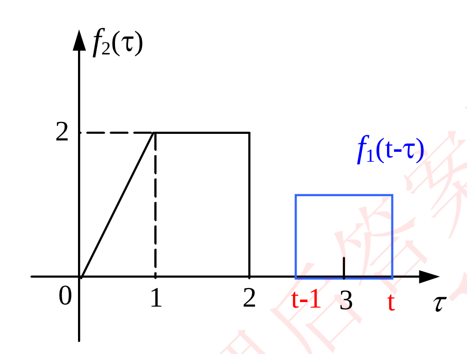
$$f_1(t)*f_2(t)=\int_{t-1}^{1}2\tau d\tau+\int_1^t 2d\tau=\tau^2\mid_{t-1}^{1}+\tau\mid_1^t=1-(t-1)^2+2t-2=-t^2+4t-2$$

$2s\le t<3s$ 时



$$f_1(t)*f_2(t)=\int_{t-1}^{2}2d\tau=2\tau|_{t-1}^{2}=4-2(t-1)=-2t+6$$

$t\geq 3s$ 时

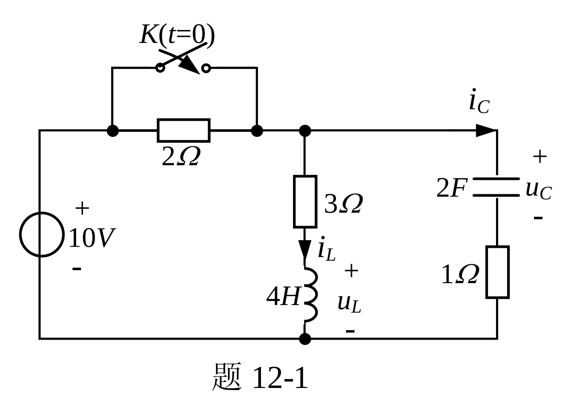


波形没有重合部分，所以 $f_1(t)*f_2(t)=0$

结果：

$$f_1(t)*f_2(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t^2 & 0\leq t<1s\\ -t^2+4t-2, & 1s\leq t<2s\\ -2t+6 & 2s\leq t<3s\\ 0 & t\geq 3s\end{cases}$$

12-1　题 12-1 图示电路原处于稳态，t=0 时开关 K 闭合，求$u_C(0_+)$、$\frac{du_C}{dt}|_{0_+}$、$i_L(0_+)$、$\frac{di_L}{dt}|_{0_+}$。



题 12-1

解：t<0 时 $i_L(0_-)=\frac{10}{2+3}=2A$　　$u_C(0_-)=3i_L(0_-)=6V$

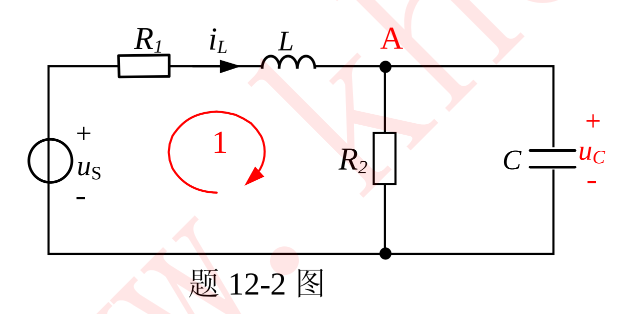
由换路定则有:

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2A, u_C(0_+)=u_C(0_-)=6V$$

$$\frac{di_L}{dt}|_{0+}=\frac{u_L(0_+)}{L}=\frac{-3i_L(0_+)+10}{4}=\frac{4}{4}=1A/s$$

$$\frac{du_C}{dt}|_{0+}=\frac{i_C(0_+)}{C}=\frac{(0-u_C(0_+))}{2}=2V/s$$

12-2　电路如题 12-2 图所示，建立关于电感电流i_L的微分方程。



题 12-2 图

解：回路 1: $R_1 i_L + L\frac{di_L}{dt} + u_C = u_S \cdots\cdots(1)$

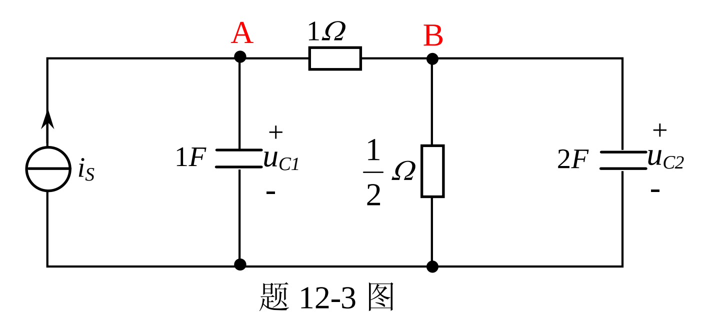
对 A 点: $C\frac{du_C}{dt}+\frac{u_C}{R_2}=i_L \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

由(1)式得：$u_C = u_L - R_1 i_L - L\frac{di_L}{dt}$

代入(2)整理得：

$$LC\frac{d^2 i_L}{dt^2}+(R_1C+\frac{L}{R_2})\frac{di_L}{dt}+(1+\frac{R_1}{R_2})i_L = C\frac{du_S}{dt}+\frac{1}{R_2}u_S$$

12-3 电路如题 12-3 图所示，建立关于u_{C2}的微分方程。



题 12-3 图

解：列 *A* 点 KCL 的方程

$$\frac{du_{C1}}{dt}+u_{C1}-u_{C2}=i_S \quad \text{……………….(1)}$$

列 *B* 点 KCL 的方程

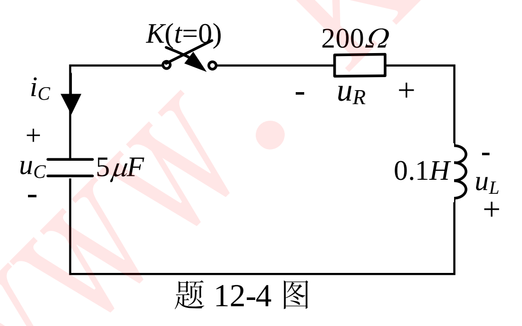
$$2\frac{du_{C2}}{dt}+2u_{C2}+u_{C2}-u_{C1}=0 \quad \text{……(2)}$$

由(2)得： $u_{C1}=2\frac{du_{C2}}{dt}+3u_{C2}$

代入(1)得： $2\frac{d^2u_{C2}}{dt^2}+3\frac{du_{C2}}{dt}+2\frac{du_{C2}}{dt}+3u_{C2}-u_{C2}=i_S$

整理得： $2\frac{d^2u_{C2}}{dt^2}+5\frac{du_{C2}}{dt}+2u_{C2}=i_S$

12-4 题 12-4 图示电路中，已知$u_C(0_-)$=200*V*，*t*=0 时开关闭合，求$t\geq 0$时的u_C。



题 12-4 图

解：1、列写以u_C为变量的二阶微分方程

电容的电流 $i_C=5\times10^{-6}\frac{du_C}{dt}$ (1)

电阻的电压 $u_R=200i_C=200\times5\times10^{-6}\frac{du_C}{dt}$

电感的电压 $u_L=0.1\frac{di_C}{dt}=0.1\times5\times10^{-6}\frac{d^2u_C}{dt^2}$

因为　$u_L + u_R + u_C = 0$

所以 $0.1\times5\times10^{-6}\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + 200\times5\times10^{-6}\dfrac{du_C}{dt} + u_C = 0$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2000\frac{du_C}{dt} + 2\times10^6 u_C = 0$$

2、特征方程及特征根

$p^2 + 2000p + 2\times10^6 = 0$

$$p_{1,2} = \frac{-2000\pm\sqrt{4\times10^6 - 8\times10^6}}{2} = \frac{-2000\pm j2\times10^3}{2} = -10^3 \pm j10^3$$

3、微分方程的解的形式

$$\therefore u_C(t) = Ke^{-10^3 t}\sin(10^3 t + \varphi) \qquad (2)$$

4、求初值$u_C(0+)$和$u'_C(0+)$

$u_C(0+)=u_C(0-)=200V$　　$i_C(0+)=i_C(0-)=0A$ ($i_C(t)$为电感的电流)

由(1)式有：$i_C(0+) = 5\times10^{-6}\dfrac{du_C}{dt}(0+)$

$$0 = 5\times10^{-6}\frac{du_C}{dt}(0+) \qquad \frac{du_C}{dt}(0+) = 0$$

5、利用初值$u_C(0+)=200V$和$\dfrac{du_C}{dt}(0+) = 0$确定待定系数K、φ

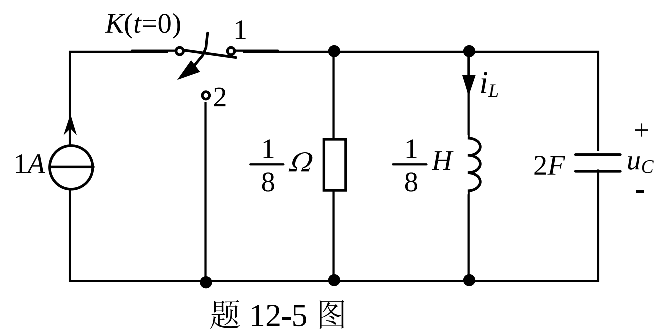
将初值代入(2)式，有：$\begin{cases} 200 = K\sin\varphi \\ 0 = -10^3 K\sin\varphi + 10^3 K\cos\varphi \end{cases}$

解得 $\dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = 1, \varphi = 45^\circ, K = 200\sqrt{2}$

6、结果

$$u_C(t) = 200\sqrt{2}e^{-3t}\sin(10^3 t + 45^\circ)V, t\geq 0$$

12-5　题 12-5 图示电路原处于稳态，t=0 时开关由位置 1 换到位置 2，求换位后的$i_L(t)$和$u_C(t)$。



题 12-5 图

解：t<0 时　i_L(0-)=1A　　u_C(0-)=0

1、列写以i_L为变量的二阶微分方程

$$\frac{1}{8}\times 2\frac{d^2 i_L}{dt^2}+\frac{di_L}{dt}+i_L=0.$$

2、特征方程及特征根

$$p^2+4p+4=0.$$
$$p_{1,2}=-2$$

3、微分方程的解的形式

$$i_L(t)=(K_1+K_2t)e^{-2t}$$

4、求初值i_L(0+)和i'_L(0+)

i_L(0+)= i_L(0-)=1A　　u_C(0+)= u_C(0-)=0

$$\because u_C(t)=\frac{1}{8}\frac{di_L}{dt}\qquad \therefore \frac{di_L}{dt}(0+)=8u_C(0+)=0$$

5、利用初值i_L(0+)=1A和$\frac{di_L}{dt}(0+)=0$确定待定系数K_1、K_2

$$i_L(t)=(K_1+K_2t)e^{-2t}$$

$$\frac{di_L}{dt}=K_2e^{-2t}-2(K_1+K_2t)e^{-2t}$$

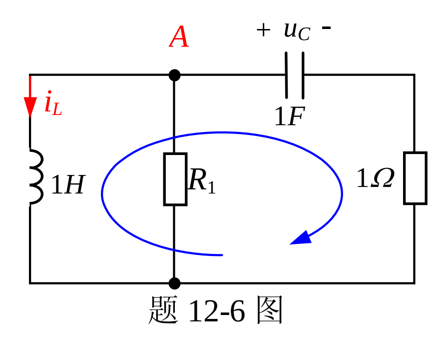
代入初值得：$\begin{cases}1=K_1\\0=K_2-2K_1\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}K_1=1\\K_2=2\end{cases}$

6、结果

$$\therefore i_L(t)=(1+2t)e^{-2t}A,t\geq 0.$$

$$u_C(t)=\frac{di_L}{dt}=\frac{1}{8}[2e^{-2t}-2(1+2t)e^{-2t}]=-0.5te^{-2t}V,t\geq 0$$

12-6　题 12-6 图示电路为换路后的电路，电感和电容均有初始储能。问电阻R_1取何值使电路工作在临界阻尼状态？



题 12-6 图

解：列 A 点的 KCL 方程

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{R_1}\frac{di_L}{dt}+i_L=0 \qquad (1)$$

列回路方程

$$\frac{du_C}{dt}+u_C=\frac{di_L}{dt} \qquad (2)$$

(2)式代入(1)式： $\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{R_1}\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{R_1}u_C+i_L=0$

$$i_L=-(1+\frac{1}{R_1})\frac{du_C}{dt}-\frac{1}{R_1}u_C \qquad (3)$$

(3)式代入(2)式得： $\frac{du_C}{dt}+u_C=-(1+\frac{1}{R_1})\frac{d^2u_C}{dt^2}-\frac{1}{R_1}\frac{du_C}{dt}$

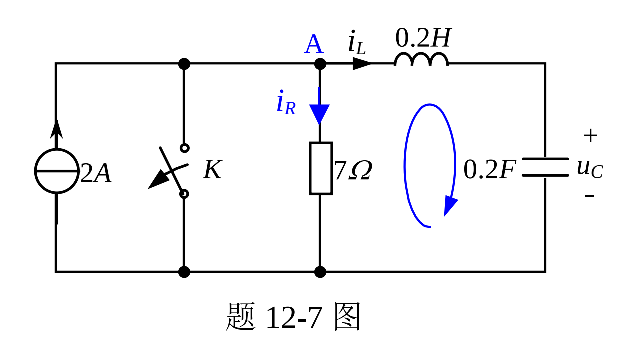
即： $(1+\frac{1}{R_1})\frac{d^2u_C}{dt^2}+(1+\frac{1}{R_1})\frac{du_C}{dt}+u_C=0$

当 $(1+\frac{1}{R_1})^2-4(1+\frac{1}{R_1})=0$ 时为临界阻尼状态

$$(1+\frac{1}{R_1})(1+\frac{1}{R_1}-4)=0$$

故 $R_1=\frac{1}{3}\Omega.$

12-7 题 12-7 图示电路。T<0 时电路为稳态，t=0 时开关 K 打开，求当开关打开后的$u_C(t)$和$i_L(t)$。



题 12-7 图

解：$t<0$ 时　$i_L(0-)=0A$　　$u_C(0-)=0$

1、列写以u_C为变量的二阶微分方程

A结点：$2= i_R + i_L$　　　　(1)

回路：$0.2\frac{di_L}{dt}+u_C-7i_R=0$　　　　(2)

对电容元件:$i_L=0.2\frac{du_C}{dt}$　　　　(3)

由(1)式得:　$i_R=2-i_L$　　　　(4)

将(4)式代入(2)式，有：$0.2\frac{di_L}{dt}+u_C-7(2-i_L)=0$　　　　(5)

将(3)式代入(5)式，有:

$$0.2\times0.2\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C-7(2-0.2\frac{du_C}{dt}i_L)=0$$

$$0.04\frac{d^2u_C}{dt^2}+1.4\frac{du_C}{dt}+u_C=14$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+35\frac{du_C}{dt}+25u_C=350$$

2、特征方程及特征根

$$p^2+35p+25=0$$

$$p_{1,2}=\frac{-35\pm\sqrt{35^2-100}}{2}=\frac{-35\pm33.54}{2}$$

p_1=-0.73　　　　p_2=-34.27

3、微分方程的解的形式

特解：$u_{Cp}=14$(稳态解)

齐次方程的解：$u_{Ch}=K_1e^{-0.73t}+K_2e^{-34.27t}$

所以 $u_C = u_{Ch} + u_{Cp} = K_1 e^{-0.73t} + K_2 e^{-34.27t} + 14$

4、求初值$u_C(0+)$和$u'_C(0+)$

$u_C(0+)= u_C(0-)=0$ $i_L(0+)= i_L(0-)=0\text{A}$

由(3)式得：$i_L(0+) = 0.2\dfrac{du_C}{dt}(0+)$

$$\frac{du_C}{dt}(0+) = 5i_L(0+) = 0$$

5、利用初值$u_C(0+)=0V$和$\dfrac{du_C}{dt}(0+)=0$确定待定系数K_1、K_2

$$u_C = K_1 e^{-0.73t} + K_2 e^{-34.27t} + 14$$

$$\frac{du_C}{dt} = -0.73K_1 e^{-0.73t} - 34.27K_2 e^{-34.27t}$$

代入初值得：$\begin{cases} 0 = K_1 + K_2 + 14 \\ -0.73K_1 - 34.27K_2 = 0 \end{cases}$ 解得：K_1= -14.1 K_2=0.3

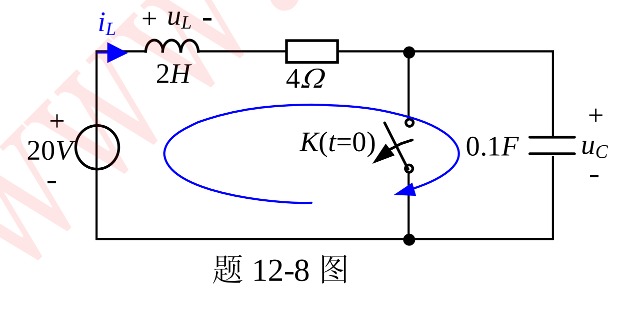
6、结果

$$u_C = -14.1e^{-0.73t} + 0.3e^{-34.27t} + 14V, t \geq 0$$

$$i_L = 0.2\frac{du_C}{dt} = 0.2\times 14.1\times 0.73e^{-0.73t} - 0.2\times 0.3\times 34.27e^{-34.27t}$$

$$= 2.1e^{-0.73t} - 2.06e^{-34.27t} A, t \geq 0$$

12-8 题 12-8 图示电路原处于稳态，t=0 时开关K打开，求$u_C(t)$、$u_L(t)$。



题 12-8 图

解：t<0 时 $i_L(0-)$=5A $u_C(0-)$=0

1、列写以u_C为变量的二阶微分方程

对电容元件:$i_L = 0.1\dfrac{du_C}{dt}$ (1)

回路：$2\frac{di_L}{dt}+4i_L+u_C=20$ (2)

将(1)式代入(2)式，有：$0.2\frac{d^2u_C}{dt^2}+0.4\frac{du_C}{dt}+u_C=20$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+2\frac{du_C}{dt}+5u_C=100$$

2、特征方程及特征根

$$p^2+2p+5=0$$

$$p_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4-20}}{2}=-1\pm j2$$

3、微分方程的解的形式

特解：$u_{Cp}=100$(稳态解)

齐次方程的解：$u_{Ch}=K_1e^{-t}\cos 2t+K_2e^{-t}\sin 2t$

所以 $u_C=u_{Ch}+u_{Cp}=K_1e^{-t}\cos 2t+K_2e^{-t}\sin 2t+20$

4、求初值$u_C(0+)$和$u'_C(0+)$

$u_C(0+)=u_C(0-)=0$　　$i_L(0+)=i_L(0-)=5A$

由(1)式得：$i_L(0+)=0.1\frac{du_C}{dt}(0+)$

$$\frac{du_C}{dt}(0+)=10i_L(0+)=50$$

5、利用初值$u_C(0+)=0V$和$\frac{du_C}{dt}(0+)=50$确定待定系数K、φ

$$u_C=K_1e^{-t}\cos 2t+K_2e^{-t}\sin 2t+20$$

$$\frac{du_C}{dt}=K_1(-e^{-t}\cos 2t-2e^{-t}\sin 2t)+K_2(-e^{-t}\sin 2t+2e^{-t}\cos 2t)$$

代入初值得：$\begin{cases}0=K_1+20\\50=-K_1+2K_2\end{cases}$　　解得：K_1= -20　　K_2=15

6、结果

$$u_C(t)=-20e^{-t}\cos 2t+15e^{-t}\sin 2t+20V, t\geq 0$$

$$u_L(t) = 20 - u_C - 0.4\frac{du_C}{dt}$$

$$= 20 + 20e^{-t}\cos 2t - 15e^{-t}\sin 2t - 20$$

$$- 0.4[20e^{-t}\cos 2t + 40e^{-t}\sin 2t - 15e^{-t}\sin 2t + 30e^{-t}\cos 2t]$$

$$= 25e^{-t}\sin 2tV, t \geq 0$$

另一方法求：

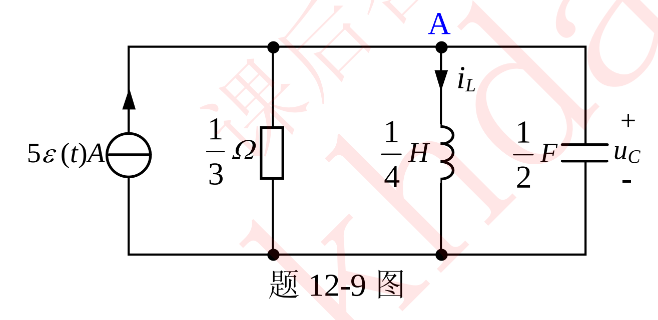
$$i_L = 0.1\frac{du_C}{dt} = 0.1[20e^{-t}\cos 2t + 40e^{-t}\sin 2t - 15e^{-t}\sin 2t + 30e^{-t}\cos 2t]$$

$$= 5e^{-t}\cos 2t + 2.5e^{-t}\sin 2tA, t \geq 0$$

$$u_L = 2\frac{di_L}{dt} = 2[-5e^{-t}\cos 2t - 10e^{-t}\sin 2t - 2.5e^{-t}\sin 2t + 5e^{-t}\cos 2t]$$

$$= -25e^{-t}\cos 2tV, t \geq 0$$

12-9 题 12-9 图示电路为零状态电路，求$u_C(t)$、$i_L(t)$。



题 12-9 图

解：$t<0$ 时 $i_L(0-)=0A$ $u_C(0-)=0$

1、列写以i_L为变量的二阶微分方程

A 点： $5\varepsilon(t) = 3u_C(t) + i_L + \frac{1}{2}\frac{du_C}{dt}$ (1)

对电感元件 $:u_C = \frac{1}{4}\frac{di_L}{dt}$ (2)

将(2)式代入(1)式，有： $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\frac{d^2i_L}{dt^2} + \frac{3}{4}\frac{di_L}{dt} + i_L = 5\varepsilon(t)$

$$\frac{d^2i_L}{dt^2} + 6\frac{di_L}{dt} + 8i_L = 40\varepsilon(t)$$

2、特征方程及特征根

$$p^2 + 6p + 8 = 0$$

p_1= -2　　p_2= -4

3、微分方程的解的形式

特解：$i_{LP} = 5A.$ （稳态解）

齐次方程的解：$i_{Ch} = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-4t}$

所以 $i_L = i_{Ch} + i_{Cp} = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-4t} + 5$

4、求初值i_L(0+)和i'_L(0+)

i_L(0+)= i_L(0-)=0A　　u_C(0+)= u_C(0-)=0V

由(2)式有：$u_C(0+) = \frac{1}{4}\frac{di_L}{dt}(0+)$

$$\frac{di_L}{dt}(0+) = 4u_C(0+) = 0$$

5、利用初值i_L(0+)=0A和$\frac{di_L}{dt}(0+) = 0$确定待定系数K_1、K_2

$$i_L(t) = K_1 e^{-2t} + K_2 e^{-4t} + 5$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -2K_1 e^{-2t} - 4K_2 e^{-4t}$$

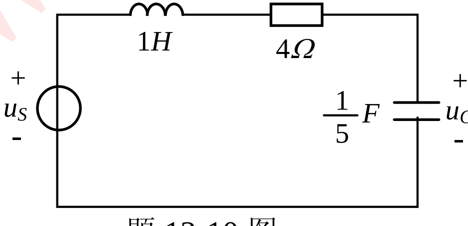
代入初值得：$\begin{cases} 0 = K_1 + K_2 + 5 \\ 0 = -2K_1 - 4K_2 \end{cases}$　解得：K_1= -10　　K_2= 5

6、结果

$$i_L = -10e^{-2t} + 5e^{-4t} + 5A, t \ge 0$$

$$u_C = L\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{4}[20e^{-2t} - 20e^{-4t}] = 5e^{-2t} - 5e^{-4t}V, t \ge 0.$$

12-10　求题 12-10 图示电路的零状态响应$u_C(t)$。已知电源$u_S(t)$的取值分别为：(1) $u_S=\varepsilon(t)V$；　(2) $u_S=\delta(t)V$。



题 12-10 图

解：(1) 列写以u_C为变量的二阶微分方程(方程的列写参考 12-4 题)

$$u_C + 4\times\frac{1}{5}\frac{du_C}{dt} + 1\times\frac{1}{5}\frac{d^2u_C}{dt^2} = \varepsilon(t)$$

特征方程及特征根

$$\frac{1}{5}p^2 + \frac{4}{5}p + 1 = 0 \qquad p_{1,2} = -2 \pm j1$$

微分方程的解的形式

特解：$u_{cp} = 1$ (稳态解)

齐次方程的解：$u_{Ch} = Ke^{-2t}\sin(t+\varphi)$

所以 $u_C = u_{Ch} + u_{Cp} = Ke^{-2t}\sin(t+\varphi) + 1$

求初值$u_C(0+)$和$u'_C(0+)$

$u_C(0+)= u_C(0-)=0$A $\qquad u'_C(0+)=0$(参考题 12-4 的答案)

利用初值$u_C(0+)=0$V和$\frac{du_C}{dt}(0+) = 0$确定待定系数K、φ

$$u_C = Ke^{-2t}\sin(t+\varphi) + 1$$

$$\frac{du_C}{dt} = K[-2e^{-2t}\sin(t+\varphi) + e^{-2t}\cos(t+\varphi)]$$

将代入初值有：$\begin{cases} K\sin\varphi + 1 = 0 \\ -2K\sin\varphi + K\cos\varphi = 0 \end{cases}$ 解得：$\begin{cases} K = -\sqrt{5} \\ \varphi = 26^\circ \end{cases}$

结果

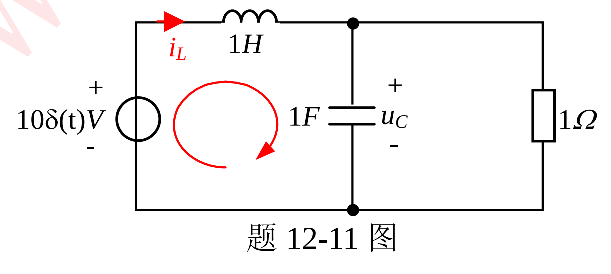
$$u_C(t) = [-\sqrt{5}e^{-2t}\sin(t+26^\circ) + 1]\varepsilon(t)$$

(2)当激励为单位冲激函数时，此时的零状态响应是(1)中的响应的导数

单位冲激响应是：

$$h(t) = \frac{du_C(t)}{dt} = [2\sqrt{5}e^{-2t}\sin(t+26^\circ) - \sqrt{5}e^{-2t}\cos(t+26^\circ)]\varepsilon(t)$$

12-11 求题 12-11 图示电路的冲击响应$u_C(t)$。



题 12-11 图

解：$t<0$ 时 $\quad i_L(0-)=0$A $\qquad u_C(0-)=0$

1、列写以u_C为变量的二阶微分方程

回路方程：$10\delta(t)=\dfrac{di_L}{dt}+u_C$ (1)

对电阻元件: $u_C=1\times(i_L-\dfrac{du_C}{dt})$

$$i_L=\frac{du_C}{dt}+u_C \qquad (2)$$

将(2)式代入(1)式，有：$\dfrac{d^2u_C}{dt^2}+\dfrac{du_C}{dt}+u_C=10\delta(t)$

2、特征方程及特征根

$$p^2+p+1=0$$

$$p_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=-0.5\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3、微分方程的解的形式

$$u_C(t)=K_1e^{-0.5t}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t+K_2e^{-0.5t}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t$$

4、求初值$u_C(0+)$和$u'_C(0+)$

$u_C(0+)=u_C(0-)=0V$ $i_L(0-)=0A$

由(2)式得：$i_L(0-)=\dfrac{du_C}{dt}(0-)+u_C(0-)$

$$\frac{du_C}{dt}(0-)=0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{du_C}{dt}+u_C=10\delta(t)$$

方程两边取(0-，0+)积分，有：

$$\int_{0-}^{0+}\frac{d^2u_C}{dt^2}dt+\int_{0-}^{0+}\frac{du_C}{dt}dt+\int_{0-}^{0+}u_Cdt=10\int_{0-}^{0+}\delta(t)dt$$

$$\frac{du_C}{dt}(0+)-\frac{du_C}{dt}(0-)+u_C(0+)-u_C(0-)=10$$

$$\frac{du_C}{dt}(0+)=10$$

5、利用初值$u_C(0+)=0V$和$\dfrac{du_C}{dt}(0+)=10$确定待定系数K_1、K_2

$$u_C(t) = K_1 e^{-0.5t} \sin\frac{\sqrt{3}}{2}t + K_2 e^{-0.5t}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -(0.5K_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}K_2)e^{-0.5t}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t + (\frac{\sqrt{3}}{2}K_1 - 0.5K_2)e^{-0.5t}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t$$

代入初值得：$\begin{cases} 0 = K_2 \\ 10 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}K_1 - 0.5K_2 \end{cases}$ 解得：$K_1 = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$ $K_2 = 0$

6、结果

$$u_C(t) = \frac{20}{\sqrt{3}} e^{-0.5t} \sin\frac{\sqrt{3}}{2}t \cdot \varepsilon(t) V$$

习 题 十 三

13—1 求下列函数的象函数：

(1) $\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$ (2) $t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$；

(3) $(t^2+1)e^{-u}$ (4) $U_m\sin\omega(t-t_o)\varepsilon(t-t_o)$

(5) $e^{-at}\sin(\omega t+\varphi)$ (6) $e^{-(a+t)}\cos(\omega t+\varphi)$

(7) $3\delta(t)+t+5$； (8) $t\cos\omega t$

解

（1）£［$\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$］

$=$£［$\varepsilon(t)$］－£［$\varepsilon(t-2)$］

$=\dfrac{1}{s}-\dfrac{1}{s}e^{-2s}$

（2）£［$t\varepsilon(t)-(t-1)\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-1)$］

$=\dfrac{1}{s^2}-\dfrac{1}{s^2}e^{-s}-\dfrac{1}{s}e^{-s}$

$=\dfrac{1}{s^2}-\dfrac{1}{s}(\dfrac{1}{s}-1)e^{-s}$

（3）£［$t^2e^{-2t}+e^{-2t}$］

$=\dfrac{2!}{(s+2)^3}+\dfrac{1}{s+2}$

（4）∵ £［$U_m\sin\omega t$］$=U_m\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$

∴ £［$U_m\sin\omega(t-t_o)\varepsilon(t-t_o)$］

$=U_m\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}e^{-t_os}$

（5）∵ $e^{-at}\sin(\omega t+\varphi)$

$=e^{-at}(\sin\omega t\cos\varphi+\cos\omega t\sin\varphi)$

∴ £［$e^{-at}\sin(\omega t+\varphi)$］

$=\cos\varphi$ £［$e^{-at}\sin\omega t$］$+\sin\varphi$ £［$e^{-at}\cos\omega t$］

$$=\frac{\omega\cos\varphi}{(s+a)^2+\omega^2}+\frac{\sin\varphi(s+a)}{(s+a)^2+\omega^2}$$

$$=\frac{\omega\cos\varphi+\sin\varphi(s+a)}{(s+a)^2+\omega^2}$$

（6）F（s）$=e^{-a}$ {£ [$e^{-t}\cos\omega t\cos\varphi$] －£ [$e^{-t}\sin\omega t\sin\varphi$]}

$$=e^{-a}\left\{\frac{\cos\varphi(s+1)}{(s+1)^2+\omega^2}-\frac{\omega\sin\varphi}{(s+1)^2+\omega^2}\right\}$$

$$=\frac{e^{-a}\left[(s+1)\cos\varphi-\omega\sin\varphi\right]}{(s+1)^2+\omega^2}$$

（7） £ [$3\delta(t)+t+5$]

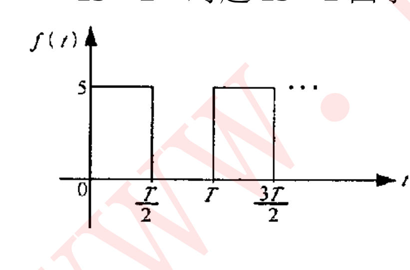
$$=3+\frac{1}{s^2}+\frac{5}{s}$$

（8） £ [$t\cos\omega t$]

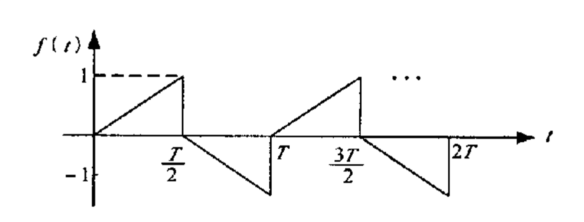
$$=\frac{d}{ds}\text{ £ [}\cos\omega t\text{]}$$

$$=\frac{\omega^2-s^2}{(s^2+\omega^2)^2}$$

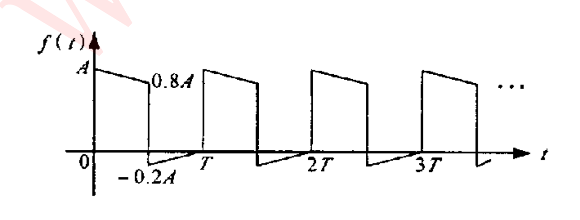
13—2　对题 13—2 图示各波形函数进行拉氏变换，



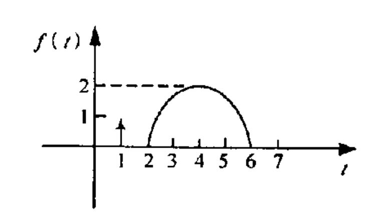
(a)



(b)



(c)



(d) 一个单位冲激与一个正弦函数的半波

题 13—2 图

解 （a）因为 $f_1(t)=5\varepsilon(t)-5\varepsilon(t-\frac{T}{2})$ 第一周期波形函数

所以周期函数 $f(t)$ 的象函数

$$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{F_1(s)}{1-e^{-Ts}}$$

$$=\frac{5(\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-\frac{T}{2}t})}{1-e^{-Ts}}$$

$$=\frac{5}{s}\frac{1-e^{-\frac{T}{2}t}}{1-e^{-Ts}}$$

（b）解：原函数 $f(t)$ 在［0 $\frac{T}{2}$］前半周期的波型函数。

$$f_{11}(t)=\frac{2}{T}t\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\frac{T}{2})\right]$$

$$=\frac{2}{T}\left[t\varepsilon(t)-(t-\frac{T}{2})\varepsilon(t-\frac{T}{2})-\frac{T}{2}\varepsilon(t-\frac{T}{2})\right]$$

$$\therefore F_{11}(s)=\mathscr{L}[f_{11}(t)]=\frac{2}{T}\left[\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-\frac{T}{2}s}-\frac{T}{2}\frac{1}{s}e^{-\frac{T}{2}s}\right]$$

$$=\frac{1}{s}(\frac{2}{Ts}-\frac{2}{Ts}e^{-\frac{T}{2}s}-e^{-\frac{T}{2}s})$$

$\because f(t)$ 在［$\frac{T}{2}$， T］后半周期波型函数。

$$f_{12}(t)=-f_{11}(t-\frac{T}{2})$$

$\therefore f(t)$ 在［0， T］一个周期的波型函数。

$$f_1(t)=f_{11}(t)+f_{12}(t)$$

$$=f_{11}(t)-f_{11}(t-\frac{T}{2})$$

$\because f_1(t)$ 的象函数

$$F_1(s)=F_{11}(s)-F_{11}(s)e^{-\frac{T}{2}}=F_{11}(s)(1-e^{-\frac{T}{2}s})$$

故周期函数 $f(t)$ 的象函数为

$$F(s)=F_1(s)\frac{1}{1-e^{-Ts}}$$

$$=\frac{1}{s}\left(\frac{2}{Ts}-\frac{2}{Ts}e^{-\frac{T}{2}s}-e^{-\frac{T}{2}s}\right)\frac{1-e^{-\frac{T}{2}s}}{1-e^{-Ts}}$$

$$=\frac{1-e^{-\frac{T}{2}s}-\frac{T}{2}se^{-\frac{T}{2}s}}{\frac{T}{2}s^2(1+e^{-\frac{T}{2}s})}$$

（c）解　由直线方程斜截式可知 $f(t)$ 在 $(0,\frac{T}{2})$ 前半周期波型函数为

$$f_{11}(t)=(-\frac{0.4A}{T}t+A)\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\frac{T}{2})\right]$$

$$=-\frac{0.4A}{T}\left[t\varepsilon(t)-(t-\frac{T}{2})\varepsilon(t-\frac{T}{2})-\frac{T}{2}\varepsilon(t-\frac{T}{2})\right]+A\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\frac{T}{2})\right]$$

$$F_{11}(s)=\mathcal{L}\left[f_{11}(t)\right]$$

$$=-\frac{0.4A}{T}\left[\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-\frac{T}{2}s}-\frac{T}{2}\frac{1}{s}e^{-\frac{T}{2}s}\right]+A\frac{1}{s}(1-e^{-\frac{T}{2}s})$$

由直线方程两点式可知 $f(t)$ 在 $[\frac{T}{2}$，T］后半周期波型函数为

$$f_{12}(t)=(\frac{0.4A}{T}t-0.4A)\left[\varepsilon(t-\frac{T}{2})-\varepsilon(t-T)\right]$$

$$=\left[\frac{0.4A}{T}(t-\frac{T}{2})-0.2A\right]\left[\varepsilon(t-\frac{T}{2})-\varepsilon(t-T)\right]$$

$$=\frac{0.4A}{T}\left[(t-\frac{T}{2})\varepsilon(t-\frac{T}{2})-(t-T)\varepsilon(t-T)-\frac{T}{2}\varepsilon(t-T)\right]-0.2A\left[\varepsilon(t-\frac{T}{2})-\varepsilon(t-T)\right]$$

$$\because F_{12}(s)=\mathcal{L}\left[f_{12}(t)\right]$$

$$=\frac{0.4A}{T}\left[\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-\frac{T}{2}s}-\frac{T}{2}\frac{1}{s}e^{-\frac{T}{2}s}\right]e^{-\frac{T}{2}s}-0.2A\frac{1}{s}(1-e^{-\frac{T}{2}s})e^{-\frac{T}{2}s}$$

∴ $f(t)$ 在（0,T）周期的波型函数

$$f_1(t)=f_{11}(t)+f_{12}(t)$$

$$F_1(s)=\mathcal{L}\left[f_1(t)\right]$$

$$=F_{11}(s)+F_{12}(s)$$

$$=-\frac{0.4A}{T}\left(\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-\frac{T}{2}s}-\frac{T}{2}\frac{1}{s}e^{-\frac{T}{2}s}\right)(1-e^{-\frac{T}{2}s})$$

$$+A(1-0.2e^{-\frac{T}{2}s})(1-e^{-\frac{T}{2}s})\frac{1}{s}$$

$$=\frac{A}{T}\frac{1}{s^2}(-0.4+Ts+0.4e^{-\frac{T}{2}s})(1-e^{-\frac{T}{2}s})$$

∴周期函数 $f(t)$ 的象函数为

$$F(s)=\frac{F_1(s)}{1-e^{-Ts}}=\frac{\frac{A}{T}\frac{1}{s^2}(-0.4+Ts+0.4e^{-\frac{T}{2}t}}{1+e^{-\frac{T}{2}t}}$$

（d）解　　由图知 T=8s，$f=\frac{1}{8}H_z$，$\omega=2\pi f=\frac{\pi}{4}rad/s$

$$f(t)=\delta(t-1)+2\sin(\frac{\pi}{4}t-\frac{\pi}{2})\varepsilon(t-2)+2\sin\left[\frac{\pi}{4}(t-4)-\frac{\pi}{2}\right]\varepsilon(t-6)$$

$$F(s)=\mathcal{L}\left[f(t)\right]$$

$$=e^{-s}+2\frac{\frac{\pi}{4}}{s^2+(\frac{\pi}{4})^2}e^{-2s}+2\frac{\frac{\pi}{4}}{s^2+(\frac{\pi}{4})^2}e^{-6s}$$

$$=e^{-s}+\frac{\pi}{2}\frac{e^{-2s}+e^{-6s}}{s^2+(\frac{\pi}{4})^2}$$

13—3　求下列象函数的原函数 $f(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[\mathrm{F(s)}\right]$：

(1) $\frac{1}{s+2}+\frac{2}{s+3}+5$；　　(2) $\frac{3s+1}{s^3+5s^2+6s}$；

(3) $\frac{s^2+1}{2s^2-2}$　　(4) $\frac{s^2}{(s+1)(s^2+5s+6)}$；

(5) $\frac{2s+3}{s^2+1}$　　(6) $\frac{s^2+6s+10}{(s+2)(s^2+2s+2)}$；

(7) $\dfrac{1}{(s+3)^2(s^2+4s+5)}$　　(8) $\dfrac{s^2+3s+2}{s^2}$；

(9) $\dfrac{s^2}{(s+1)^2(s^2+2s+2)^2}$　　(10) $\dfrac{(s+3)e^{-s/2}}{s^2+4s+9}$；

(11) $\dfrac{2s^2+7s+9}{(s+1)^3}$。

（1）解　　$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{s+2}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{2}{s+2}\right]+\mathcal{L}^{-1}[5]$

$=e^{-2t}+2e^{-3t}+5\delta(t)$

（2）解　由 $Q(s)=s^3+5s^2+6s=0$ 求根为

$s_1=0,\ \ s_2=-2,\ \ s_3=-3$

$$\therefore\quad f(t)=\frac{3s+1}{s^3+5s^2+6s}$$

$$=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s+2}+\frac{k_3}{s+3}$$

$$k_1=(s-0)\frac{3s+1}{s(s+2)(s+3)}\bigg|_{s=0}=\frac{1}{6}$$

$$k_2=\frac{3s+1}{s(s+3)}\bigg|_{s=-2}=\frac{5}{2}$$

$$k_3=\frac{3s+1}{s(s+2)}\bigg|_{s=-3}=-\frac{8}{3}$$

$$\therefore\quad f(t)=\mathcal{L}^{-1}[F(s)]=\frac{1}{6}+\frac{5}{2}e^{-2t}-\frac{8}{3}e^{-3t}$$

（3）解

$$\frac{s^2+1}{2s^2-2}=\frac{1}{2}+\frac{2}{2(s^2-1)}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{s-1}-\frac{1}{s+1}\right)\frac{1}{2}$$

$$=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{s-1}-\frac{1}{s+1})$$

$$\therefore f(t)=\frac{1}{2}(\delta(t)+e^{t}-e^{-t})$$

（4）解

$\because$ $Q(s)=s^2+5s+6=0$ 的根为

$s_1=-2$， $s_2=-3$

$$\therefore\ F(s)=\frac{s^2}{(s+1)(s^2+5s+6)}=\frac{K_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+2}+\frac{k_3}{s+3}$$

$$k_1=(s+1)\frac{s^2}{(s+1)(s+2)(s+3)}\bigg|_{s=-1}=\frac{1}{2}$$

$$k_2=\frac{s^2}{(s+1)(s+3)}\bigg|_{s=-2}=-4$$

$$k_3=\frac{s^2}{(s+1)(s+2)}\bigg|_{s=-3}=\frac{9}{2}$$

$\therefore$ f（t）＝£［$F(s)$］

$$=\frac{1}{2}e^{-t}-4e^{-2t}+\frac{9}{2}e^{-3t}$$

（5）解

$$F(s)=\frac{2s+3}{s^2+1}=2\frac{s}{s^2+1}+3\frac{1}{s^2+1}$$

$\therefore$ f（t）＝$£^{-1}$［$F(s)$］＝$2\cos t+3\sin t$

（6）解

$$F(s)=\frac{s^2+6s+10}{(s+2)(s^2+2s+2)}$$

$$=\frac{k_1}{s+2}+\frac{k_2(s+1)+k_3}{(s+1)^2+1^2} \qquad （甲）$$

$$k_1=\frac{s^2+6s+10}{s^2+2s+2}\bigg|_{s=-2}=1$$

将k_1代至（甲）式

$$F(s)=\frac{s^2+2s+2+k_2(s+2)(s+1)+k_3(s+2)}{(s+2)(s^2+2s+2)}$$

分子整理：$(k_2+1)s^2+(3k_2+2+k_3)s+2k_2+2k_3+2=s^2+6s+10$

比较系数：$k_2+1=1 \rightarrow k_2=0$

$3k_2+k_3+2=6 \rightarrow k_3=4$

$$\therefore\ F(s)=\frac{1}{s+2}+\frac{4}{(s+1)^2+1^2}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = e^{-2t} + 4e^{-t}\sin t$$

解 2　因为　$s^2+2s+2=0$ 的根 $s_1=-1+j$　　$s_2=-1-j$

$$F(s)=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s-(-1+j)}+\frac{A_3}{s-(-1-j)}$$

由分解定理：

$$A_1=1,\quad A_2=\left.\frac{s^2+6s+10}{(s+2)\left[s-(-1-j)\right]}\right|_{s=-1+j}=2\angle-90^\circ$$

$$\therefore\quad f(t)=\mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

$$=e^{-2t}+2|A_2|e^{-t}\cos(t-90^\circ)$$

$$=e^{-2t}+4e^{-t}\cos(t-90^\circ)$$

（7）解：分母 $Q(s)=0$ 的根为

$s_{1,2}=-3$，　$s_3=-2+j$，$s_4=-2-j$　　部分分式为：

$$F(s)=\frac{1}{(s+3)^2(s^2+4s+5)}$$

$$=\frac{k_{11}}{(s+3)^2}+\frac{k_{12}}{(s+3)}+\frac{k_2}{s-(-2+j)}+\frac{k_3}{s-(-2-j)}$$

$$k_{11}=(s+3)^2\left.\frac{1}{(s+3)^2(s^2+4s+5)}\right|_{s=-3}=2$$

$$k_{12}=\frac{d}{ds}\left[(s+3)^2f(t)\right]\Big|_{s=-3}=\left.\frac{-(2s+4)}{(s^2+4s+5)^2}\right|_{s=-3}=\frac{1}{2}$$

$$k_2=\left[s-(-2+j)\right]\left.\frac{1}{(s+3)^2\left[s-(-2+j)\right]\left[s-(-2-j)\right]}\right|_{s=-2+j}$$

$$=\frac{1}{(-2+j+3)\left[-2+j-(-2-j)\right]}$$

$$=2\sqrt{2}\angle135^\circ$$

$$\therefore\quad f(t)=\mathcal{L}^{-1}[F(s)]=2te^{-3t}+\frac{1}{2}e^{-3t}+2|k_2|e^{-2t}\cos(t+135^\circ)$$

$$=(2t+\frac{1}{2})e^{-3t}+4\sqrt{2}e^{-2t}\cos(t+135°)$$

（8）解： $F(s)=1+\frac{3}{s}+\frac{3}{s^2}$

$$\therefore \quad f(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[F(s)\right]=\delta(t)+3+2t$$

（9）解　分母 $Q(s)=(s+1)^2(s^2+2s+2)^2=0$ 的根为

$$s_{1,2}=-1 \quad s_{3,4}=-1+j \quad s_{5,6}=-1-j$$

$$\therefore F(s)=\frac{s^2}{(s+1)^2(s^2+2s+2)^2}$$

$$=\frac{A_1}{(s+1)^2}+\frac{A_2}{(s+1)}+\frac{B_1}{[s-(-1+j)]^2}+\frac{B_2}{[s-(-1+j)]}+\frac{C_1}{[s-(-1-j)]^2}+\frac{C_2}{[s-(-1-j)]}$$

$$A_1=(s+1)^2F(s)\Big|_{s=-1}=\frac{s^2}{(s^2+2s+2)^2}\Big|_{s=-1}=1$$

$$A_2=\frac{d}{ds}[(s+1)^2F(s)]\Big|_{s=-1}=\frac{d}{ds}[\frac{s^2}{(s^2+2s+2)^2}]\Big|_{s=-1}=-2$$

$$B_1=[s-(-1+j)]^2F(s)\Big|_{s=-1+j}=\frac{s^2}{(s+1)^2[s-(-1-j)]^2}\Big|_{s=-1+j}$$

$$=\frac{2\angle 270^\circ}{(-1)\times(-4)}=\frac{1}{2}\angle 270^\circ=-j\frac{1}{2}$$

$$B_2=\frac{d}{ds}\{\ [s-(-1+j)]^2F(s)\ \}\Big|_{s=-1+j}=\frac{d}{ds}\left\{\frac{s^2}{(s+1)^2[s-(-1-j)]^2}\right\}\Big|_{s=-1+j}$$

$$=\frac{2+j}{2}=\frac{\sqrt{5}\angle 26.6°}{2}$$

由计算可知， $B_1=\overset{*}{C_1}$ ， $B_2=\overset{*}{C_2}$

$$\because L^{-1}\left[\frac{B_2}{s+1-j}+\frac{C_2}{s+1+j}\right]=e^{-t}\sqrt{5}\cos(t+26.6°)$$

又 $\because L^{-1}\left[\frac{j\frac{1}{2}}{(s+j)^2}+\frac{-j\frac{1}{2}}{(s-j)^2}\right]=-jt\frac{e^{jt}-e^{-jt}}{2}=t\sin t$

$\therefore \quad \pounds^{-1}\left[\frac{B_1}{s+1+j}+\frac{C_1}{s+1+j}\right]$

$=e^{-t}t\sin t$

故 $f(t)=\pounds^{-1}\left[F(s)\right]$

$=te^{-t}-2e^{-t}+\sqrt{5}e^{-t}\cos\left(t+26.6^\circ\right)+e^{-t}t\sin t$

$=e^{-t}\left(t-2+2\cos t-\sin t+t\sin t\right)$

（10）解

$\because$ 分母 $\theta(S)=S^2+4s+9=0$ 的根为

$S_1=-2+j\sqrt{5} \qquad S_2=-2-j\sqrt{5}$

又 $\because \frac{S+3}{S^2+4S+9}=\frac{K_1}{S-\left(-2+j\sqrt{5}\right)}+\frac{K_2}{S-\left(-2-j\sqrt{5}\right)}$

其中 $K_1=\left[S-\left(-2+j\sqrt{5}\right)\right]\frac{S+3}{S^2+4S+9}\bigg|_{S=-2+j\sqrt{5}}$

$=\frac{S+3}{S-\left(-2-j\sqrt{5}\right)}\bigg|_{S=-2+j\sqrt{5}}$

$=\frac{1+j\sqrt{5}}{j2\sqrt{5}}=\frac{j\sqrt{5}-5}{-10}=\frac{j\frac{1}{\sqrt{5}}-1}{-2}$

$=0.55\angle-24.1^\circ$

$\therefore L^{-1}\left[\frac{S+3}{S^2+4S+9}\right]=2\times0.55e^{-2t}\cos\left(\sqrt{5}t-24.1^\circ\right)\varepsilon(t)$

由于象函数乘 e^{-ToS} 则原函数延时 T。

$\therefore \quad L^{-1}\left[\frac{S+2}{S^2+4S+9}e^{-\frac{S}{2}}\right]=1.1e^{-2\left(t-\frac{1}{2}\right)}\cos\left[\sqrt{5}\left(t-\frac{1}{2}\right)-24.1^\circ\right]\varepsilon\left(t-\frac{1}{2}\right)$

$$= e^{-2\left(t-\frac{1}{2}\right)}\left[\cos\sqrt{5}\left(t-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{\sqrt{5}}\sin\sqrt{5}\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]\varepsilon\left(t-\frac{1}{2}\right)$$

（11）解　$\because\ \mathrm{F(s)} = \dfrac{2s^2+7s+9}{(s+1)^3}$

$Q(s)=(s+1)^3=0$　的根为零的重根 $s_{1,2,3}=-1$

$$k_1=(s+1)^3F(s)\big|_{s=-1}$$

$$=2s^2+7s+9\big|_{s=-1}=4$$

$$k_2=\frac{d}{ds}\left[(s+1)^3F(s)\right]\Big|_{s=-1}$$

$$=4s+7\big|_{s=-1}=3$$

$$k_3=\frac{1}{21}\frac{d^2}{ds^2}\left[(s+1)^3F(s)\right]_{s=-1}$$

$$=4\times\frac{1}{2}=2$$

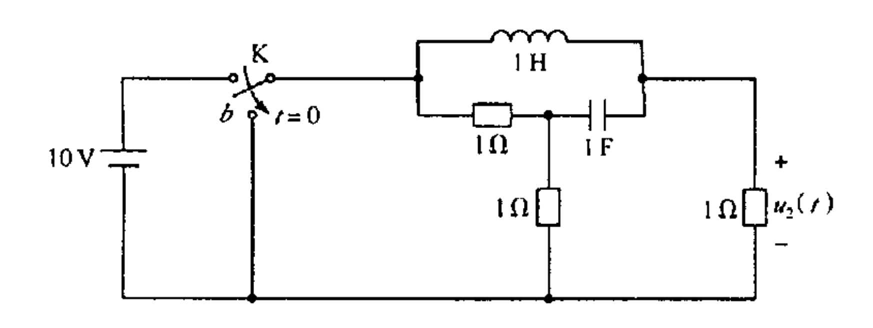
$$\therefore\ \mathrm{F(s)}=\frac{\mathrm{k}_1}{(s+1)^3}+\frac{k_2}{(s+1)^2}+\frac{k_3}{s+1}$$

$$=\frac{4}{(s+1)^3}+\frac{3}{(s+1)^2}+\frac{2}{s+1}$$

$$=e^{-t}(4\times\frac{t^2}{21}+3\times t+2)$$

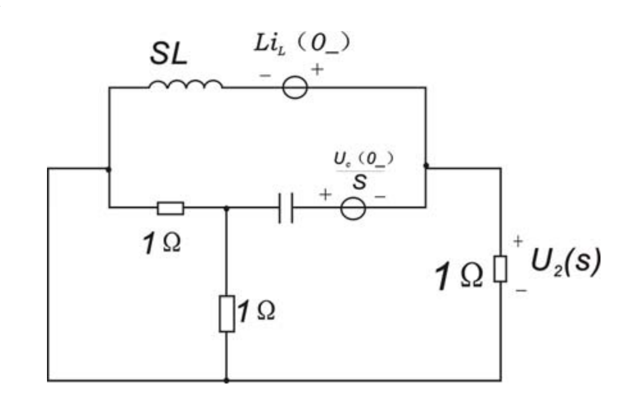
$$=e^{-t}(2t^2+3t+2)$$

13—4　画出题 13—4 图示电路的运算电路。



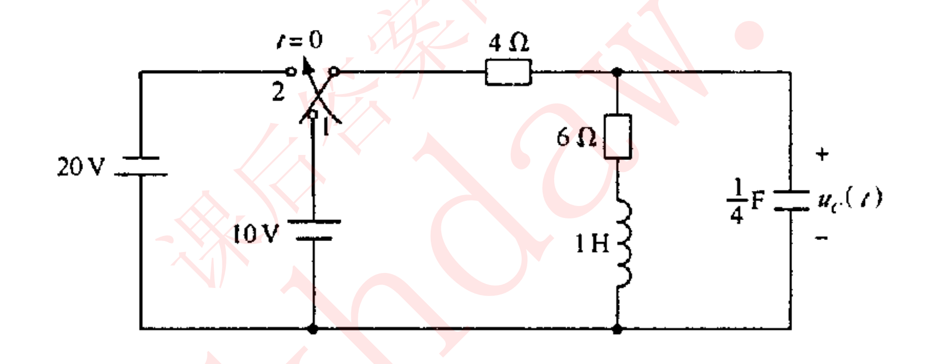
题 13—4 图

解　s 域电路为



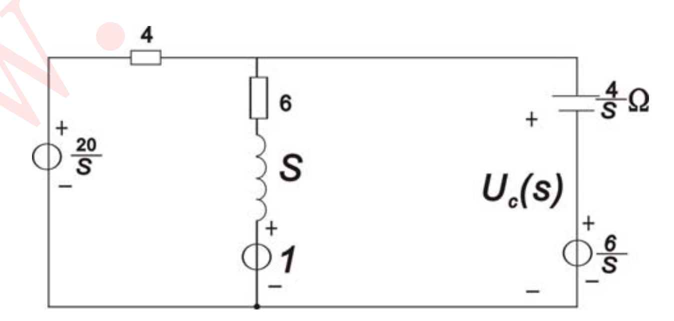
其中　$i_L(o_)=10A$　　　$u_c(o_)=5V$

13—5　试用拉氏变换法求题 13—5 图示电路电压 $u_c(t)$。



题 13—5 图

解　s 域电路如下，　$i_L(o_)=1A$　，　$u_c(o_)=6V$



节点法

$$U_c(s)=\frac{-\frac{5}{3}-\frac{1}{s+6}+\frac{6s}{4s}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{s+6}+\frac{s}{4}}$$

$$=\frac{6(s^2+2s-20)}{s(s^2+7s+10)}$$

由 $s(s^2+8s+10)=0$ 的根， $s_1=0$， $s_2=-2$， $s_3=-5$

$k_1=8F(s)|_{s=0}=-12$

$k_2=[s-(-2)]F(s)|_{s=-2}$

$=\frac{6(s^2+2s-20)}{s(s+5)}|_{s=-2}$

=20

$k_3=(s+5)F(s)|_{s=-5}$

$=\frac{6(s^2+2s-20)}{s(s+2)}|_{s=-5}$

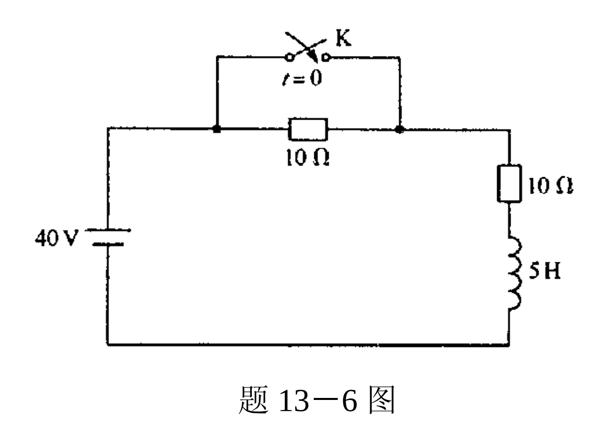
=－2

由分解定理

$U_c(s)=\frac{-12}{s}+\frac{20}{s+2}+\frac{-2}{s+5}$

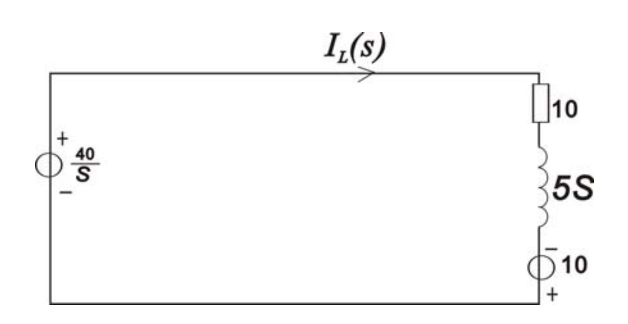
$\therefore\quad u_c(t)=-12+20e^{-2t}-2e^{-5t}$ V （t≥0）

13—6 电路如题 13—6 图所示，已知初始条件 $i_L(o_)=2$ A，试用拉普拉斯变换方法,求开关闭合后的 $i_L(t)$。



题 13－6 图

解 s 域电路图如下



$$I_L(s)=\frac{\frac{40}{s}+10}{10+5s}=\frac{40+10s}{s(5s+10)}=\frac{8+2s}{s(s+2)}$$

$$=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s+2}$$

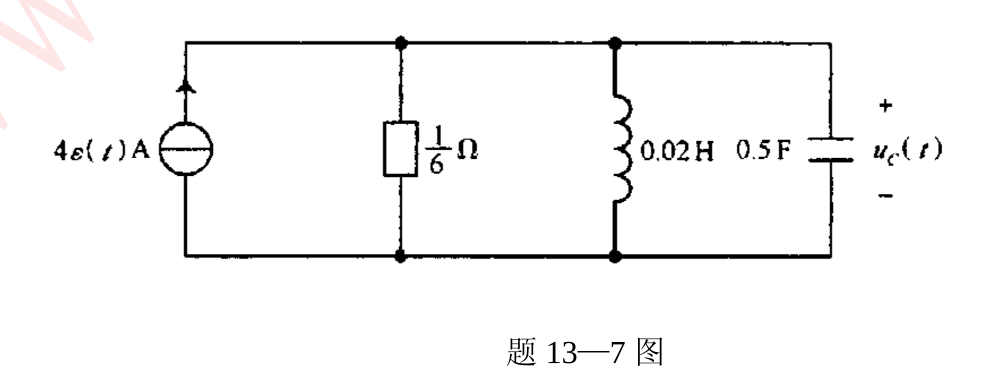
$$k_1=\frac{p(s)}{Q'(s)}\bigg|_{s=0}=-\frac{2s+8}{2s+2}\bigg|_{s=0}=4$$

$$k_2=\frac{2s+8}{2s+2}\bigg|_{s=-2}=-2$$

$$\therefore\quad I_L(s)=\frac{4}{s}+\frac{-2}{s+2}$$

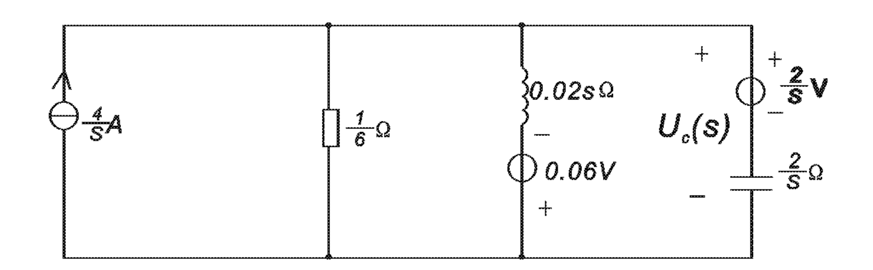
$$\therefore\quad i_L(t)=\mathcal{L}^{-1}[I_L(s)]=4-2e^{-2t}\quad A\qquad (t\geqslant 0)$$

13—7 题 13—7 图示电路中，已知 $u_c(o_)=2V$，$i_L(o_)=3A$，试用拉氏变换法求电压 $u_c(t)$。



题 13—7 图

解： 运算电路如下



由节点法

$$U_c(s)=\frac{\frac{4}{s}-\frac{0.06}{0.02s}+1}{6+\frac{1}{0.02s}+\frac{s}{2}}=\frac{2(s+1)}{s^2+12s+100}$$

由 $s^2+12s+100=0$ 的根 $s_{1,2}=-6\pm j8$

$s_1=-6+j8=10\angle 126.9°$

$k_1=[s-(-6+j8)]F(s)\ |_{s=-6+j8}$

$=\frac{2(-6+j8+1)}{s-(-6-j8)}$

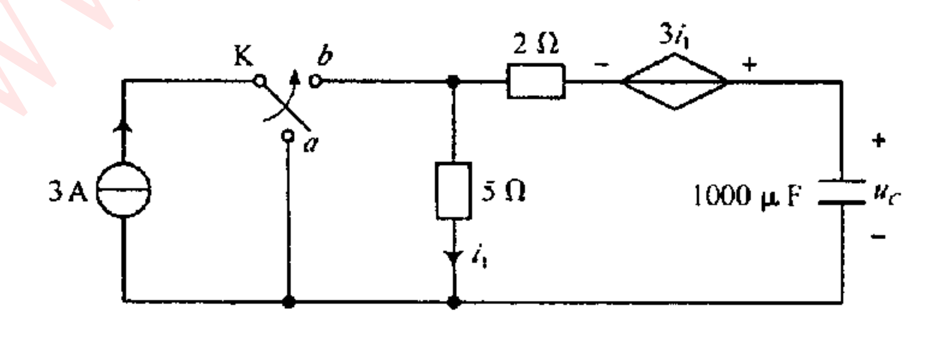
$=1.18\angle 32°=|K_1|\angle\theta$

$\therefore U_c(t)=\mathcal{L}^{-1}[U_c(s)]=2|K_1|e^{-6t}\cos(8t+\theta)$

$=2.36e^{-6t}\cos(8t+32°)$

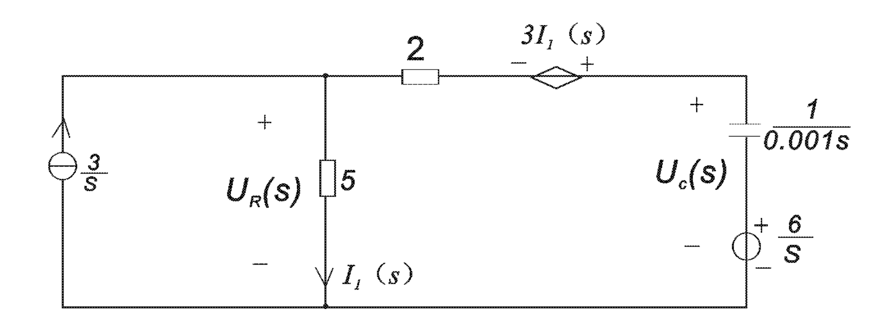
（或 $2e^{-6t}\cos 8t-1.25e^{-6t}\sin 8t$）

13—8 题 13—8 图示电路中，已知 $u_c(o_)=6V$，在 t=0 时开关由位置 a 投向位置 b。求 t≥0 时的 $u_c(t)$。



题 13—8 图

解 1：运算电路如下



节点法

$$U_R(s)=\frac{\frac{3}{s}+\frac{\frac{6}{s}-3I_1(s)}{2+\frac{1}{0.001s}}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{2+\frac{1}{0.001s}}}$$

$$=\frac{\frac{3}{s}+\frac{6-3sI_1(s)}{2s+1000}}{\frac{1}{5}+\frac{s}{2s+1000}} \quad ①$$

$$=\frac{60s+15000-15s^2I_1(s)}{s(7s+1000)}$$

$$U_R(s)=5I_1(s) \quad ②$$

②代至①式整理：

$$U_R(s)=\frac{6s+1500}{s^2+100s}$$

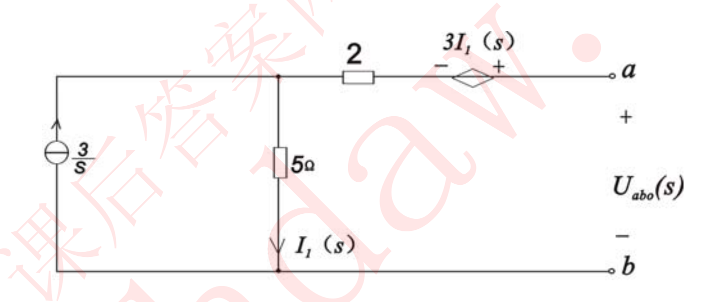
$$\therefore \quad I_1(s)=\frac{U_R(s)}{5}=\frac{6s+1500}{5(s^2+100s)}$$

$$U_c(s) = -(I_1(s) - \frac{3}{s})\frac{1}{0.001s} + \frac{6}{s}$$
$$= \frac{2400+6s}{s(s+100)}$$
$$= \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s+100}$$

$$k_1 = sF(s)\Big|_{s=0} = \frac{6s+2400}{s+100}\Big|_{s=0} = 24$$
$$k_2 = (s+100)F(s)\Big|_{s=-100} = \frac{6s+2400}{s}\Big|_{s=-100} = -18$$

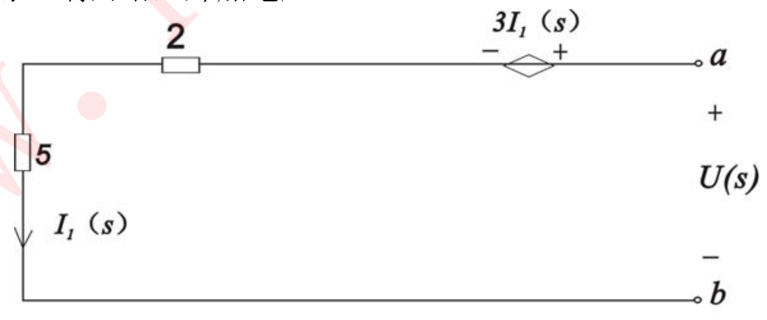
$\therefore U_c(t) = L^{-1}[U_c(s)] = 24 - 18e^{-100t}$ V　　(t ≥0)

解 2：（1）求如下二端网络的戴维南等效支路



$$U_{abo}(s) = 3I_1(s) + 5\times\frac{3}{s} = 3\times\frac{3}{s} + \frac{15}{s} = \frac{24}{s} \quad V$$

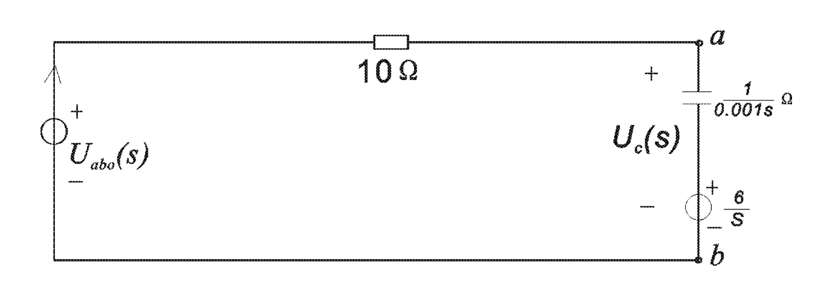
相应无源二端网络，外加电压 U（s）



$$U(s) = 3I_1(s) + 7I_1(s)$$

$$\therefore Z_{ab}(s) = \frac{U(s)}{I_1(s)} = 10\Omega$$

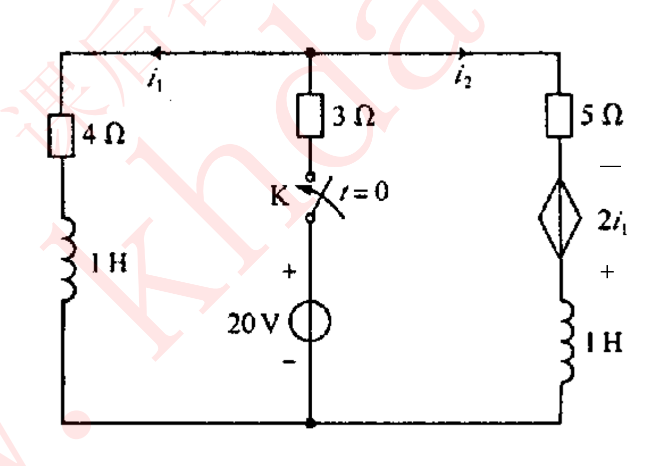
（2）等效电路为



节点法：
$$U_c(s)=\frac{\frac{U_{abo}(s)}{10}+\frac{6}{s}\times 0.001s}{\frac{1}{10}+0.001s}$$
$$=\frac{6s+2400}{s(s+100)}$$

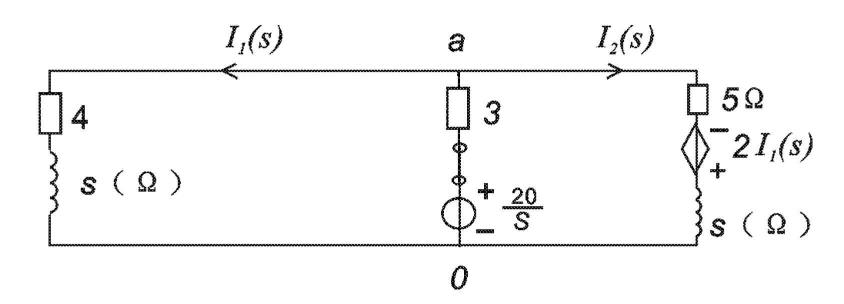
$\therefore U_c(t)=\mathcal{L}^{-1}[U_c(s)]=24-18e^{-100t}$ 　　v($t\geqslant 0$)

13—9　题 13—9 图示电路，初始条件 $i_1(o_)=0A$，$i_2(o_)=0A$，在和 t=0 时闭合开关，试求 t≥o 时的电流 $i_1(t)$。



题 13—9 图

解：　已知 $i_1(o_)=o$　，$i_2(o_)=o$



节点法

$$V_a(s)=\frac{\frac{20}{s}\times\frac{1}{3}-\frac{2I_1(s)}{s+5}}{\frac{1}{s+4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{s+5}}$$

$$=\frac{20(s+5)(s+4)-3s(s+4)\times 2I_1(s)}{3s(s+5)+s(s+5)(s+4)+s3(s+4)} \qquad ①$$

$$I_1(s)=\frac{U_a(s)}{4+s} \qquad ②$$

由②代至①整理：$s(s^2+15s+47)\,U_a(s)+6sU_a(s)=20(s+5)(s+4)$

$$U_a(s)=\frac{20(s+5)(s+4)}{s(s^2+15s+53)}$$

解方程

$s^2+15s+53=0$ 得 $s_{1,2}=\dfrac{-15\pm\sqrt{15^2-4\times 53}}{2}$

$$\approx\frac{-5\pm 3.6}{2}=\begin{cases}-0.7\\-4.3\end{cases}$$

$$I_1(s)=\frac{U_a(s)}{4+s}=\frac{20(5+s)}{s(s+0.7)(s+4.3)}$$

$$=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s+0.7}+\frac{k_3}{s+4.3}$$

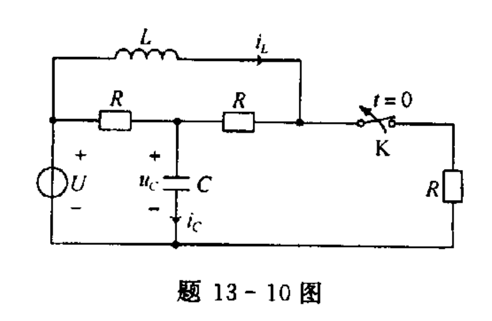
$$k_1=\left.\frac{100}{0.7\times 4.3}\right|_{s=0}=33.2$$

$$k_2=\left.\frac{20(5-0.7)}{-0.7(-0.7+4.3)}\right|_{s=-0.7}=\frac{86}{-2.52}=-34.1$$

$$k_3=\left.\frac{20(5-4.3)}{-4.3(-4.3+0.7)}\right|_{s=-4.3}=\frac{14}{+15.48}=0.9$$

∴ $i_1(t)=33.2-34.1e^{-0.7t}+0.9e^{-4.3t}$ A （t≥0）

13—10 题 13—10 图示电路中，$R=1\Omega$，L=1H，C＝1F，U＝1V。在开关 K 打开前电路已达稳定状态，试用拉普拉斯变换法求 t≥o 时的 $u_c(t)$。

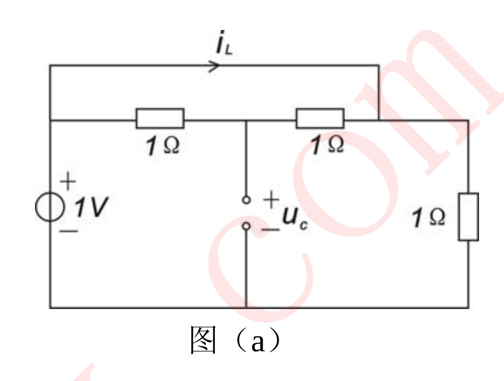


题 13－10 图

解：(1)t＜0， 电路图（a）如下，可得

$u_c(0_)=1V$

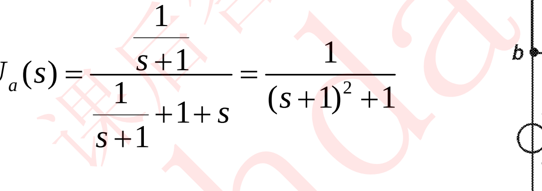
$i_L(0_)=1A$



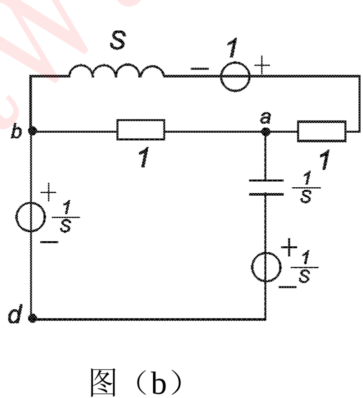
图（a）

(2)t≥0 后，运算电路为图（b）

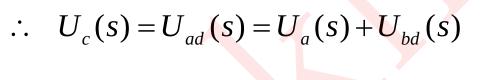
节点法： 取$U_b(s)=0$



$$U_a(s)=\frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{1}{s+1}+1+s}=\frac{1}{(s+1)^2+1}$$



图（b）

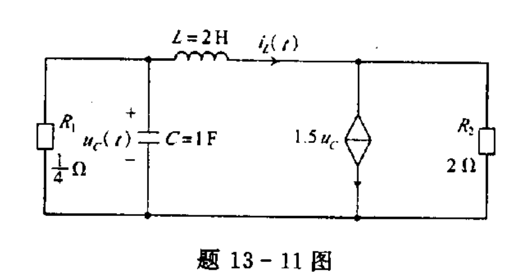


$$\therefore\quad U_c(s)=U_{ad}(s)=U_a(s)+U_{bd}(s)$$

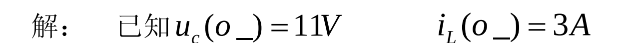
$$=\frac{1}{(s+1)^2+1}+\frac{1}{s}$$

$$\therefore\quad u_c(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[U_c(s)\right]=(1+e^{-t}\sin\omega t)\varepsilon(t)\quad V$$

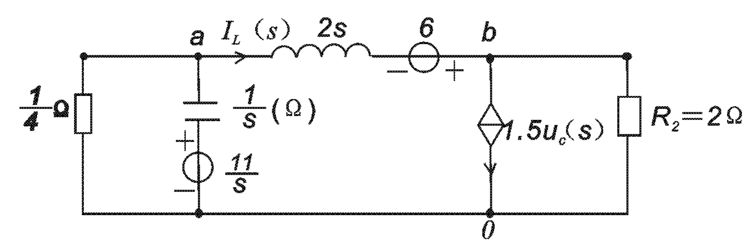
13—11 题 13—11 图示电路为 t=0 换后的电路，已知$u_c(o_)=11\ V$，$i_L(o_)=3\text{A}$。求 t≥0 时的$u_c(t)$。



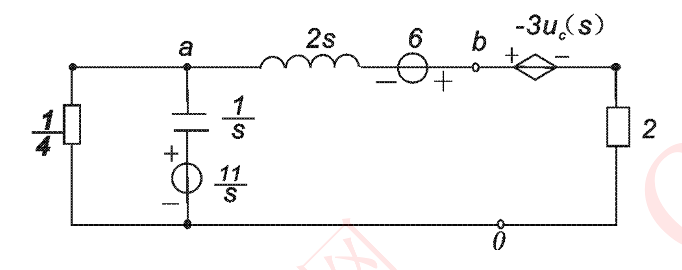
题 13－11 图



解： 已知 $u_c(o_)=11V$ $i_L(o_)=3A$



上图等效变换后为



节点法

$$U_a(s)=U_c(s)=\frac{\dfrac{\frac{11}{s}}{\frac{1}{s}}+\dfrac{(-3U_c(s)-6)}{(2s+2)}}{4+s+\dfrac{1}{2s+2}}$$

$$=\frac{11(2s+2)-3U_c(s)-6}{(4+s)(2s+2)+1}$$

$$=\frac{22s+22-6-3U_c(s)}{8s+8+2s^2+2s+1}$$

$$(2s^2+10s+9)U_c(s)+3U_c(s)=22s+16$$

$$U_c(s)=\frac{2(11s+8)}{2s^2+10s+12}=\frac{11s+8}{s^2+5s+6}$$

令 $s^2+5s+6=0\Rightarrow s_{1,2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{25-4\times 6}}{2}=\dfrac{-5\pm 1}{2}$

$$=\begin{cases}-2\\-3\end{cases}$$

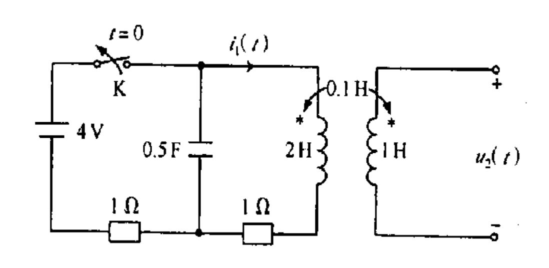
$$k_1=\left.\frac{11s+8}{2s+5}\right|_{s=-2}=\frac{-22+8}{1}=-14$$

$$k_2=\left.\frac{-33+8}{-6+5}\right|_{s=-3}=\frac{-25}{-1}=25$$

$$U_c(s)=\frac{25}{s+3}+\frac{-14}{s+2}$$

$$\therefore\quad u_c(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[U_c(s)\right]=25e^{-3t}-14e^{-2t}v(t\geq 0)$$

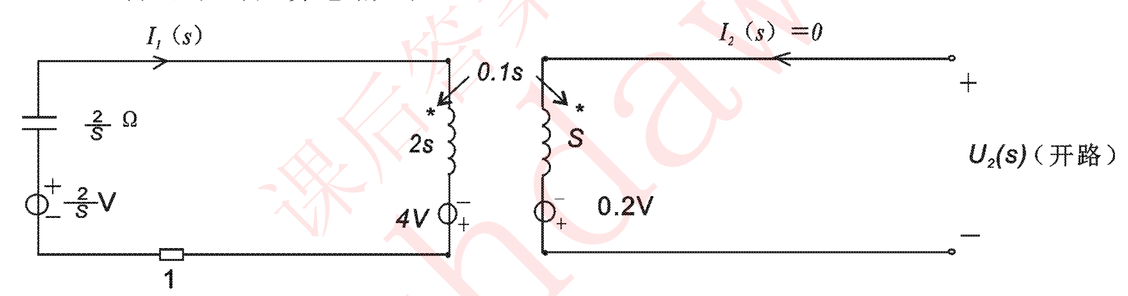
13—12　用拉氏变换法求题 13—12 图示电路中的$u_2(t)$。



题 13-12 图

解：由稳态（t<0）时的时域电路可得$u_c(0-)=2V$,$i_{L1}(0_)=i_{L2}(0-)=2A$。

再画出 s 域运算电路如下：



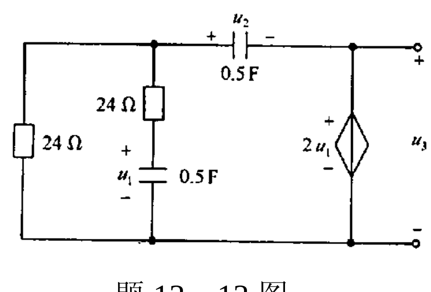
$$I_1(s)=\frac{4+\frac{2}{s}}{2s+1+\frac{2}{s}}=\frac{4s+2}{2s^2+s+2}\qquad（甲）$$

$$U_2(s)=I_{L1}(s)\times 0.1s-0.2=\frac{0.4s^2+0.2s}{2s^2+s+2}-0.2$$

$$化真分式\Rightarrow=\frac{-0.4}{2s^2+s+2}+0.2-0.2=\frac{-0.4}{2s^2+s+2}$$

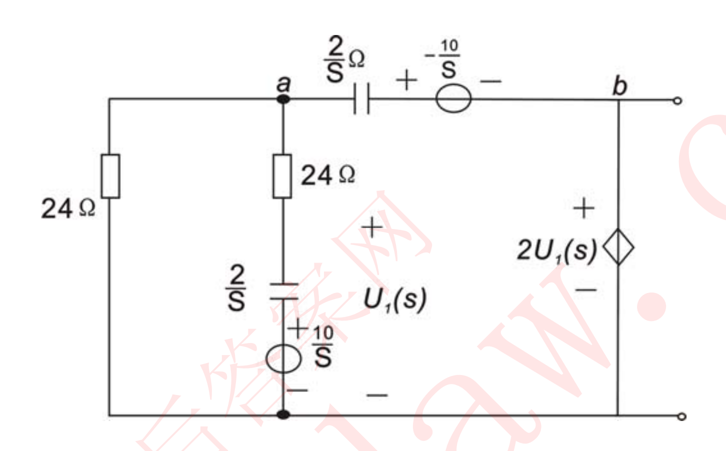
$$u_2(t)=-0.21e^{-\frac{t}{4}}\sin 0.97t\qquad V\qquad (t\geq 0)$$

13—13　题 13—13 图示电路为 t=0 换路后的电路，已知$u_1(o_)=10V$，$u_2(o_)=-10V$。求 t≥0 时的$u_3(t)$。



题 13—13 图

解: $u_1(0_+)=u_1(0_-)=10 \qquad u_2(0_+)=u_2(0_-)=-10V$



$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{24}+\dfrac{1}{24+\dfrac{2}{s}}+\dfrac{s}{2}\right)U_a(s)-\dfrac{s}{2}\quad U_b(s)=\dfrac{\dfrac{10}{s}}{24+\dfrac{2}{s}}+\dfrac{-\dfrac{10}{s}}{\dfrac{2}{s}} & ①\\ U_b(s)=2U_1(s)=2\left[\left(\dfrac{U_a(s)-\dfrac{10}{s}}{24+\dfrac{2}{s}}\right)\times\dfrac{2}{s}+\dfrac{10}{s}\right] & ②\end{cases}$$

整理①、② $\begin{bmatrix} y^2+3y+1 & -y^2-y \\ -2 & y+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_a\\U_b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-120y\\240\end{bmatrix}$ 其中 $y=12s$，

解出 $\Delta=(y+1)(y^2+y+1) \qquad \Delta_2=240(y^2+2y+1)$

$$\therefore\ U_b(s)=U_3(s)=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{240(y+1)}{y^2+y+1}=\frac{240(12s+1)}{144s^2+12s+1}=\frac{240(12s+1)}{144(s-s_1)(s-s_2)}$$

$$=\frac{5(12s+1)}{3(s-s_1)(s-s_2)}=\frac{k_1}{s-s_1}+\frac{\overset{*}{k}_1}{s-s_2}$$

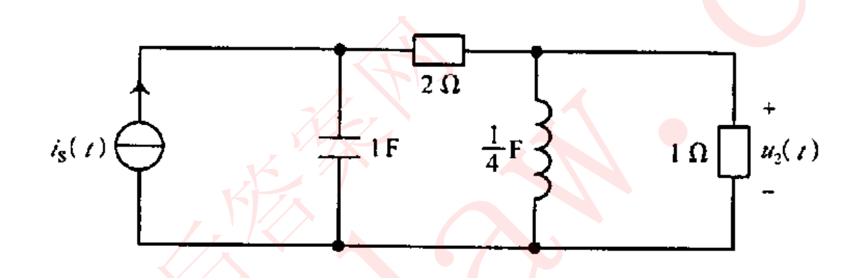
其中 $s_1=-\frac{1}{24}+j0.072,\quad s_2=-\frac{1}{24}-j0.072$ 为

$y^2+y+1=(12s)^2+12s+1=0$ 的根

$$k_1=\frac{s(12s+1)}{3(s-s_2)}\bigg|_{s=s_1}=10\left(1-j\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{20}{\sqrt{3}}\ \angle-30^\circ$$

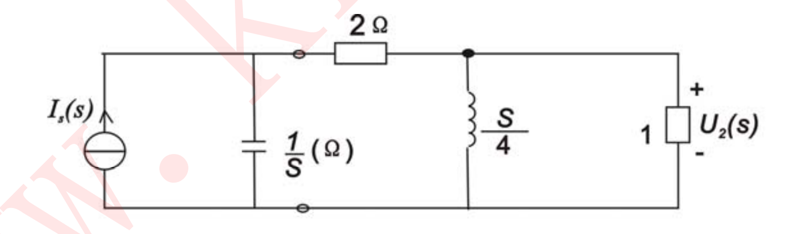
$$\therefore\quad u_3(t)=2|k_1|e^{-\frac{1}{24}t}\cos\left(0.072t-30^\circ\right)=23.1e^{-\frac{1}{24}t}\sin\left(0.072t+60^\circ\right)V$$

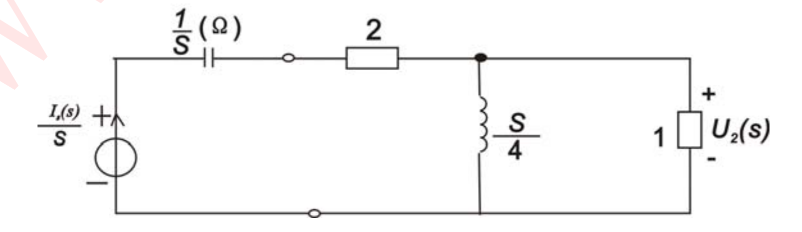
13—14 设题 13—14 图示电路为零状态电路，电路的激励 $i_s(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)A$，试求电压 $u_2(t)$。



题 13—14 图

解 $I_s=\mathscr{L}\left[i_s(t)\right]=\mathscr{L}\,2e^{-1}\varepsilon(t)=\frac{2}{s+1}$





节点法 $U_2(s)\left(\frac{1}{\frac{1}{s}+2}+\frac{4}{s}+1\right)=\frac{(\frac{I_s(s)}{s})}{(\frac{1}{s}+2)}$

$$(\frac{s}{2s+1}+\frac{4}{s}+1)U_2(s)=\frac{2}{s(s+1)}\frac{s}{2s+1}$$

两边乘 $s(2s+1)$

$$\left[s^2(s+1)+4(2s+1)(s+1)+s(2s+1)(s+1)\right]U_2(s)=\frac{2s}{s+1}$$

$$U_2(s)=\frac{2s}{(s+1)(2s^2+9s+4)}$$

令 $3s^2+9s+4=0 \Rightarrow s_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{81-4\times3\times4}}{2\times3}$

$$=\frac{-9\pm\sqrt{33}}{6}=\frac{-9\pm5.7}{6}$$

$$=\begin{cases}-0.55\\-2.45\end{cases}$$

$$U_2(s)=\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+0.55}+\frac{k_3}{s+2.45}$$

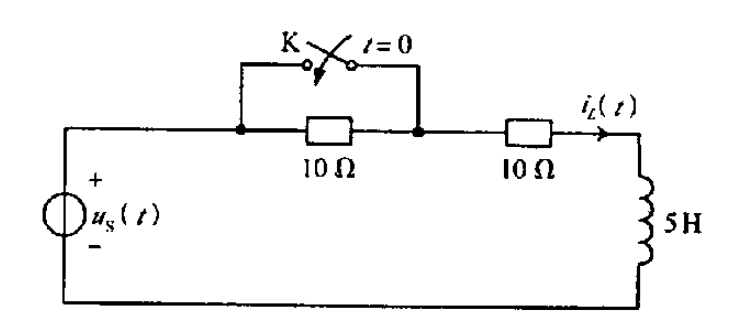
$$k_1=\frac{2s}{(s+0.55)(s+2.45)}\bigg|_{s=-1}=\frac{-2}{-0.45\times1.45}=3.1$$

$$k_2=\frac{2\times(-0.55)}{(-0.55+1)(-0.55+2.45)}\bigg|_{s=-0.55}=\frac{-1.1}{0.45\times1.9}=-1.29$$

$$k_3=\frac{2\times(-2.45)}{-1.45(-1.9)}\bigg|_{s=-2.45}=\frac{-4.9}{+2.755}=-1.78$$

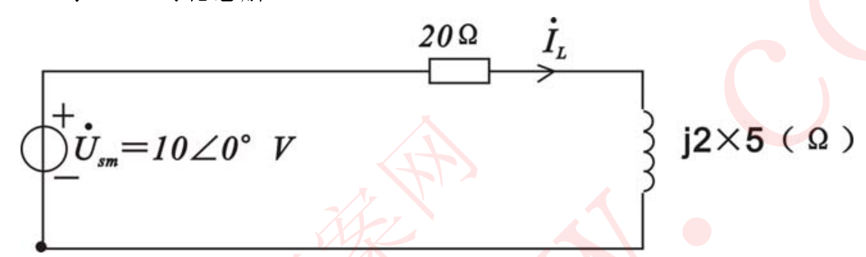
$$\therefore\quad u_2(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[U_2(s)\right]=3.1e^{-t}-1.29e^{-0.55t}-1.78e^{-2.45t}V\qquad(t\geqslant0)$$

13—15 题 13—15 图示电路的电压源 $u_s(t)=10\cos2t\ \ V$。在 t<O 时电路已处于稳态。求 t≥0 时的 $i_L(t)$。



题 13—15 图

解　　（1）求 t<0 时稳态解



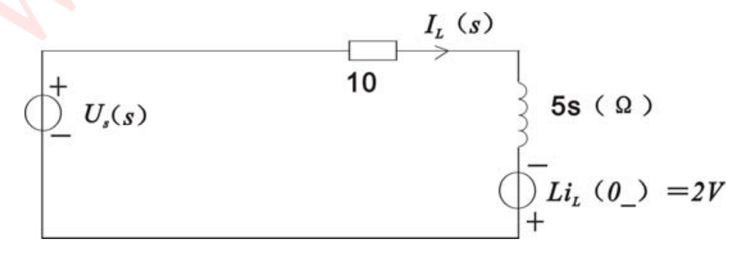
$$\dot{I}_{Lm}=\frac{10\angle 0^\circ}{20+j10}=\frac{1}{2+j}=\frac{1}{\sqrt{5}\angle 26.6^\circ}=\frac{1}{\sqrt{5}}\angle -26.6^\circ A$$

$$i_{L(t)}=\frac{1}{\sqrt{5}}\cos(2t-26.6^\circ)A \qquad (t<0)$$

$$\therefore\ \ i_L(0_)=\frac{1}{\sqrt{5}}\cos(-26.6^\circ) \qquad V$$

=0.45×0.89=0.4A

（2）t≥0,　s 域运算电路，$U_s(s)=L[10\cos 2t]=\dfrac{10s}{s^2+4}$



$$I_L(s)=\frac{U_s(s)+2}{10+5s}$$

$$=\frac{\frac{10s}{s^2+4}+2}{5s+10}$$

$$=\frac{10s+2\left(s^2+4\right)}{\left(5s+10\right)\left(s^2+4\right)}$$

$$=\frac{2s^2+10s+8}{\left(5s+10\right)\left(s^2+4\right)}$$

$$=\frac{k_1}{s+2}+\frac{k_2}{s-j2}+\frac{k_3}{s+j2}$$

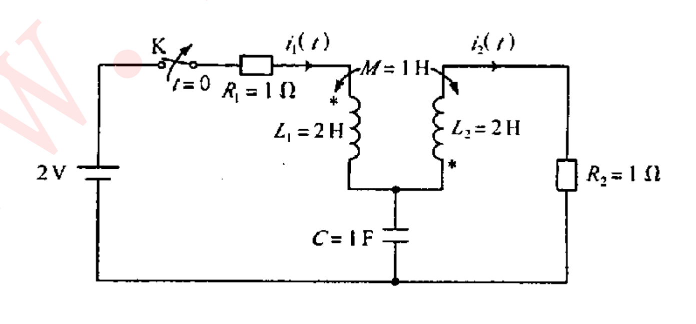
$$k_1=\left.\frac{2s^2+10s+8}{5\left(s^2+4\right)}\right|_{s=-2}=\frac{8-20+8}{5\times8}=\frac{-4}{40}=-0.1$$

$$k_2=\left.\frac{2\left(j2\right)^2+j20+8}{5\left(s+2\right)\left(s+j2\right)}\right|_{s=j2}=\frac{-j8+j20+8}{5\times\left(2+j2\right)\left(j4\right)}=\frac{8+j12}{-40+40j}$$

$$=\frac{14.4\angle56.3^\circ}{40\sqrt{2}\angle135^\circ}=\frac{1}{4}\angle-78.7^\circ$$

$$\therefore\quad i_L\left(t\right)=L^{-1}\left[I_L\left(s\right)\right]=-0.1e^{-2t}+0.5\cos\left(2t-78.7^\circ\right)A\quad\left(t\geq0\right)$$

13—16 题 13—16 图示电路，在 t<O 时，电路已处于稳态。在 t=0 时，开关 K 打开，试求 t≥o 时的电流 $i_2(t)$。



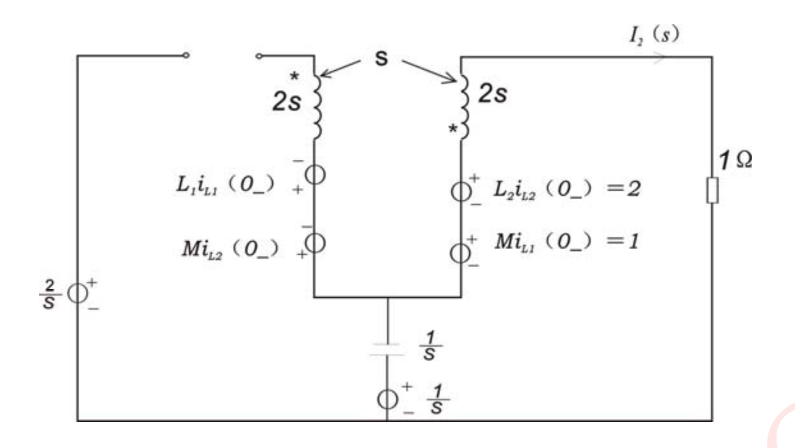
题 13—16 图

解：（1）$t<0$ 时，$i_1\left(t\right)=\frac{2}{1+1}=1A$

$$i_1\left(0_-\right)=i_{L1}\left(0_-\right)=i_{L2}\left(0_-\right)=1A$$

$$U_c\left(0_-\right)=1V$$

（2）$t \geq 0$，运算电路



$$I_2(s) = \frac{\frac{1}{s}+3}{\frac{1}{s}+2s+1}$$

$$= \frac{3s+1}{2s^2+s+1}$$

$$= \frac{k_1}{s-s_1} + \frac{k_2}{s-s_2}$$

令 $2s^2+s+1=0$

$$s_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\times 2}}{2\times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm j\sqrt{7}}{4}$$

$$= -\frac{1}{4} \pm j0.66$$

$$s_1 = -\frac{1}{4} + j0.66 = -\alpha + j\omega$$

$$k_1 = \left. \frac{-0.75 + j1.98 + 1}{2\left[s - \left(-\frac{1}{4} - j0.66\right)\right]} \right|_{s=-0.25+j0.66}$$

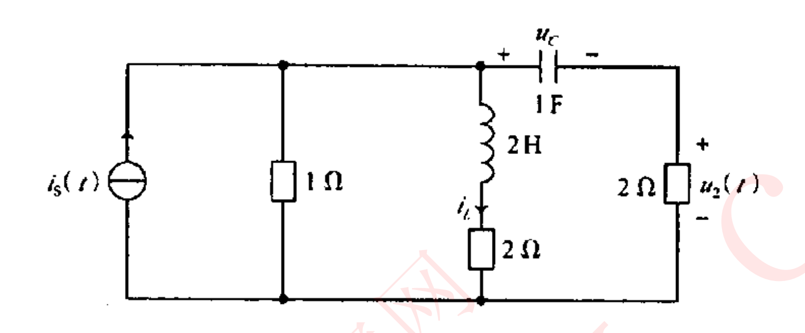
$$= \frac{0.25 + j1.98}{4 \times j0.66} = \frac{2\angle 82.8^\circ}{j2.64}$$

$$= 0.76\angle -7.2^\circ = |k_1|\angle\theta$$

$$i_2(t)=L^{-1}\left[I_2(s)\right]=2|k_1|e^{-\alpha t}\cos(\omega t+\theta)$$

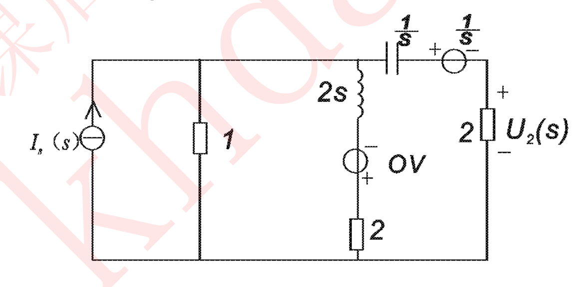
$$=1.5e^{-\frac{t}{4}}\cos\left(0.66t-7.2^\circ\right)A \quad (t\geq 0)$$

13—17 电路如题 13—17 图所示，$i_s(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)A$，$u_c(0-)=1\ V$，$i_L(0_)=0\ A$，用拉氏变换法求$u_2(t)$。

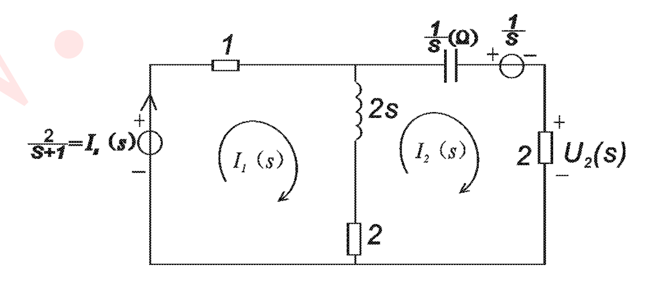


题 13—17 图

解 $I_s(s)=\mathcal{L}\left[2e^{-t}\varepsilon(t)\right]=\dfrac{2}{s+1}$



上图电源变换后如下



$$\begin{bmatrix}3+2s & -(2s+2)\\ -(2s+2) & 4+2s+\dfrac{1}{s}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1(s)\\ I_2(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{2}{s+1}\\ -\dfrac{1}{s}\end{bmatrix}$$

$$\Delta=(2s+3)\left(4+2s+\frac{1}{s}\right)-(2s+2)^2$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}3+2s & \frac{2}{s+1}\\ -(2s+2) & -\frac{1}{s}\end{vmatrix}=-\frac{1}{s}(2s+3)+4$$

$$I_2(s)=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{-2s+(-3)+\frac{2s(2s+2)}{s+1}}{(2s+3)(4s+2s^2+1)-(4s^2+8s+4)s}$$

$$=\frac{2s-3}{6(s+0.4)(s+1.3)}$$

$$=\frac{k_1}{s+0.4}+\frac{k_2}{s+1.3}$$

$$k_1=\frac{2s-3}{6(s+1.3)}\Big|_{s=-0.4}$$

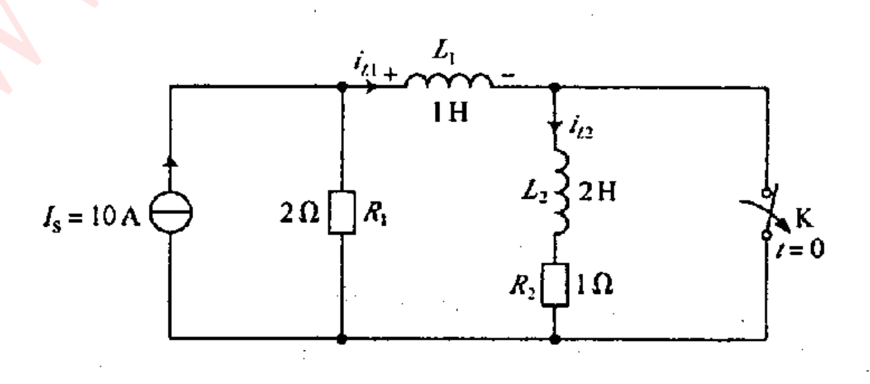
$$=\frac{-0.8-3}{6\times0.9}=\frac{-3.8}{5.4}=-0.7$$

$$k_2=\frac{-2.6-3}{6(-1.3+0.4)}\Big|_{s=-1.3}=\frac{-5.6}{-5.4}=1.04$$

$$U_2(s)=2I_2(s)=\frac{-1.4}{s+0.4}+\frac{2.08}{s+1.3}$$

$\therefore\quad u_2(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[U_2(s)\right]=2.08e^{-1.3t}-1.4e^{-0.4t}$ V（t≥0）

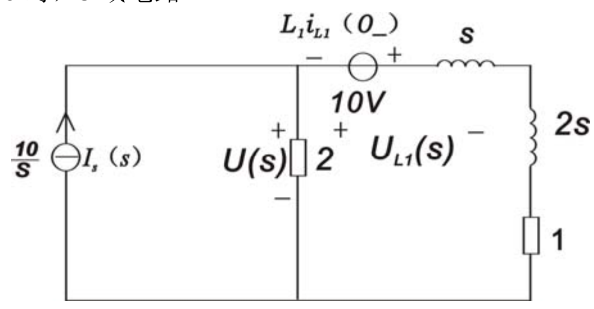
13—18 已知题 13—18 图示电路在t=0_以前处于稳态，在t=0 时开关K断开，求t≥o时电感L_1的电压$u_{L1}(t)$。



题 13—18 图

解　（1）$t<0$ 时，$i_L(o_)=10A \quad i_{L_2}(o_)=0 \quad A$

（2）$t\geq 0$ 时，s 域电路



节点法：$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3s+1}\right)U(s)=\frac{10}{s}-\frac{10}{3s+1}$

$2s(3s+1)$ 乘两边：

$$\left(3s^2+s+2s\right)U(s)=20(3s+1)-20s$$

$$U(s)=\frac{60s+20-20s}{3s^2+3s}$$

$$=\frac{40s+20}{3s(s+1)}$$

$$=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s+1}$$

$$k_1=\left.\frac{40s+20}{3(s+1)}\right|_{s=0}=\frac{20}{3}$$

$$k_2=\left.\frac{40s+20}{3\times(-1)}\right|_{s=-1}=\frac{-20}{-3}=\frac{20}{3}$$

$$U(s)=\frac{20/3}{s}+\frac{20/3}{s+1}$$

$$U_{L1}(s)=\left(I_s(s)-\frac{U(s)}{2}\right)s-10$$

$$=\left(10-\frac{sU(s)}{2}\right)-10$$

$$= -\frac{s}{2}U(s) = -\frac{s}{2}\frac{(40s+20)}{3s(s+1)}$$

$$= -\frac{20s+10}{3(s+1)} = \frac{(20s+20)-10}{3(s+1)}$$

$$= -\left(\frac{20}{3} - \frac{10}{3(s+1)}\right)$$

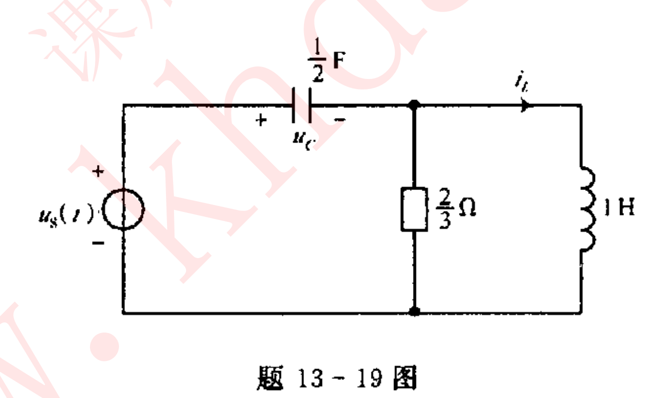
$$= -\frac{20}{3} + \frac{10}{3}\frac{1}{s+1}$$

$$u_{L1}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[U_{L1}(s)\right] = -\frac{20}{3}\delta(t) + \frac{10}{3}e^{-t} \quad v(t \geq 0)$$

13—19 已知题 13—19 图示电路 $u_c(o_) = 0$ V，$i_L(o_) = 0$ A，求：

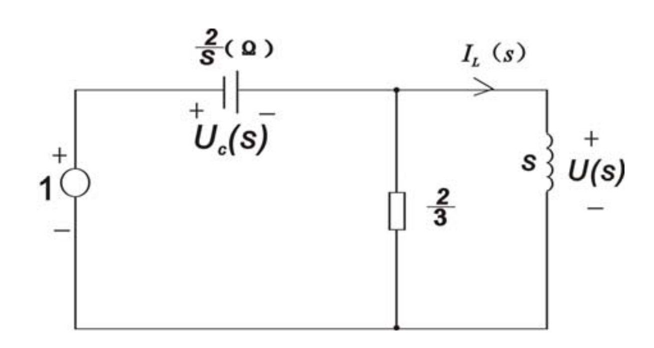
(1) $i_L(t)$ 的复频域网络函数 H（s）；

(2) 求 $u_s(t) = \varepsilon(t)V$ 及 $u_s(t) = 5\sin 2t\varepsilon(t)V$ 时的响应 $i_L(t)$。



题 13－19 图

解（1）令 $U_s(s) = 1$，且 $u_c(0_) = 0, i_L(0_) = 0$，有 S 域电路



节点法 $\left(\frac{s}{2}+\frac{3}{2}+\frac{1}{s}\right)U(s)=\frac{s}{2}$

$$\frac{s^2+3s+2}{2s}U(s)=\frac{s}{2}$$

$$U(s)=\frac{s}{2}\quad\frac{2s}{s^2+3s+2}=\frac{s^2}{s^2+3s+2}$$

$$H(s)=I_L(s)=\frac{U(s)}{s}=\frac{s}{s^2+3s+2}=\frac{s}{(s+1)(s+2)}$$

令 $s^2+3s+2=0 \Rightarrow s_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9-4\times 2}}{2}=\frac{-3\pm 1}{2}=\begin{cases}-1\\-2\end{cases}$

（2）（a）$u_s(t)=\varepsilon(t)$，$U_s(s)=\mathcal{L}[\varepsilon(t)]=\frac{1}{s}$

$$\therefore\quad I_L(s)=H(s)\quad U_s(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}$$

$$\therefore\quad i_L(t)=L^{-1}\left[I_L(s)\right]=e^{-t}-e^{-2t}\quad A(t\geq 0)$$

(b) $U_s(t)=5\sin 2t\varepsilon(t)$，$U_s(s)=L\left[u_s(t)\right]=\frac{10}{s^2+4}$

$$\therefore\quad I_L(s)=H(s)U_s(s)=\frac{s}{(s+1)(s+2)}\frac{10}{s^2+4}$$

$$=\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+2}+\frac{k_3}{s+s_3}+\frac{\overset{*}{k}_3}{s+s_4}$$

$$k_1=\left.\frac{10s}{(s+2)(s^2+4)}\right|_{s=-1}=\frac{-10}{5}=-2$$

$$k_2=\left.\frac{10s}{(s+1)(s^2+4)}\right|_{s=-2}=\frac{-20}{(-1)\times 8}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$$

$$k_3=\left.\frac{10s}{(s+1)(s+2)(s+j2)}\right|_{s=j2}=\frac{5}{(1+j2)(2+j2)}$$

$$=\frac{5}{2.2\angle 63.4^\circ\times 2\sqrt{20}\angle 45^\circ}=0.8\angle -108.4^\circ\quad \text{A}\quad (t\geqslant 0)$$

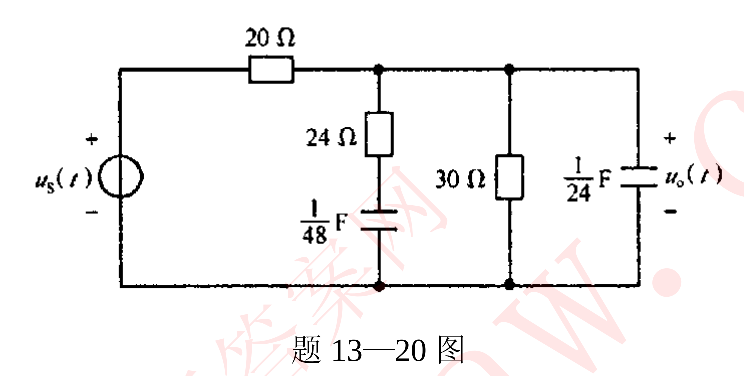
$$\therefore\quad i_L(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[I_L(s)\right]=-2e^{-t}+\frac{5}{2}e^{-2t}+1.6\cos\left(2t-108.4^\circ\right)\quad A(t\geq 0)$$

13—20 题 13—20 图示电路为零状态电路。求激励为以下三种情况下的电压$u_o(t)$。

(1)$u_s(t)=\delta(t)$；

(2)$u_s(t)=\varepsilon(t)$；

(3)$u_s(t)=50\cos 2t\cdot\varepsilon(t)$。



题 13—20 图

解（1）$u_i(t)=\delta(t)$

$u_i(s)=1$　　　①

节点方程：$U_o(s)\left[\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{24+\dfrac{48}{s}}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{s}{24}\right]=\dfrac{U_i(s)}{20}$

$$H(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{1}{20}\frac{1}{\dfrac{s^2+5s+4}{24(s+2)}}$$

$$=\frac{1}{20}\frac{24(s+2)}{s^2+5s+4}$$

$$=\frac{6}{5}\frac{s+2}{(s+1)(s+4)} \qquad ②$$

将①代入②: $U_o(s)=\frac{6}{5}(\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+4})$

$$k_1=(s+1)\frac{s+2}{(s+1)(s+4)}\Big|_{s=-1}=\frac{1}{3}$$

$$k_2=(s+4)\frac{s+2}{(s+1)(s+4)}\Big|_{s=-4}=\frac{2}{3}$$

$$\therefore \quad U_o(s)=\frac{6}{5}\ (\frac{\frac{1}{3}}{s+1}+\frac{\frac{2}{3}}{s+4})$$

$$\therefore \quad U_o(t)=\frac{6}{5}(\frac{1}{3}e^{-t}+\frac{2}{3}e^{-4t})\ \varepsilon(t)$$

$$=(\frac{2}{5}e^{-t}+\frac{4}{5}e^{-4t})\ \varepsilon(t)$$

（2） $u_i(t)=\varepsilon(t) \quad ,U_i(s)=\frac{1}{s}$

由②: $U_o(s)=\frac{6}{5}\frac{s+2}{(s+1)(s+4)s}=\frac{6}{5}(\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+4}+\frac{k_3}{3})$

$$k_1=\frac{s+2}{(s+4)s}\Big|_{s=-1}=-\frac{1}{3}$$

$$k_2=\frac{s+2}{(s+1)s}\Big|_{s=-4}=\frac{-2}{-3\times(-4)}=\frac{-2}{12}=-\frac{1}{6}$$

$$k_3=\frac{s+2}{(s+1)(s+4)}\Big|_{s=0}=\frac{2}{1\times 4}=\frac{1}{2}$$

$$U_o(s)=\frac{6}{5}(\frac{-\frac{1}{3}}{s+1}+\frac{-\frac{1}{6}}{s+4}+\frac{\frac{1}{2}}{s})$$

$$\therefore \quad u_o(t)=\frac{6}{5}\ (-\frac{1}{3}e^{-t}-\frac{1}{6}e^{-4t}+\frac{1}{2}) \quad \varepsilon(t)$$

$$=(-\frac{2}{5}e^{-t}-\frac{1}{5}e^{-4t}+\frac{3}{5})\ \varepsilon(t) \qquad (V)$$

（3） $u_i(t)=50cos2t\varepsilon(t)$, $U_i(s)=50\times\frac{s}{s^2+2^2}$

由②式： $U_o(s)=\frac{6}{5}\frac{(s+2)\times s\times 50}{(s+1)(s+4)(s^2+4)}$

$$=60\left[\frac{k_1}{s+1}+\frac{k_2}{s+4}+\frac{k_3s+k_4}{s^2+2^2}\right] \qquad ③$$

$$k_1=\frac{(s+2)s}{(s+4)(s^2+4)}\bigg|_{s=-1}=\frac{-1}{3\times5}=-\frac{1}{15}$$

$$k_2=\frac{(s+2)s}{(s+1)(s^2+4)}\bigg|_{s=-4}=\frac{-2\times(-4)}{-3\times20}=-\frac{2}{15}$$

将③方程两边同乘（ s^2+4 ），且令 $s^2=-4$ ，

$$\frac{(s+2)s}{(s+1)(s+4)}\bigg|_{\substack{s^2+4=0\\ s^2=-4}}=k_3s+k_4$$

$$(s^2+2s)\big|_{s^2=-4}=(k_3s+k_4)(s^2+5s+4)\big|_{s^2=-4}$$

$$-4+2s=5k_3s^2+5k_4s$$

$$-4+2s=-20k_3+5k_4s$$

$$-20k_3=-4,\quad k_3=\frac{1}{5}$$

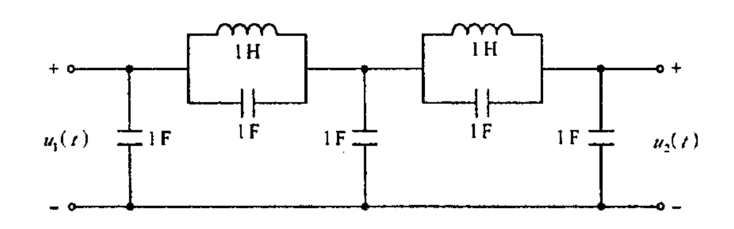
$$5k_4=2\quad ,k_4=\frac{2}{5}$$

$$\therefore\quad U_o(s)=60\left[\frac{-\frac{1}{15}}{s+1}+\frac{-\frac{4}{15}}{s+4}+\frac{1}{5}\frac{s}{s^2+4}+\frac{2}{5}\frac{1}{s^2+4}\right]$$

$$\therefore\quad u_o(t)=60(-\frac{1}{15}e^{-t}-\frac{2}{15}e^{-4t}+\frac{1}{5}\cos 2t+\frac{1}{5}\sin 2t)$$

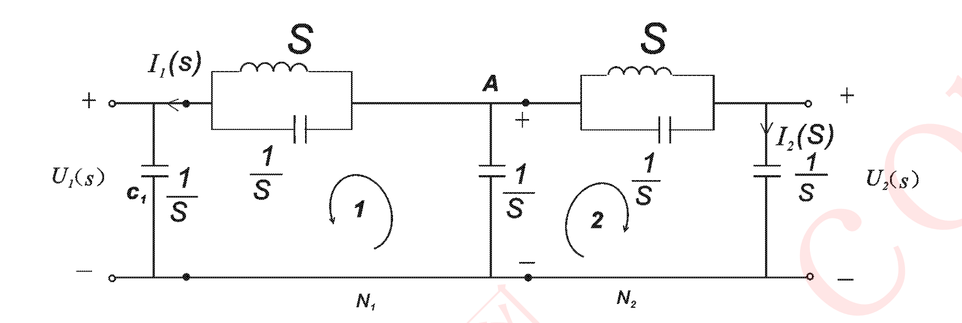
$$=-4e^{-t}-8e^{-4t}+12\cos 2t+12\sin 2t \qquad （t\geqslant 0） \qquad （V）$$

13—21　试求题 13—21 图示零状态电路的输出电压 $u_2(t)$ 的网络函数 H（s）$=U_2$（s）$/U_1$（s）。



题 13—21 图

解：



由回路方程得：（令$U_1(s)$外加，则C_1与U_1并联，拆去C_1，对外等效）

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}} & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s} & \frac{2}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s)=U_2(s)/\frac{1}{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_1(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

求：$I_2(s)$

$$(\frac{1}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}})I_1(s)+\frac{1}{s}(U_2(s)/\frac{1}{s})=-U_1(s) \qquad ①$$

$$\frac{1}{s}I_1(s)+(\frac{2}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}})U_2(s)/\frac{1}{s}=0 \qquad ②$$

由② $$I_1(s)=-(\frac{2}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}})U_2(s)s^2 \qquad ③$$

③代入到①

$$(\frac{1}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}})\left[s^2(\frac{2}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{s}})U_2(s)\right]-U_2(s)=U_1(s)$$

$$(1+\frac{s^2}{s^2+1})(2+\frac{s^2}{s^2+1})-1=\frac{U_1(s)}{U_2(s)}$$

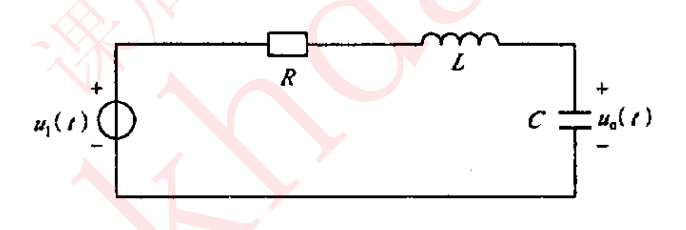
$$\frac{s^2+1+s^2}{s^2+1}\frac{2s^2+2+s^2}{s^2+1}+\frac{-s^2-1}{s^2+1}=\frac{U_1(s)}{U_2(s)}$$

$$\frac{(2s^2+1)(3s^2+2)}{(s^2+1)^2}+\frac{-(s^2+1)^2}{(s^2+1)^2}=\frac{U_1(s)}{U_2(s)}$$

$$\frac{6s^4+4s^2+3s^2+2-s^4-2s^2-1}{(s^2+1)^2}=\frac{U_1(s)}{U_2(s)}$$

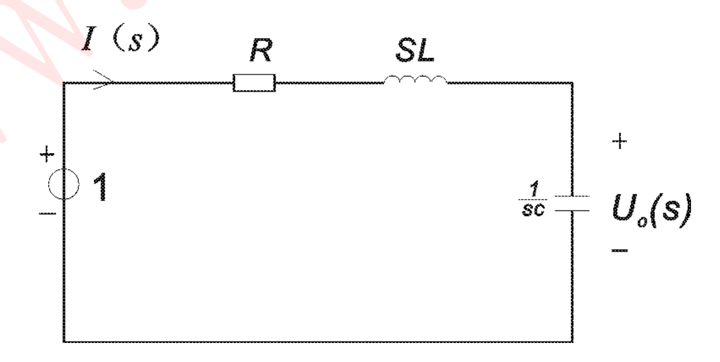
$$\therefore\quad H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{(s^2+1)^2}{5s^4+5s^2+1}$$

13—22　求题 13—22 图示零状态电路的网络函数H（s）$=U_o$（s）$/U_1$（s）;算出H（s）)的极点。如果要使极点落在s平面的负实轴上，电路参数应满足什么条件?



题 13—22 图

解令$U_1(s)=1$，则零状态运算电路



$$H(s)=U_0(s)=\frac{\frac{1}{sc}}{R+SL+\frac{1}{SC}}=\frac{1}{RCS+LCS^2+1}$$

令 $LCS^2+RCS+1=0 \Rightarrow$ 极点 $p_{1,2}=\dfrac{-RC\pm\sqrt{R^2C^2-4LC}}{2LC}$

若极点落在 S 平面负实轴极点 $P_i=-\alpha$（α 为正实数）$\Rightarrow$ 极点 P_i 的实部为负数，且虚部为零，即

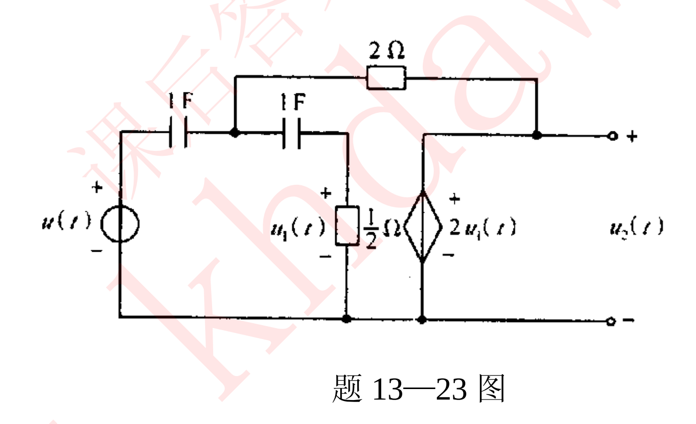
$R^2C^2\geq 4LC$ 即 $R^2C\geq 4L$ 或 $R\geq 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

（显然 $RC>\sqrt{R^2C^2 4LC}$ ）

13—23　对题 13—23 图示零状态电路，试求：
(1)网络函数 $H(s)=U_2(s)/U(s)$；

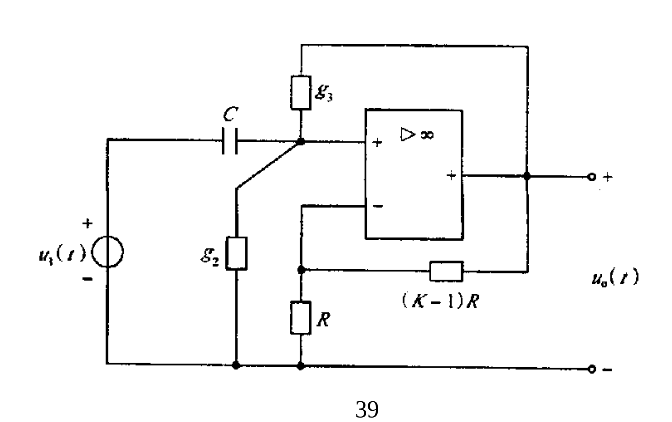
(2)当 $u(t)=\varepsilon(t)$ 时，电路的输出电压 $u_2(t)$；

(3)当 $u(t)=\cos t\cdot\varepsilon(t)$ 时，电路的输出电压 $u_2(t)$。



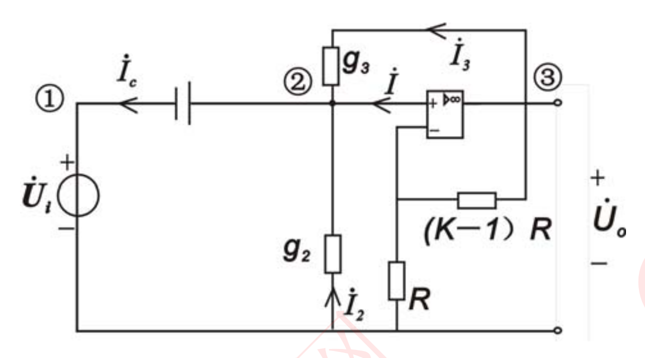
题 13—23 图

13—24　求题 13—24 图示电路的网络函数 $H(s)=U_o(s)/U_1(s)$ 及正弦交流稳态电路的网络函数 $H(j\omega)=U_o(j\omega)/u_1(j\omega)$。图中运算放大器为理想运算放大器。$g_2$、$g_3$为电导；$R$、$(K-1)R$为电阻。



题 13—24 图

求转移函数 $\dot{U}_0(j\omega)\Big/\dot{U}_i(j\omega)$。图示电路中运算放大器为理想放算放大器



解：虚短原理：$\dot{U}_2 = \dot{U}_0 \dfrac{R}{(k-1)R+R} = \dfrac{\dot{U}_o}{k}$　　（1）

$\dot{I} = 0$　（2）

$\dot{U}_2 = \dot{U}_i + \dfrac{1}{j\omega c}\dot{i}_c = \dot{U}_i + \dfrac{1}{j\omega c}(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)$　　（由（2）

$\dot{U}_2 = \dot{U}_i + \dfrac{1}{j\omega c}\left[(\dot{U}_o - \dot{U}_2)g_3 - \dot{U}_2 g_2\right]$　　（3）

代入（1）至（3）：$\dfrac{1}{k}\dot{U}_o = \dot{U}_i + \dfrac{1}{j\omega c}\left[\left(\dot{U}_o - \dfrac{1}{k}\dot{U}_o\right)g_3 - \dfrac{g_2}{k}\dot{U}_o\right]$

整理：$\dot{U}_o\left[\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{j\omega c}\left(g_3 - \dfrac{1}{k}g_3 - \dfrac{1}{k}g_2\right)\right] = \dot{U}_i$

$$\therefore \quad \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{1}{\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{j\omega c}\left[g_m - \dfrac{1}{k}(g_3 - g_2)\right]}$$

$$= \frac{j\omega ck}{j\omega c - kg_3 + g_3 - g_2}$$

$$= \frac{k\omega c}{\omega c + j(g_2 - g_3 + kg_3)}$$

13—25 某电路的单位冲激响应为 $h(t)=3e^{-t}+\sqrt{2}e^{-2t}\sin(4t+45°)$

(1)试求其相应的网络函数习 $H(s)$;

(2)求 $H(s)$的零点和极点，并将其标定在 s 平面上(极点用“×”表示，零点用“O”表示);

(3)判断网络是否稳定。

解：$H(s)=\mathcal{L}\left[h(t)\right]$

$$\sin(4t+45°)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 4t+\cos 4t)$$

$$\therefore\quad H(s)=\frac{3}{s+1}+\frac{4}{(s+2)^2+16}+\frac{s+2}{(s+2)^2+16}$$

$$=\frac{4s^2+19s+66}{(s+1)(s^2+4s+20)}$$

（2）$\because$ $4s^2+19s+66=0$ 的根为

$$s_{1,2}=\frac{-19\pm\sqrt{695}}{8}$$

$\therefore$ $H(s)$零点为：$s_1\approx -2.38+j3.3$ $s_2\approx -2.38-j3.3$

$\because$ $s^2+4s+20=0$ 的根为

$$s_{3,4}=-2\pm j4$$

又$\because$ $s+1=0$的根为

$$s_5=-1$$

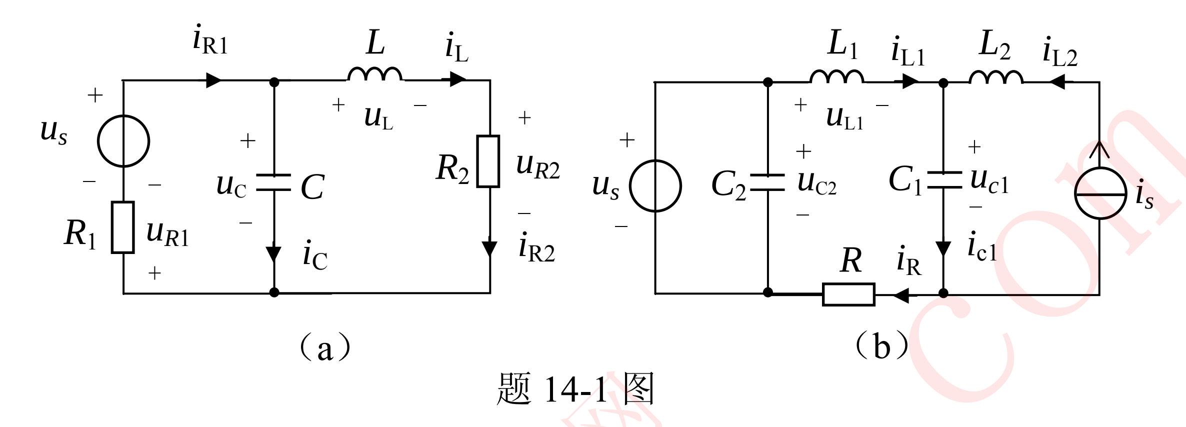
$\therefore$ $H(s)$的极点为 $s_{3,4}=-2\pm j4$， $s_5=-1$

（3）$\therefore$ $H(s)$的极点全在复平面的第二、三象限

$\therefore$ 网络（电路）是稳定的。

习 题 十 四

14—1 电路如题 14—1 图所示。请各选定一组状态变量，并将其它图中标出的电压、电流用状态变量及激励的线性组合表示。



题 14-1 图

解：(a) 以电容电压u_C、电感电流i_L为状态变量，

有： $i_{R2} = i_L$ $u_{R1} = u_s - u_C$

$$i_{R1} = \frac{u_{R1}}{R_1} = \frac{1}{R_1}u_s - \frac{1}{R_1}u_C \qquad u_{R2} = R_2 i_2 = R_2 i_L$$

$$i_C = i_{R1} - i_L = \frac{1}{R_1}u_s - \frac{1}{R_1}u_C - i_L \qquad u_L = u_C - R_2 i_L$$

(b) 因为$u_{C2} = u_s$， $i_{L2} = i_s$， 非独立。

状态变量为u_{C1}及i_{L1}

$$i_R = i_{L1} \quad , \quad u_{L1} = u_s - u_{C1} - Ri_{L1} \quad , \quad i_{C1} = i_{L1} + i_s$$

14—2 列出题 14—1 图(a)、(b)中两电路的状态方程。

解：(a) 由前题可知：$i_C = C\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{R_1}u_s - \frac{1}{R_1}u_C - i_L$

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} = u_C - R_2 i_L$$

整理得状态方程：

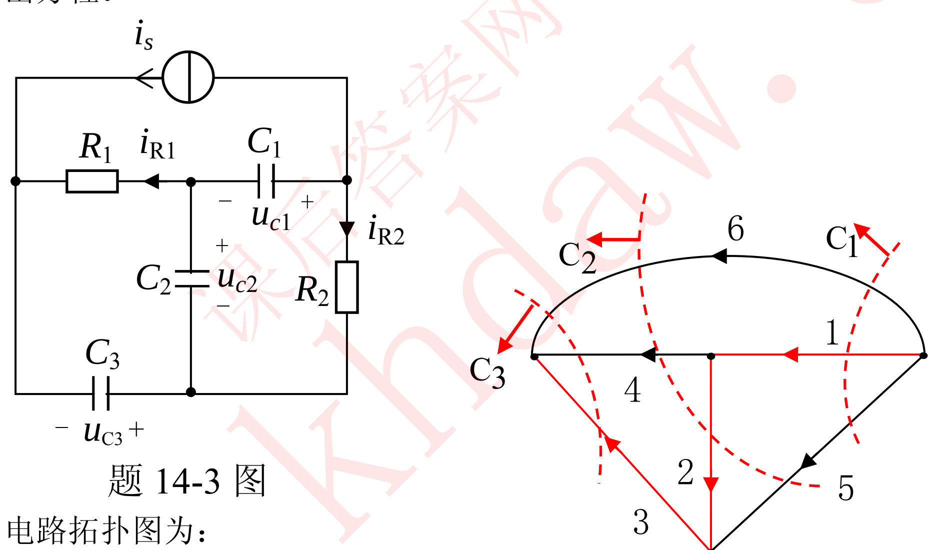
$$\begin{cases} \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R_1 C}u_C - \frac{1}{C}i_L + \frac{1}{R_1 C}u_s \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}u_C - \frac{R_2}{L}i_L \end{cases}$$

矩阵形式：$\begin{bmatrix}\dot{u}_C\\ \dot{i}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_1C} & -\dfrac{1}{C}\\ \dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_2}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_1C}\\ 0\end{bmatrix}u_s$

（b） $i_{C1}=C_1\dfrac{du_{C1}}{dt}=i_{L1}+i_s$ ， $u_{L1}=L_1\dfrac{di_{L1}}{dt}=-u_{C1}-Ri_{L1}+u_s$

整理得：$\begin{bmatrix}\dot{u}_{C1}\\ \dot{i}_{L1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{C_1}\\ -\dfrac{1}{L_1} & -\dfrac{R}{L_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C1}\\ i_{L1}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{C_1}\\ \dfrac{1}{L_1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_s\\ i_s\end{bmatrix}$

14—3 电路如题 14—3 图所示，试借助拓扑图，列出状态方程并写出关于i_{R1}、i_{R2}的输出方程。



题 14-3 图

解：电路拓扑图为：

以独立电容电压u_{C1}， u_{C2}， u_{C3}为状态变量。

对割集C_1有：$i_{C1}=-i_s-i_{R2}$

$i_{C2}=-i_s-i_{R2}-i_{R1}$　　　　$i_{C3}=-i_s-i_{R1}$

而　$i_{R1}=\dfrac{1}{R_1}u_{C2}+\dfrac{1}{R_1}u_{C3}$　　　　$i_{R2}=\dfrac{1}{R_2}u_{C1}+\dfrac{1}{R_2}u_{C2}$

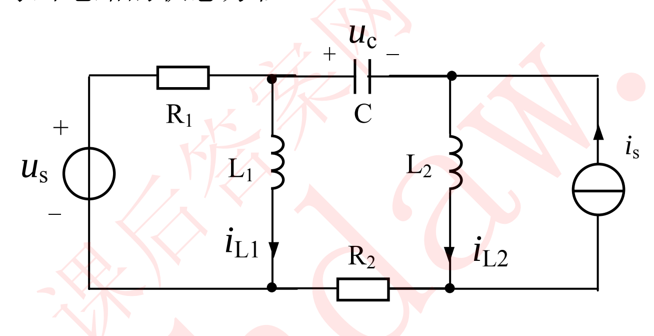
整理，得状态方程：

$$\begin{bmatrix}\dot{u}_{C1}\\ \dot{u}_{C2}\\ \dot{u}_{C3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{R_2C_1} & -\frac{1}{R_2C_1} & 0\\ -\frac{1}{R_2C_2} & -\frac{1}{R_2C_2}-\frac{1}{R_1C_2} & -\frac{1}{R_1C_2}\\ 0 & -\frac{1}{R_1C_3} & -\frac{1}{R_1C_3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C1}\\ u_{C2}\\ u_{C3}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{1}{C_1}\\ -\frac{1}{C_2}\\ -\frac{1}{C_3}\end{bmatrix}i_s$$

输出方程为：

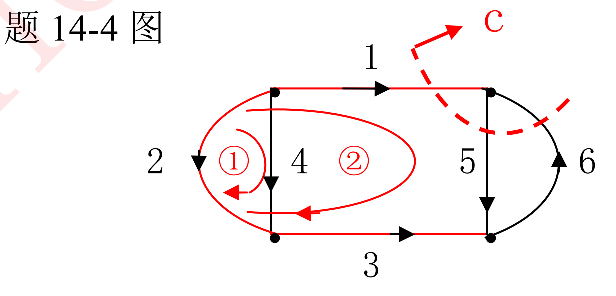
$$\begin{bmatrix}i_{R1}\\ i_{R2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1}\\ \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C1}\\ u_{C2}\\ u_{C3}\end{bmatrix}$$

14—4 电路如题 14—4 图所示。
(1) 画出电路的拓扑图，写出状态方程；
(2) 再用叠加法写出电路的状态方程。



题 14-4 图

解：(1) 电路拓扑图为：



以 u_C，i_{L1}，i_{L2} 为状态变量

割集 C：$i_C=i_{L2}-i_s$

回路①：$u_{L1}=u_s+R_1i_{R1}$　　而 $i_{R1}=-i_{L1}-i_C=-i_{L1}-i_{L2}+i_s$

回路②：$u_{L2}=u_s+R_1(-i_{L1}-i_{L2}+i_s)+R_2(i_s-i_{L2})-u_C$

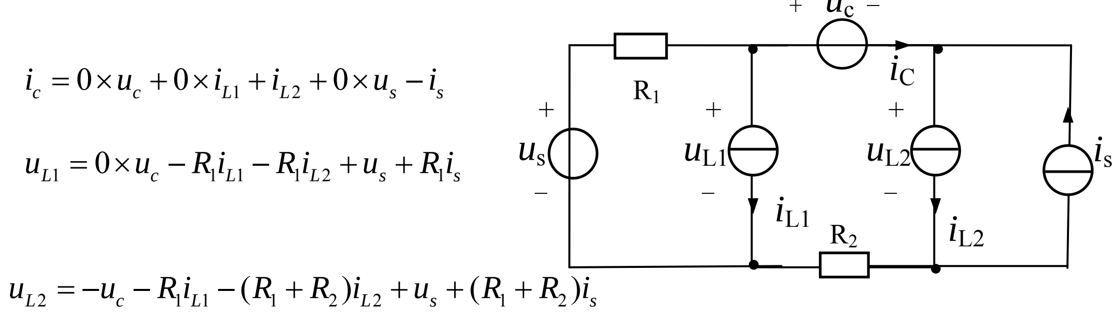
整理，得：

$$\begin{bmatrix}\dot{u}_C\\ \dot{i}_{L1}\\ \dot{i}_{L2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \frac{1}{C}\\ 0 & -\frac{R_1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1}\\ -\frac{1}{L_2} & -\frac{R_1}{L_2} & -\frac{R_1+R_2}{L_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_{L1}\\ i_{L2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -\frac{1}{C}\\ \frac{1}{L_1} & \frac{R_1}{L_1}\\ \frac{1}{L_2} & \frac{R_1+R_2}{L_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_s\\ i_s\end{bmatrix}$$

(2) 替代电路如图：
用叠加法：

$$i_c = 0\times u_c + 0\times i_{L1} + i_{L2} + 0\times u_s - i_s$$

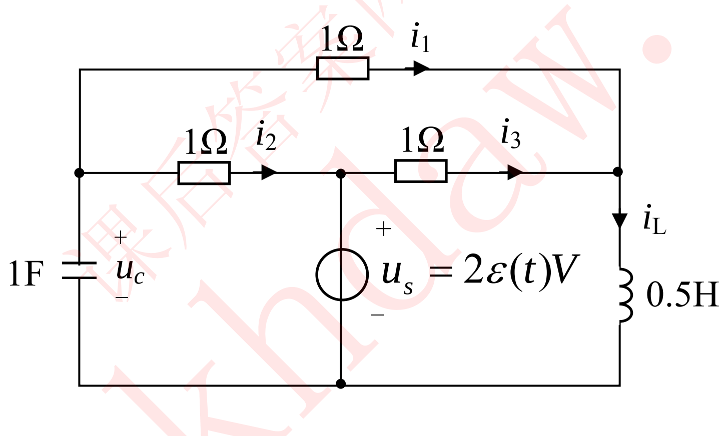
$$u_{L1} = 0\times u_c - R_1 i_{L1} - R_1 i_{L2} + u_s + R_1 i_s$$



$$u_{L2} = -u_c - R_1 i_{L1} - (R_1+R_2) i_{L2} + u_s + (R_1+R_2) i_s$$

整理，得：
$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & -\frac{R_1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} \\ -\frac{1}{L_2} & -\frac{R_1}{L_2} & -\frac{R_1+R_2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_{L1} \\ i_{L2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L_1} & \frac{R_1}{L_1} \\ \frac{1}{L_2} & \frac{R_1+R_2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s \\ i_s \end{bmatrix}$$

14—5 电路如题 14—5 图所示，写出其状态方程及关于i_1、i_2、i_3的输出方程。



题 14-5 图

解： 作出替代电路：

用叠加法：

$$\frac{du_c}{dt} = i_c = -(1+\frac{1}{2})u_c - \frac{1}{2}i_L + (1+\frac{1}{2})u_s$$
$$= -\frac{3}{2}u_c - \frac{1}{2}i_L + \frac{3}{2}\times 2\varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{2}\frac{di_L}{dt} = u_L = \frac{1}{2}u_c - \frac{1}{2}i_L + \frac{1}{2}u_s$$
$$= \frac{1}{2}u_c - \frac{1}{2}i_s + \frac{1}{2}\times 2\varepsilon(t)$$

$$i_1 = \frac{1}{2}u_c + \frac{1}{2}i_L - \frac{1}{2}u_s \qquad i_2 = u_c - u_s \qquad i_3 = -\frac{1}{2}u_c + \frac{1}{2}i_L + \frac{1}{2}u_s$$

整理，得状态方程：$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \end{bmatrix} 2\varepsilon(t)$

输出方程：$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} 2\varepsilon(t)$

注：本题若用其它方法，中间代换步骤较繁。

14—6 已知电路的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_s$$

初始条件为

$$\begin{bmatrix} u_1(0_-) \\ u_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{V}$$

求电路的零输入响应。

解： $X(0) = \begin{bmatrix} u_1(0_-) \\ u_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (V)

预解矩阵 $\Phi(s) = (sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ -1 & s+2 \end{bmatrix}^{-1}$

$$= \frac{1}{(s+1)(s+2)} \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ \frac{1}{(s+1)(s+2)} & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$$

零输入响应：$\Phi(s)X(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ \frac{1}{(s+1)(s+2)} & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{(s+1)(s+2)} + \frac{2}{s+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \end{bmatrix} = L^{-1}[\Phi(s)X(0)] = L^{-1}\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} \\ \dfrac{1}{s+1}+\dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ e^{-t}+e^{-2t} \end{bmatrix} \text{(V)}(t \ge 0)$$

14－7 在题 14－1 图(a)中，若 $C=1F$、$L=1H$、$R_1=1\Omega$、$R_2=3\Omega$、$u_s=4\varepsilon(t)\text{V}$、$u_C(0_)=1\text{V}$、$i_L(0_)=1\text{A}$。求 $t\ge 0$ 时的 $u_C(t)$、$i_L(t)$ 及 u_{R1}、u_{R2}。

解： 接前题，代入元件参数

有：
$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} 4\varepsilon(t)$$

初始条件：$X(0)=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

预解矩阵
$$\Phi(s)=(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix} s+1 & 1 \\ -1 & s+3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{s+3}{(s+2)^2} & \dfrac{-1}{(s+2)^2} \\ \dfrac{1}{(s+2)^2} & \dfrac{s+1}{(s+2)^2} \end{bmatrix}$$

$$X(s)=\Phi(s)X(0)+\Phi(s)BF(s)$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{s+3}{(s+2)^2} & \dfrac{-1}{(s+2)^2} \\ \dfrac{1}{(s+2)^2} & \dfrac{s+1}{(s+2)^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{s+3}{(s+2)^2} & \dfrac{-1}{(s+2)^2} \\ \dfrac{1}{(s+2)^2} & \dfrac{s+1}{(s+2)^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\frac{4}{s}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{3}{s}+\dfrac{-2}{s+2}+\dfrac{-2}{(s+2)^2} \\ \dfrac{1}{s}+\dfrac{-2}{(s+2)^2} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} = L^{-1}[X(s)] = \begin{bmatrix} 3-2e^{-2t}-2te^{-2t} \quad \text{(V)} \\ 1-2te^{-2t} \quad \text{(A)} \end{bmatrix} \quad (t \ge 0)$$

输出方程为：
$$\begin{bmatrix} u_{R1} \\ u_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_s$$

$$=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}4\varepsilon(t)$$

$$=\begin{bmatrix} 1+2e^{-2t}+2te^{-2t} \\ 3-6te^{-2t} \end{bmatrix} \text{ (V)} \quad (t \geq 0)$$



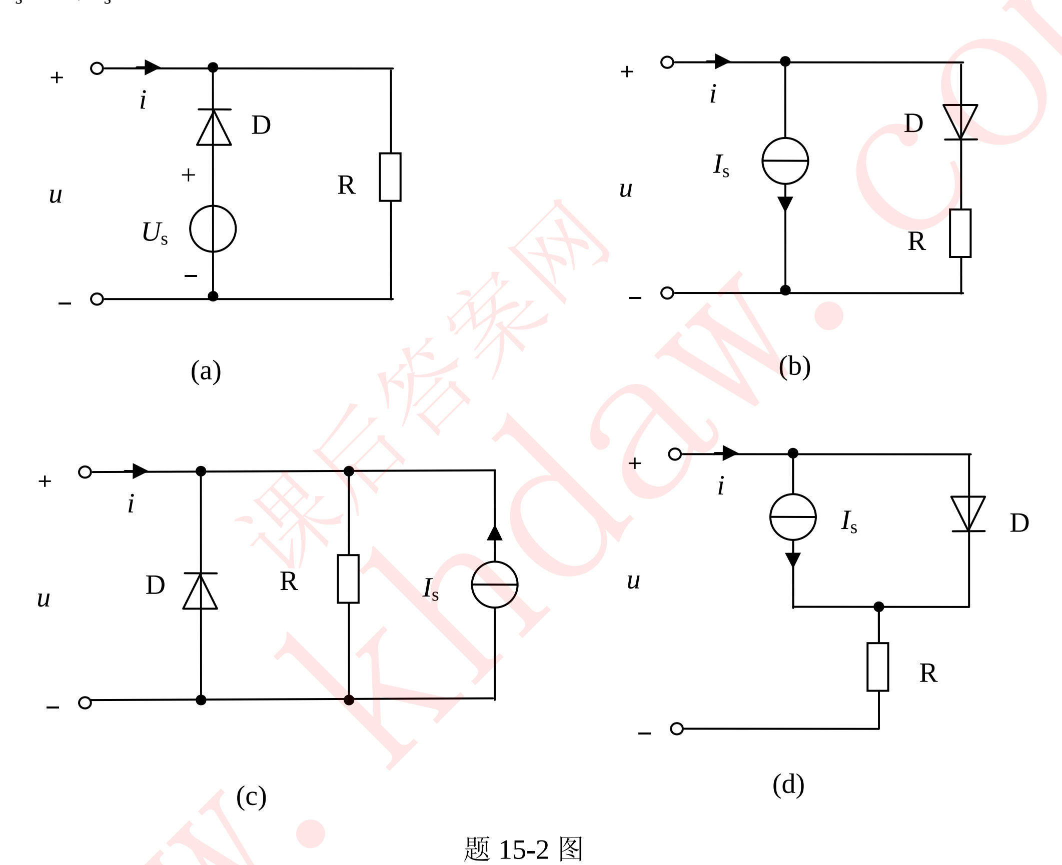
习题十五

15-1 某非线性电阻的伏安特性为 $u = 2i + 5i^2$，求该电阻在工作点 $I_Q = 0.2A$ 处的静态电阻和动态电阻。

解： 静态电阻 $R = \dfrac{u}{i} = (2+5i)\big|_{i=0.2A} = 3\Omega$

动态电阻 $R_d = \dfrac{du}{di} = (2+10i)\big|_{i=0.2A} = 4\Omega$

15-2 画出题 15-2 图示电路端口的伏安特性曲线。其中 D 为理想二极管，并假设 $U_s > 0, I_s > 0$。



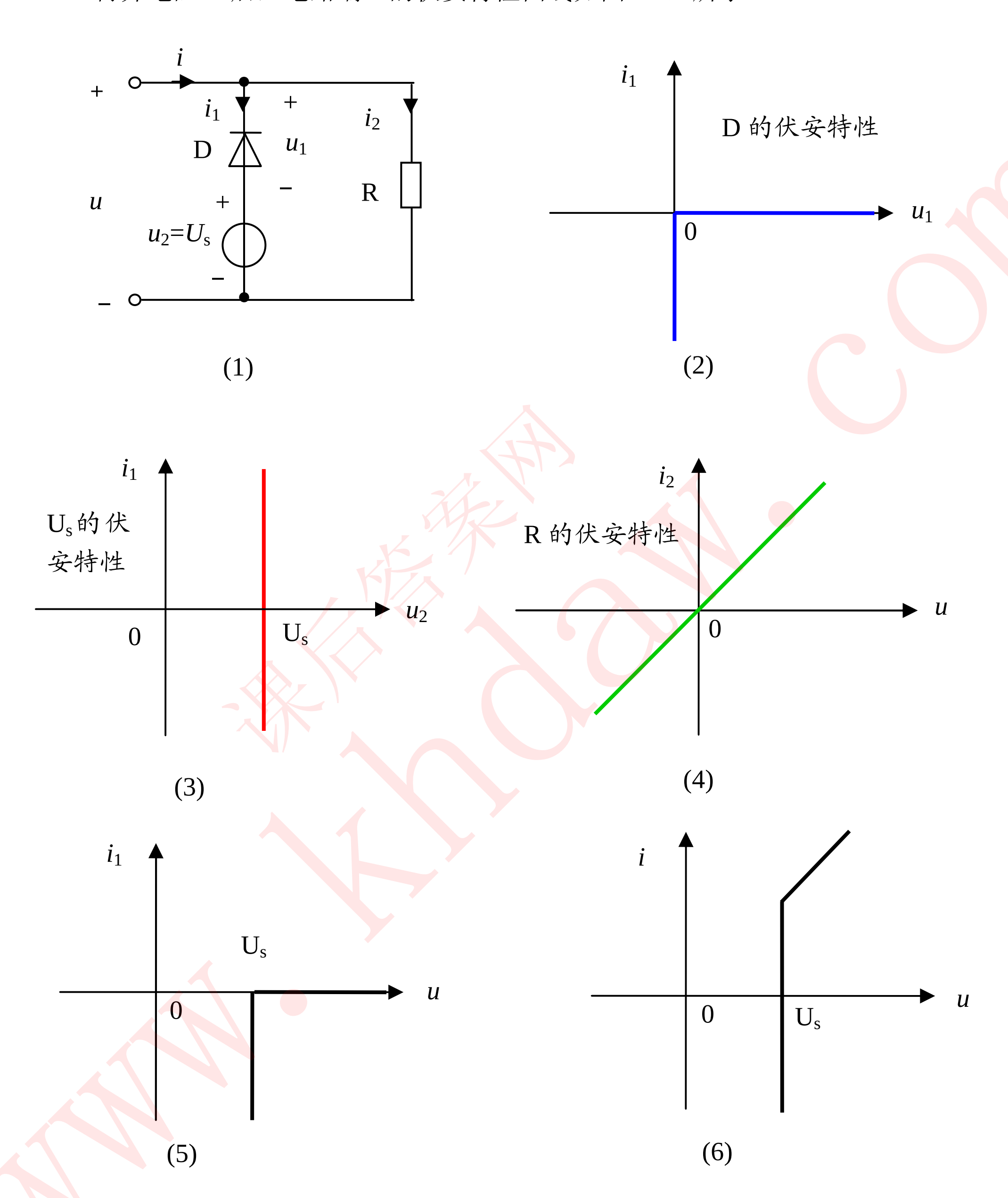
题 15-2 图

解：（a）图：

各元件上电压、电流的参考方向如图（1），其伏安特性曲线如图（2）、（3）、（4）所示。

二极管D与电压源U_s串联后的伏安特性如图（5）所示。

再并电阻 R 后，电路端口的伏安特性曲线如图（6）所示。

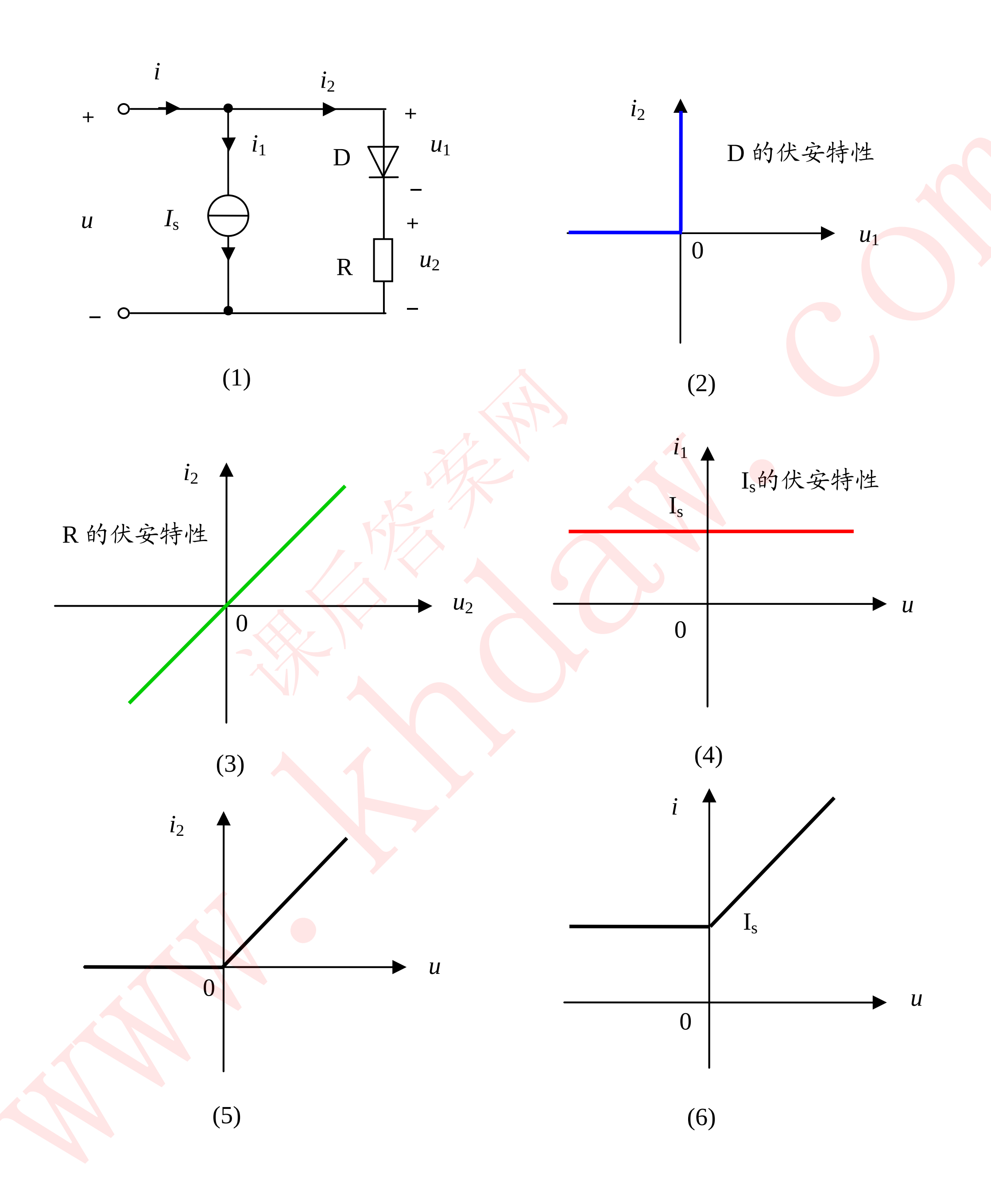


（b）图：

各元件上电压、电流的参考方向如图（1），其伏安特性曲线如图（2）、（3）、（4）所示。

二极管 D 与电阻 R 串联后的伏安特性如图（5）所示。

再并电流源I_s后，电路端口的伏安特性曲线如图（6）所示。

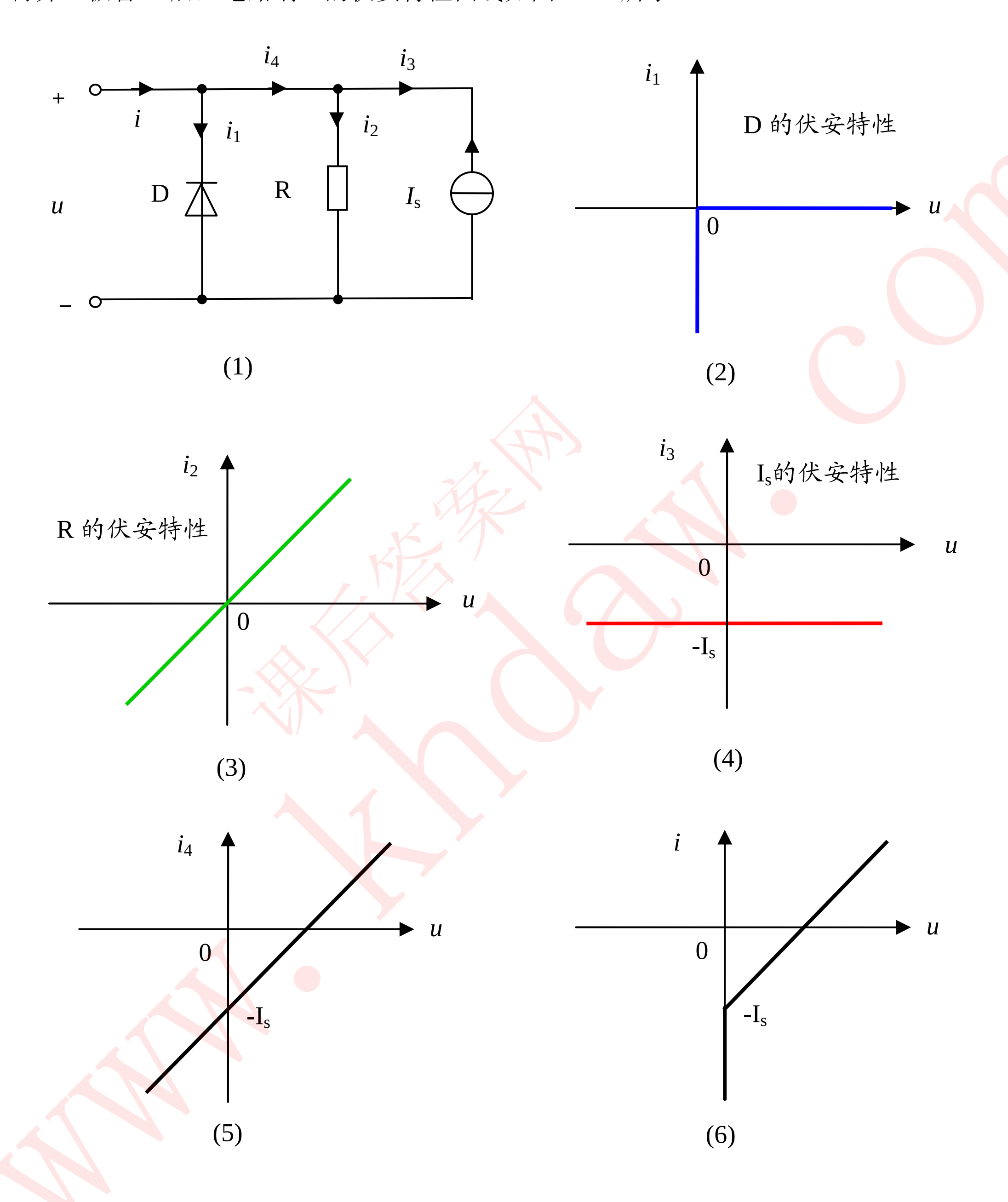


（c）图：

各元件上电压、电流的参考方向如图（1），其伏安特性曲线如图（2）、（3）、（4）所示。

电流源I_s与电阻R并联后的伏安特性如图（5）所示。

再并二极管 D 后，电路端口的伏安特性曲线如图（6）所示。

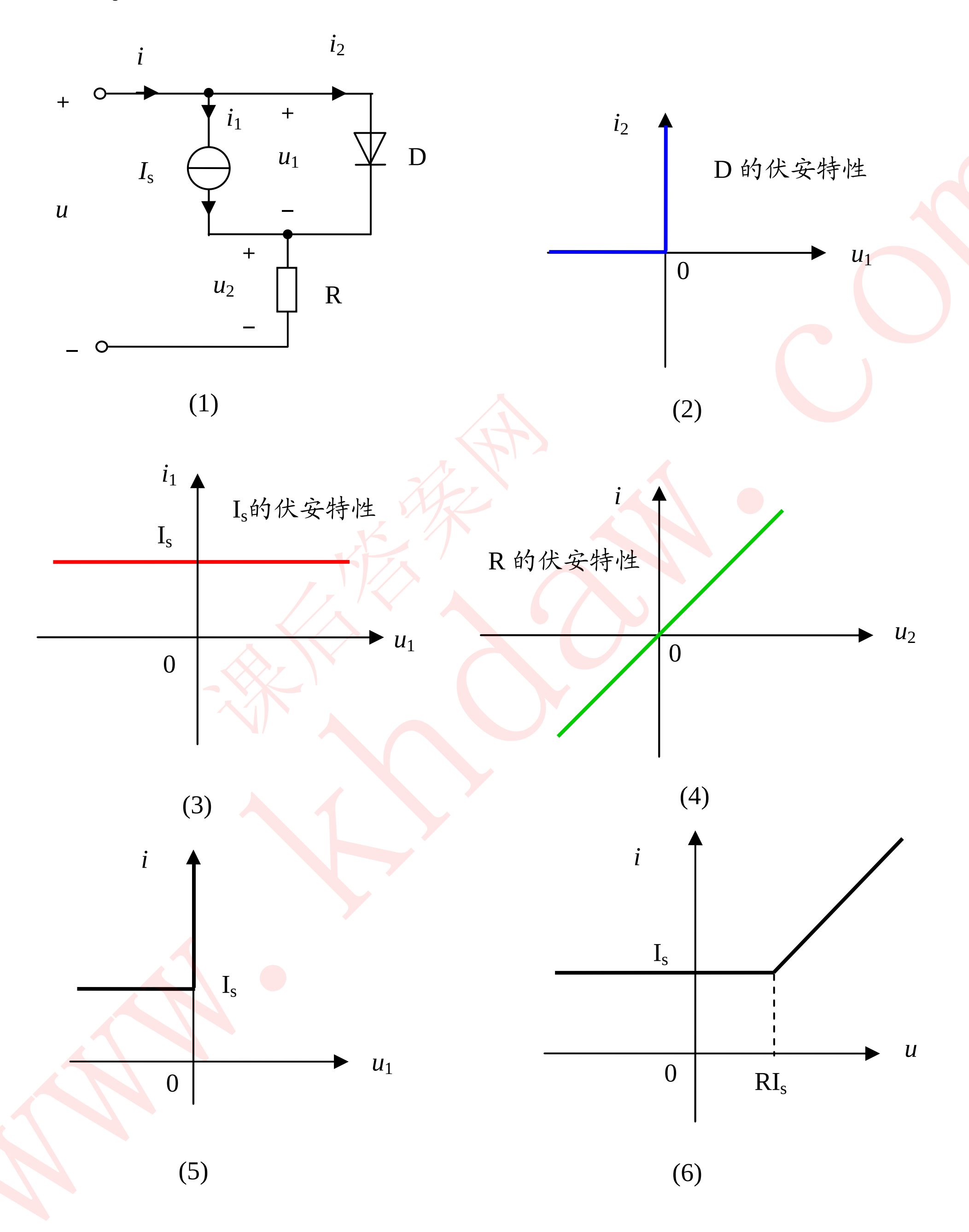


（d）图：

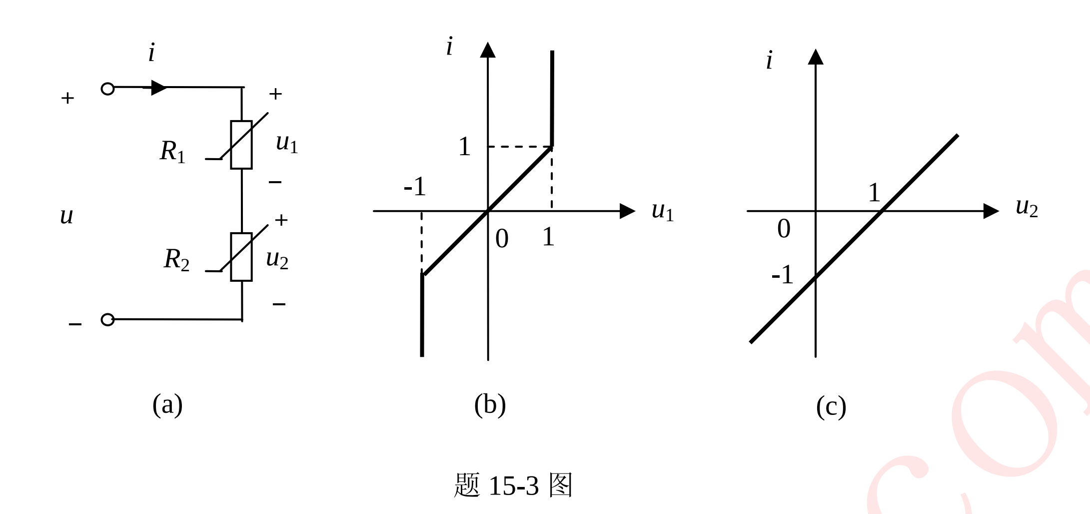
各元件上电压、电流的参考方向如图（1），其伏安特性曲线如图（2）、（3）、（4）所示。

二极管 D 与电阻 R 串联后的伏安特性如图（5）所示。

再并电流源I_s后，电路端口的伏安特性曲线如图（6）所示。

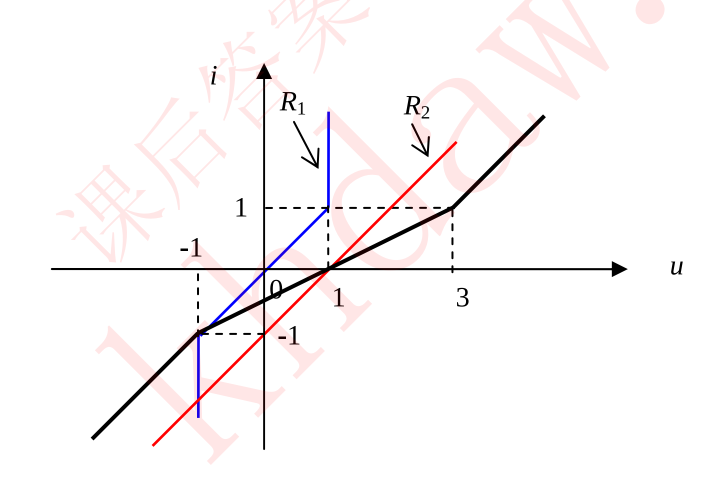


15-3 求非线性电阻R_1和R_2串联后的伏安特性。R_1和R_2的伏安特性如题 15-3 图 (b)和(c)所示。



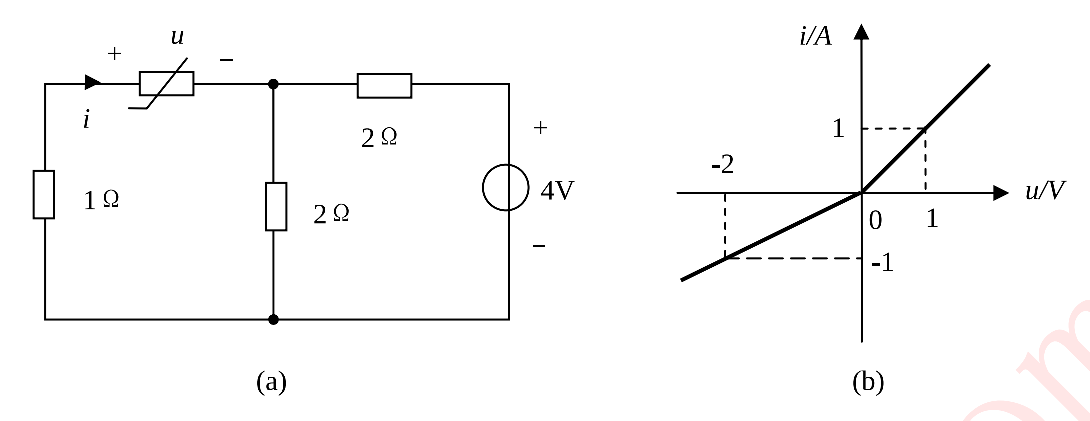
题 15-3 图

解：根据KVL，非线性电阻R_1和R_2串联后的伏安特性如图中粗黑线所示。



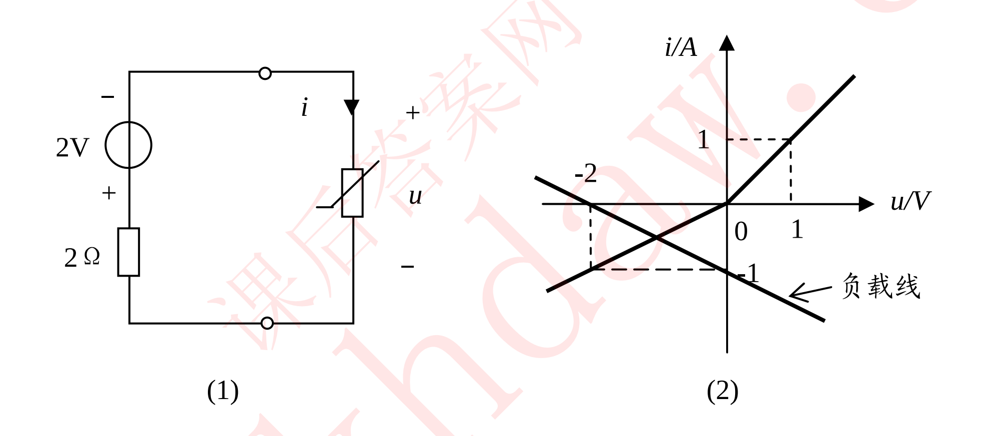
15-4 电路如题 15-4 图(a)所示。非线性电阻的伏安特性如图(b)所示。用图解法求 u 和 i 的

值。



题 15-4 图

解：化简非线性电阻以外的电路，如图（1）。



非线性电阻左侧电路 u、i 的关系为

$$u = -2 - 2i \qquad (1)$$

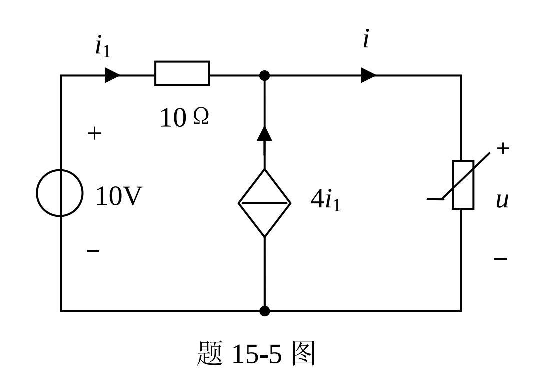
依此式画负载线如图（2）所示，与负载线相交的非线性电阻的 u、i 关系为

$$i = \frac{1}{2}u \qquad (2)$$

联立求解式（1）、（2）得

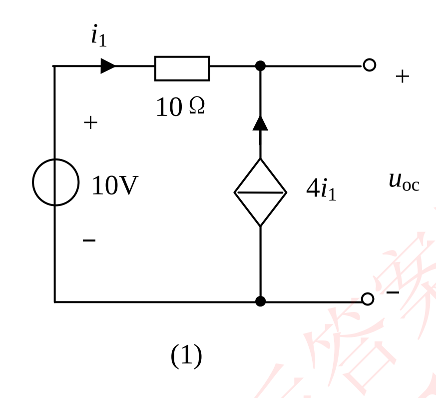
$$\begin{cases} u = -1V \\ i = -0.5A \end{cases}$$

15-5 电路如题 15-5 图(a)所示，非线性电阻的伏安特性为 $u = i^2 \ (i > 0)$。求 u 和 i 的值。

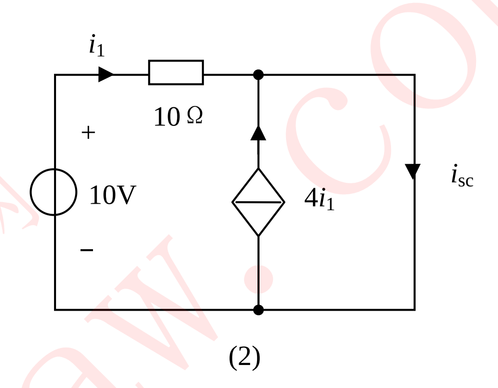


题 15-5 图

解：先求非线性电阻左侧电路的戴维南等效电路。



(1)



(2)

求开路电压：如图（1）

$\because \quad i_1 = -4i_1$

$\therefore \quad i_1 = 0$

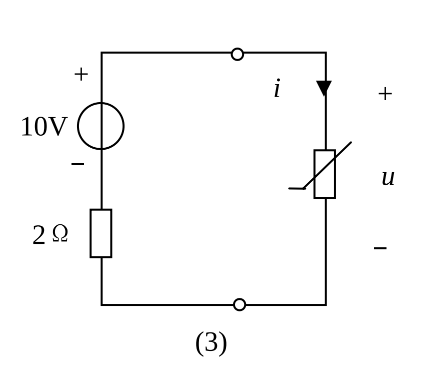
故 $\quad u_{oc} = 10V$

开短路法求等效电阻：求短路电流，如图（2）

$\because \quad i_1 = \dfrac{10}{10} = 1A$

$i_{sc} = i_1 + 4i_1 = 5A$

$\therefore \quad R_0 = \dfrac{u_{oc}}{i_{sc}} = 2\Omega$



(3)

等效电路如图（3）

列 KVL 方程 $\quad 10 - 2i - u = 0$

将非线性电阻的伏安特性 $u = i^2$ 代入

$$i^2 + 2i - 10 = 0$$

解得 $i_{1,2} = \begin{cases} 2.32A \\ -4.32A \end{cases}$

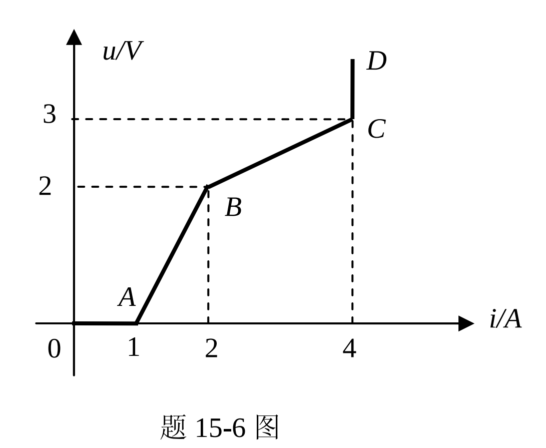
$\because \quad i > 0$

所以取 $i = 2.32A$

$u = i^2 = 5.38\text{V}$

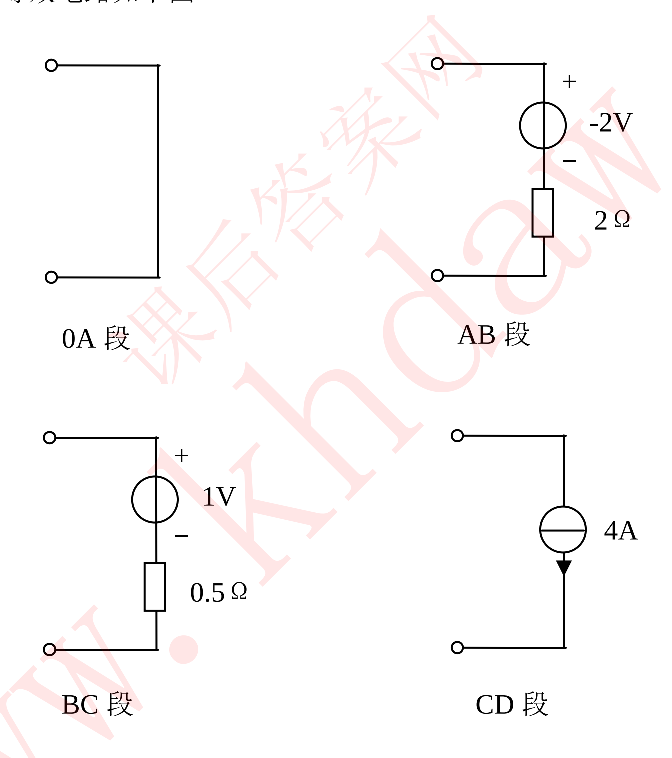


15-6　一个二端网络的伏安特性（关联）如题 15-6 图所示，画出各段的等效电路。

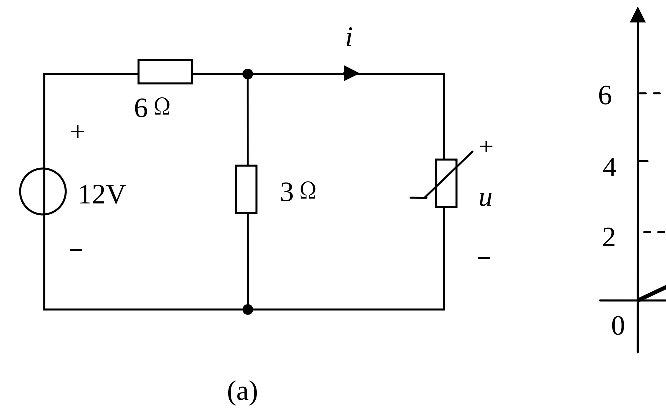


题 15-6 图

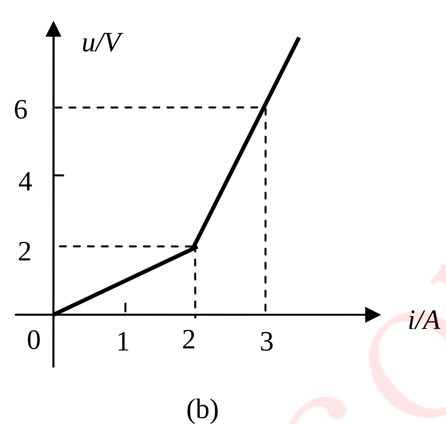
解：各段的等效电路如下图



15-7 题 15-7 图示电路。用分段线性化法求 u 和 i 的值。非线性电阻的伏安特性曲线如图(b)所示。



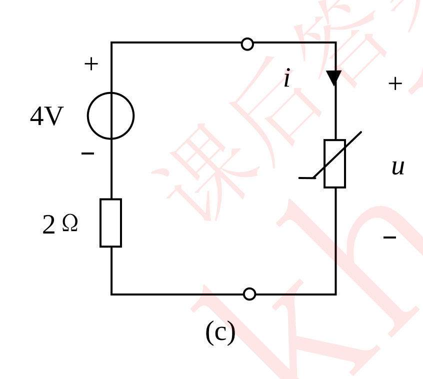
(a)



(b)

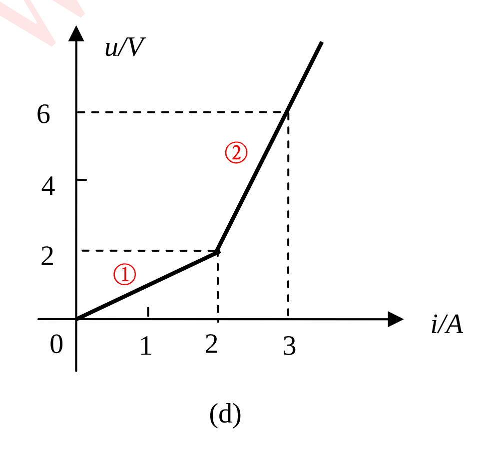
题 15-7 图

解：化简后的等效电路如图（c）所示。



(c)

将非线性电阻工作区域分为 2 段，如图(d)。

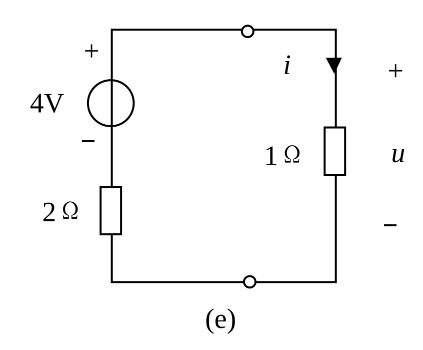


(d)

假设非线性电阻工作在第①段，其等效电路如图(e)所示。

由此解得

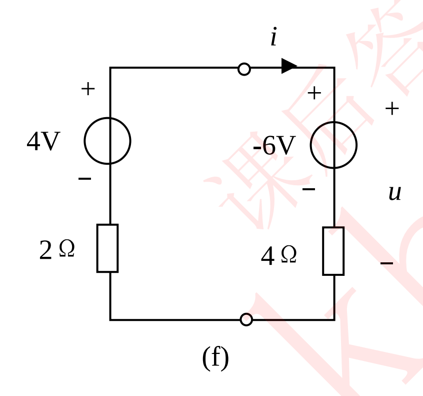
$$i = \frac{4}{3}A \quad , \quad u = \frac{4}{3}V$$



(e)

由于该值落在了相应的线段上，所以是电路的解。

假设非线性电阻工作在第②段，其等效电路如图(f)所示。



(f)

$$i = \frac{4-(-6)}{2+4} = \frac{5}{3}A$$

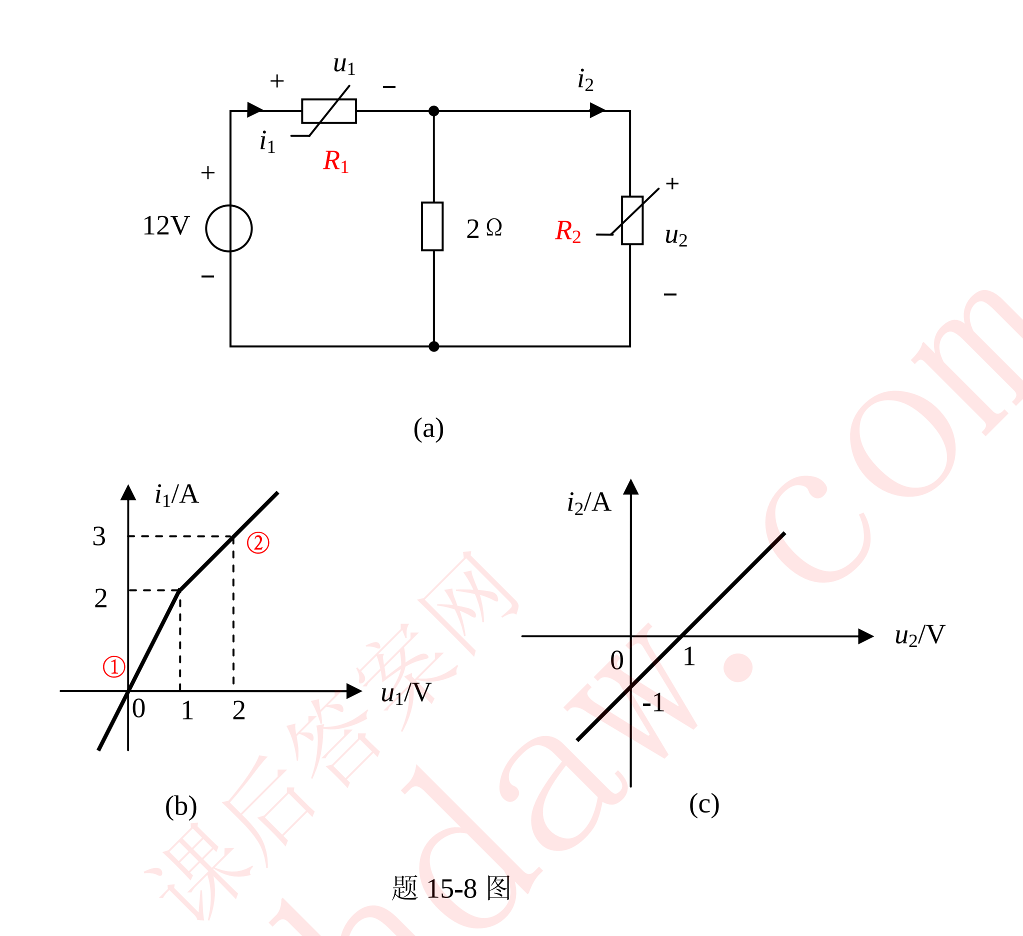
$$u = -6 + 4i = \frac{2}{3}V$$

由于该值没落在线段②上，所以不是电路的解。

综合以上分析，该电路的解为：

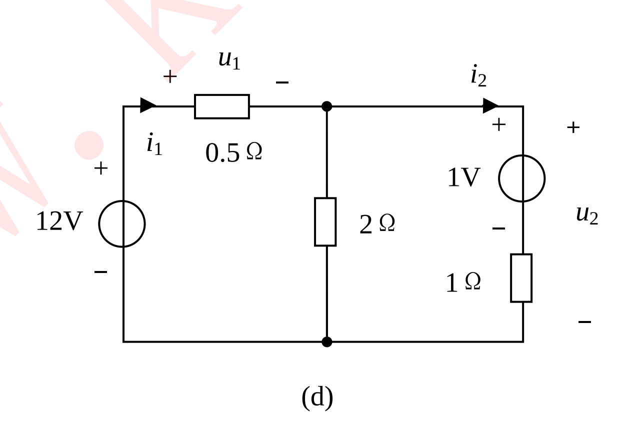
$$i = \frac{4}{3}A \quad , \quad u = \frac{4}{3}V$$

15-8 题 15-8 图示电路中，两个非线性电阻的伏安特性曲线分别如图(b)和如图(c)所示，求 u_2和 i_2的值。



题 15-8 图

解：假设R_1工作在线段①，其等效电路如图(d)所示：



(d)

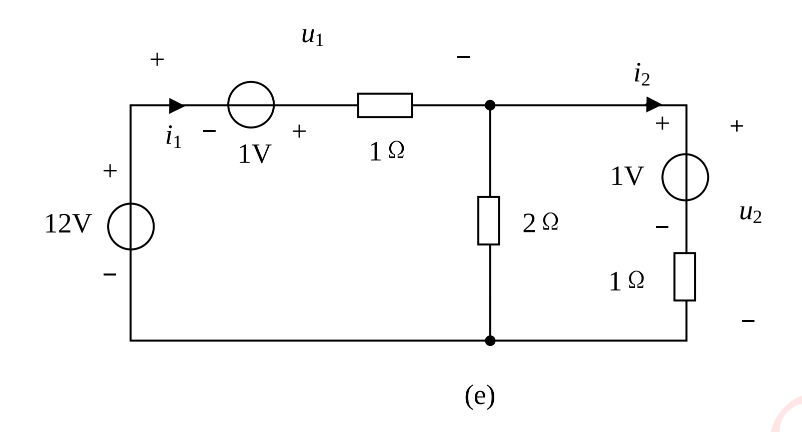
结点法：
$$(\frac{1}{0.5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1})u_2=\frac{12}{0.5}+\frac{1}{1}$$

$$u_2=7.14V$$

$$u_1=12-u_2=4.86V$$

由于电阻R_1的解没有落在相应的线段上，所以不是电路的解。

假设R_1工作在线段②，其等效电路如图(e)所示：



(e)

结点法： $(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1})u_2=\frac{12+1}{1}+\frac{1}{1}$

$$u_2=5.6V$$

$$u_1=12-u_2=6.4V$$

$$i_1=\frac{6.4+1}{1}=7.4A$$

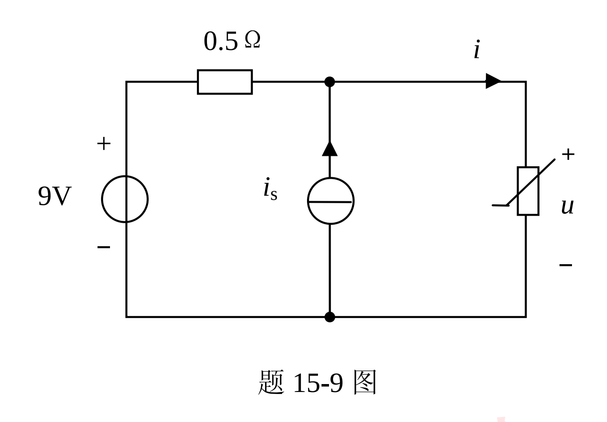
$$i_1=\frac{u_2-1}{1}=4.6A$$

由于解均落在了相应的线段上，所以是电路的解。

综合以上分析，该电路的解为：

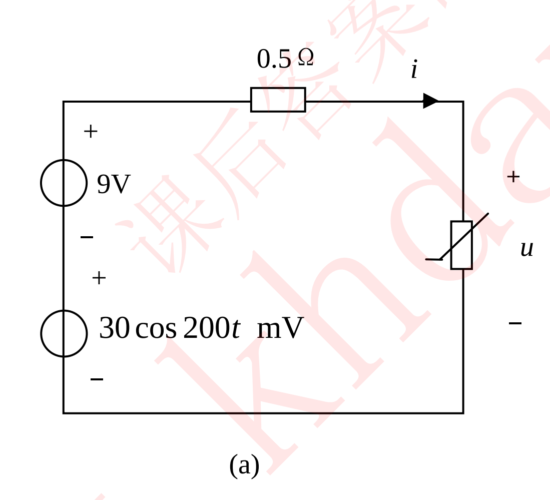
$$\begin{cases} u_2=5.6V \\ i_2=4.6A \end{cases}$$

15-9　题 15-9 图中，非线性电阻的伏安特性为 $i=(u+\frac{1}{3}u^3)$ A，交流激励源 $i_s(t)=60\cos 200t$ mA，求 u 和 i 的值。



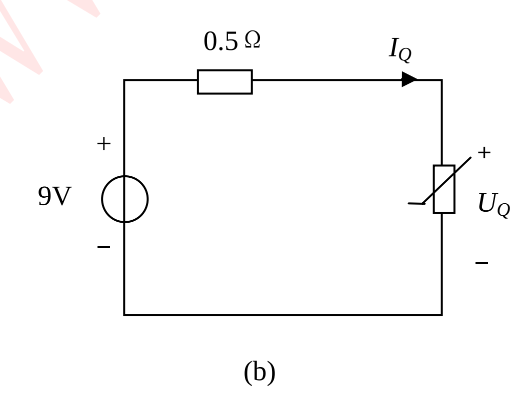
题 15-9 图

解：化简电路如图(a)



(a)

(1)　求直流工作点I_Q、U_Q：如图(b)



(b)

$$\begin{cases} 9 = 0.5I_Q + U_Q \\ I_Q = U_Q + \frac{1}{3}U_Q{}^3 \end{cases}$$

整理得

$$U_Q{}^3 + 9U_Q - 54 = 0$$

即 $$(U_Q - 3)(U_Q{}^2 + 3U_Q + 18) = 0$$

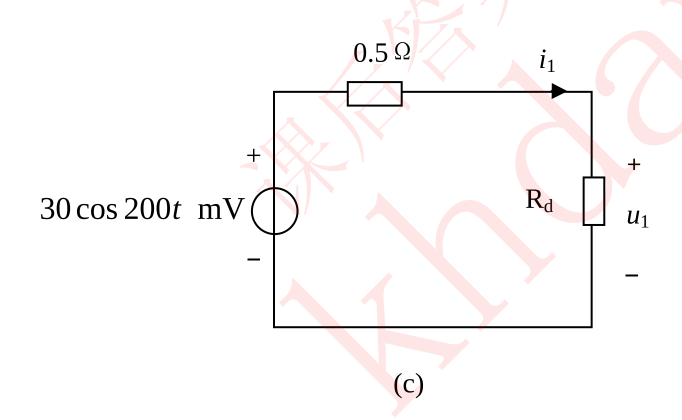
解得 $$U_{Q1} = 3 \ ， \quad U_{Q2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{-63}}{2}$$

后两个根为非实根，不是电路的解。故

$$U_Q = 3$$

$$I_Q = 3 + \frac{1}{3} \times 3^3 = 12\text{A}$$

(2) 求交流作用下的响应：电路如图(c)



(c)

动态电阻 $$R_d = \frac{du}{di} = \frac{1}{1+u^2}\bigg|_{u=3} = 0.1\Omega$$

$$i_1 = \frac{30\cos 200t}{0.5 + R_d} = 50\cos 200t \quad mA$$

$$u_1 = \frac{R_d}{0.5 + R_d} 30\cos 200t = 5\cos 200t \quad mV$$

所以 $$u = U_Q + u_1 = 3 + 0.005\cos 200t \quad V$$

$$i = I_Q + i_1 = 12 + 0.05\cos 200t \quad A$$